1강 제곱근의 뜻과 표현

필수 예제 p. 6

1 $x=\pm2$, $x=\pm3$, $x=\pm4$
(1) ±3 (2) 없다.
(1) $3^2=9$, $(-3)^2=9$이므로 제곱하여 9가 되는 수는 ±3이다.
(2) 음수의 제곱근은 없다.

2 (1) 7, -7 (2) 0.5, -0.5 (3) 6, -6
(1) $x^2=49$ $\quad\therefore x=\pm7$
(2) $x^2=0.25$ $\quad\therefore x=\pm0.5$
(3) $x^2=36$ $\quad\therefore x=\pm6$

3

a	1	2	3	4	5
$\sqrt{a}$	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{3}$	2	$\sqrt{5}$
$-\sqrt{a}$	-1	$-\sqrt{2}$	$-\sqrt{3}$	-2	$-\sqrt{5}$

a	6	7	8	9	10
$\sqrt{a}$	$\sqrt{6}$	$\sqrt{7}$	$\sqrt{8}$	3	$\sqrt{10}$
$-\sqrt{a}$	$-\sqrt{6}$	$-\sqrt{7}$	$-\sqrt{8}$	-3	$-\sqrt{10}$

(1) ±2 (2) $\pm\sqrt{7}$ (3) $-\sqrt{10}$

핵심 유형 익히기 p. 7

1 (1) ±8 (2) ±0.2 (3) $\pm\frac{1}{3}$ (4) ±7
(1) $x^2=64$ $\quad\therefore x=\pm8$
(2) $x^2=0.04$ $\quad\therefore x=\pm0.2$
(3) $x^2=\frac{1}{9}$ $\quad\therefore x=\pm\frac{1}{3}$
(4) $x^2=7^2=49$ $\quad\therefore x=\pm7$

2 ㄱ, ㄴ
ㄷ. 0의 제곱근은 0이다.
ㄹ. 음수의 제곱근은 없다.

3 $\pm\sqrt{5}$, $\sqrt{5}$
$a>0$일 때, a의 제곱근은 $\pm\sqrt{a}$이고, 제곱근 a는 $\sqrt{a}$이므로 5의 제곱근은 $\pm\sqrt{5}$이고, 제곱근 5는 $\sqrt{5}$이다.

4 (1) 4 (2) $-\frac{1}{5}$ (3) 0.3
(3) $0.3^2=0.09$이므로 0.09의 양의 제곱근은 0.3이다.
$\therefore \sqrt{0.09}=0.3$

5 ⑤
$\sqrt{64}=8$이므로 $\sqrt{64}$, 즉 8의 제곱근은 $\pm\sqrt{8}$이다.

6 ⑤
①, ②, ③, ④ ±6
⑤ 6
확인 'a의 제곱근'과 '제곱근 a'의 구분
(1) a의 제곱근 : $\pm\sqrt{a}$
(2) 제곱근 a : $\sqrt{a}$

2강 제곱근의 성질

필수 예제 p. 8

1 (1) 5 (2) 7 (3) 11 (4) 13
(2) $(-\sqrt{7})^2=(\sqrt{7})^2=7$
(4) $\sqrt{(-13)^2}=\sqrt{13^2}=13$
확인 $a>0$일 때,
① $(\sqrt{a})^2=a$ ② $(-\sqrt{a})^2=a$
③ $\sqrt{a^2}=a$ ④ $\sqrt{(-a)^2}=a$

2 (1) 10 (2) 3 (3) 9 (4) 7
(1) (주어진 식)$=7+3=10$
(2) (주어진 식)$=4-1=3$
(3) (주어진 식)$=12\times\frac{3}{4}=9$
(4) (주어진 식)$=3\div\frac{3}{7}=3\times\frac{7}{3}=7$

3 3, 6
$\sqrt{7-x}$가 자연수가 되려면 $7-x$는 $0<7-x<7$인 제곱수가 되어야 하므로 $7-x=1$ 또는 $7-x=4$
$\therefore x=6$ 또는 $x=3$
확인 $x=6$, $x=3$을 $\sqrt{7-x}$에 각각 대입하면
(i) $x=6$일 때, $\sqrt{7-6}=\sqrt{1}=\sqrt{1^2}=1$
(ii) $x=3$일 때, $\sqrt{7-3}=\sqrt{4}=\sqrt{2^2}=2$

4 (1) 5, 7 (2) $\sqrt{5}$, $\sqrt{7}$
(2) 넓이가 5인 정사각형의 한 변의 길이는 5의 양의 제곱근이므로 $\sqrt{5}$
또 넓이가 7인 정사각형의 한 변의 길이는 7의 양의 제곱근이므로 $\sqrt{7}$
정사각형의 넓이가 크면 그 한 변의 길이도 길다.
$\therefore \sqrt{5}<\sqrt{7}$

5 (1) $\sqrt{\frac{1}{5}}<\sqrt{\frac{1}{3}}$ (2) $4>\sqrt{15}$
(1) $\frac{1}{5}<\frac{1}{3}$이므로 $\sqrt{\frac{1}{5}}<\sqrt{\frac{1}{3}}$
(2) $4=\sqrt{16}$이고 $\sqrt{16}>\sqrt{15}$이므로 $4>\sqrt{15}$

핵심 유형 익히기 p. 9

1 ①
① $(-\sqrt{2})^2=(\sqrt{2})^2=2$
②, ③, ④, ⑤ -2

2 ④
$\sqrt{(-3)^2}=3$, $(-\sqrt{7})^2=7$,
$\sqrt{8^2}=8$, $\sqrt{36}=\sqrt{6^2}=6$이므로
$\sqrt{(-3)^2}\times(-\sqrt{7})^2-\sqrt{8^2}+\sqrt{36}$
$=3\times7-8+6=19$

3 (1) 0 (2) $x-2$
(1) $a<0$이므로 $\sqrt{a^2}=-a$
$-a>0$이므로 $\sqrt{(-a)^2}=-a$
$\therefore \sqrt{a^2}-\sqrt{(-a)^2}=-a-(-a)=0$
(2) $x>2$이므로 $x-2>0$
$\therefore \sqrt{(x-2)^2}=x-2$
확인 제곱근의 성질을 이용하면 근호 안이 다항식의 제곱꼴인 경우에도 식을 간단하게 정리할 수 있다.

4 (1) 1 (2) 3 (3) 2
(1) $10-x$는 $0<10-x<10$인 제곱수가 되어야 하므로
$10-x=1, 4, 9$ $\quad\therefore x=9, 6, 1$
따라서 자연수 x의 값 중 가장 작은 수는 1이다.
(2) 12를 소인수분해하면 $12=2^2\times3$
$\sqrt{12x}=\sqrt{2^2\times3\times x}$가 자연수가 되도록 하는 자연수 x의 값 중 가장 작은 수는 3이다.
(3) 8을 소인수분해하면 $8=2^3$
$\sqrt{\frac{8}{x}}=\sqrt{\frac{2^3}{x}}$이 자연수가 되도록 하는 자연수 x의 값 중 가장 작은 수는 2이다.
확인 $\sqrt{A}$=(자연수)가 되려면?
$\sqrt{A}=\sqrt{(\quad)^2}$의 꼴이 되어야 하므로 A를 소인수분해했을 때, 지수가 모두 짝수가 되어야 한다.
(2), (3)은 소인수분해를 이용한다.

5 ③
① $3<5$이므로 $\sqrt{3}<\sqrt{5}$
② $\sqrt{7}<\sqrt{8}$이므로 $-\sqrt{7}>-\sqrt{8}$
③ $5=\sqrt{25}$이고 $\sqrt{25}>\sqrt{21}$이므로 $5>\sqrt{21}$
④ $\frac{2}{3}<\frac{3}{4}$이므로 $\sqrt{\frac{2}{3}}<\sqrt{\frac{3}{4}}$
⑤ $0.3=\sqrt{0.09}$이고 $\sqrt{0.3}>\sqrt{0.09}$이므로 $\sqrt{0.3}>0.3$

확인 대소 비교는 이렇게!
$\sqrt{\ }$가 있는 수와 없는 수의 대소 비교는 $\sqrt{\ }$가 없는 수를 $\sqrt{\ }$가 있는 수로 바꾸어 비교한다.

6 4개
$2<\sqrt{x}<3$에서 $\sqrt{4}<\sqrt{x}<\sqrt{9}$이므로 부등식을 만족하는 자연수 x의 개수는 5, 6, 7, 8의 4개이다.

100점 잡는 족집게 기출 문제 p. 10~13

1 ⑤	2 ②	3 ④	4 ①
5 ②	6 3	7 1	8 ④
9 ①	10 ⑤	11 ①	12 ①
13 $\sqrt{7}$	14 ③	15 ③, ⑤	16 ①
17 ②	18 ②	19 $-x+7$	
20 -9	21 ⑤	22 ⑤	23 1
24 ②	25 4	26 $-2a$	27 ①
28 54	29 2, 과정은 풀이 참조		
30 14, 과정은 풀이 참조			

1 (x는 양수 a의 제곱근)
$=$(제곱해서 a가 되는 수 x)
$=$($x^2=a$를 만족하는 x)
$=\pm\sqrt{a}$

2 $(-3)^2=9$의 제곱근은 ±3이다.

3 ① 0의 제곱근은 0의 1개이다.
② 양수 a의 제곱근은 $\pm\sqrt{a}$이고, 제곱근 a는 $\sqrt{a}$이다.
③ a의 제곱근의 개수는 a의 값에 따라 0, 1, 2개이다.
⑤ $\sqrt{16}=4$의 제곱근은 ±2이다.
따라서 옳은 것은 ④이다.

4 ② 10 ③ 0.1 ④ 0.6 ⑤ $\frac{3}{5}$
따라서 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 없는 것은 ①이다.

5 ①, ③, ④, ⑤ -9
② 9

6 $\sqrt{16}=\sqrt{4^2}=4$의 음의 제곱근 $A=-2$
$\sqrt{(-25)^2}=\sqrt{25^2}=25$의 양의 제곱근 $B=5$
$\therefore A+B=-2+5=3$

7 $\sqrt{(-3)^2}=3$, $\left(\sqrt{\frac{5}{3}}\right)^2=\frac{5}{3}$,
$\sqrt{4^4}=\sqrt{16^2}=16$, $(-\sqrt{4})^2=4$이므로
(주어진 식)$=3\times\frac{5}{3}-16\div4$
$=5-4=1$

8 $a>0$, $b<0$이므로 $a=9$, $b=-3$
$\therefore a+b=9-3=6$

9 $\sqrt{\frac{12}{x}}=\sqrt{\frac{2^2\times3}{x}}$이 자연수가 되기 위한 자연수 x의 개수는 3, 12의 2개이다.

10 $\sqrt{135x}=\sqrt{3^3\times5\times x}$
$=\sqrt{3^2\times3\times5\times x}$
따라서 $\sqrt{135x}$가 자연수가 되기 위한 가장 작은 자연수 $x=3\times5=15$이다.

11 ① $\sqrt{9}<\sqrt{13}$이므로 $3<\sqrt{13}$
② $\sqrt{48}<\sqrt{49}$이므로 $\sqrt{48}<7$
③ $\sqrt{\frac{1}{2}}>\sqrt{\frac{1}{9}}$이므로 $\sqrt{\frac{1}{2}}>\frac{1}{3}$
④ $\sqrt{6}<\sqrt{\frac{25}{4}}$이므로 $\sqrt{6}<\frac{5}{2}$
⑤ $\sqrt{1.1}<\sqrt{1.2}$이므로
$-\sqrt{1.1}>-\sqrt{1.2}$
따라서 대소 관계가 옳은 것은 ①이다.

12 $4<\sqrt{2x}<5$에서 $\sqrt{16}<\sqrt{2x}<\sqrt{25}$
즉, $16<2x<25$
$\therefore 8<x<12.5$
따라서 부등식을 만족하는 자연수 x의 값은 9, 10, 11, 12이므로 옳지 않은 것은 ①이다.

13 두 정사각형의 넓이는 각각 $(\sqrt{2})^2=2$, $(\sqrt{5})^2=5$이므로 새로운 정사각형의 넓이는 $2+5=7$
따라서 새로운 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{7}$이다.

14 제곱근이 없는 수는 음수이므로 보기에서 음수를 찾으면
-3, $-\sqrt{64}=-8$, $-(-2)^2=-4$
따라서 제곱근이 없는 수는 3개이다.

15 $-a>0$이므로
③ $-\sqrt{(-a)^2}=-(-a)=a$
⑤ $(-\sqrt{-a})^2=(\sqrt{-a})^2=-a$

16 ① 4
②, ③, ④, ⑤ 0

17 ① $\sqrt{49}=\sqrt{7^2}=7$, $\sqrt{(-3)^2}=3$이므로
(주어진 식)$=7+3=10$
② $(\sqrt{10})^2=10$, $(\sqrt{6})^2=6$,
$(-\sqrt{3})^2=3$이므로
(주어진 식)$=10+6-3=13$
③ $(\sqrt{3})^2=3$, $\sqrt{(-3)^2}=3$,
$\sqrt{0.64}=\sqrt{0.8^2}=0.8$이므로
(주어진 식)$=3-3+0.8=0.8$
④ $\left(-\sqrt{\frac{3}{2}}\right)^2=\frac{3}{2}$, $\sqrt{\left(-\frac{3}{4}\right)^2}=\frac{3}{4}$
이므로
(주어진 식)$=\frac{3}{2}\div\frac{3}{4}=\frac{3}{2}\times\frac{4}{3}$
$=2$
⑤ $\left(\sqrt{\frac{1}{3}}\right)^2=\frac{1}{3}$, $\sqrt{\left(-\frac{5}{3}\right)^2}=\frac{5}{3}$,
$(-\sqrt{4})^2=4$이므로
(주어진 식)$=\frac{1}{3}\div\frac{5}{3}\times4$
$=\frac{1}{3}\times\frac{3}{5}\times4=\frac{4}{5}$
따라서 계산 결과가 가장 큰 것은 ②이다.

18 $a>b$, $ab<0$이므로 $a>0$, $b<0$
$a>0$이므로 $(\sqrt{a})^2=a$
$-b>0$이므로 $\sqrt{(-b)^2}=-b$
$2a-b>0$이므로
$\sqrt{(2a-b)^2}=2a-b$
$\therefore (\sqrt{a})^2+\sqrt{(-b)^2}-\sqrt{(2a-b)^2}$
$=a-b-(2a-b)$
$=a-b-2a+b=-a$

19 $-1<x<3$이므로
$x-3<0$, $-x+3>0$, $x+1>0$
$\therefore \sqrt{(x-3)^2}+\sqrt{(-x+3)^2}+\sqrt{(x+1)^2}$
$=-(x-3)+(-x+3)+(x+1)$
$=-x+7$

20 $\sqrt{35-x}$에서
$35-x=0, 1, 4, 9, 16, 25$
$\therefore x=35, 34, 31, 26, 19, 10$
$\sqrt{19-y}$에서 $19-y=0, 1, 4, 9, 16$
$\therefore y=19, 18, 15, 10, 3$
이때 $\sqrt{35-x}-\sqrt{19-y}$의 값이 가장 큰 정수가 되려면 $\sqrt{35-x}$는 가장 큰 정수, $\sqrt{19-y}$는 가장 작은 정수이어야 하므로
$x=10$, $y=19$
$\therefore x-y=10-19=-9$

21 ㄱ. $\sqrt{(-5)^2}=5$의 제곱근은 $\pm\sqrt{5}$
ㄴ. $a<b$이면 $a-b<0$이므로
$\sqrt{(a-b)^2}=-(a-b)=-a+b$
ㄷ. 양수 a의 제곱근은 $\sqrt{a}$, $-\sqrt{a}$이므로 $\sqrt{a}+(-\sqrt{a})=0$
ㄹ. $0<a<b$이면 $\sqrt{a}<\sqrt{b}$
따라서 옳은 것은 ㄷ, ㄹ이다.

22 음수끼리 비교하면
$0.2=\sqrt{0.04}$이고 $\sqrt{0.04}<\sqrt{0.2}$이므로
$-0.2>-\sqrt{0.2}$
양수끼리 비교하면
$3=\sqrt{9}$이고 $\sqrt{9}>\sqrt{7}$이므로 $3>\sqrt{7}$
$\therefore 3>\sqrt{7}>0>-0.2>-\sqrt{0.2}$
따라서 네 번째에 오는 수는 -0.2이다.

23 $\sqrt{3}<2$이므로 $\sqrt{3}-2<0$
$1<\sqrt{3}$이므로 $1-\sqrt{3}<0$
$\therefore \sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}+\sqrt{(1-\sqrt{3})^2}$
$=-(\sqrt{3}-2)-(1-\sqrt{3})$
$=-\sqrt{3}+2-1+\sqrt{3}=1$

24 $\sqrt{2x}$가 자연수가 되려면
$x=2\times(\text{자연수})^2$의 꼴이어야 하고,
$10<x<50$이므로
$x=2\times3^2,\ 2\times4^2$
따라서 x의 개수는 18, 32의 2개이다.

25 $1.\dot{3}=\frac{13-1}{9}=\frac{4}{3}$,
$0.\dot{6}=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$이므로
$\sqrt{\frac{4}{3}\times\frac{n}{m}}=\frac{2}{3}$, $\frac{4}{3}\times\frac{n}{m}=\frac{4}{9}$
$\frac{n}{m}=\frac{4}{9}\times\frac{3}{4}=\frac{1}{3}$
$\therefore m=3,\ n=1$
$\therefore m+n=3+1=4$

26 $0<a<1$에서 $\frac{1}{a}>1$이므로
$a-\frac{1}{a}<0,\ a+\frac{1}{a}>0$
$\therefore \sqrt{\left(a-\frac{1}{a}\right)^2}-\sqrt{\left(a+\frac{1}{a}\right)^2}$
$=-\left(a-\frac{1}{a}\right)-\left(a+\frac{1}{a}\right)=-2a$

27 $\sqrt{40ab}=\sqrt{2^3\times5\times ab}$가 자연수가 되려면 $ab=2\times5=10$이어야 한다.
이때 $ab=10$인 경우의 수는 (2, 5), (5, 2)의 2가지이므로 구하는 확률은
$\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$

28 $\sqrt{1}=1$, $\sqrt{4}=2$, $\sqrt{9}=3$, $\sqrt{16}=4$이므로
$N(1)=N(2)=N(3)=1$
$N(4)=N(5)=\cdots=N(8)=2$
$N(9)=N(10)=\cdots=N(15)=3$
$N(16)=N(17)=\cdots=N(20)=4$
$\therefore N(1)+N(2)+\cdots+N(20)$
$=1\times3+2\times5+3\times7+4\times5$
$=54$

29 $(\sqrt{3})^2=3$, $\sqrt{(-5)^2}=5$,
$\sqrt{0.25}=0.5$이므로
$A=3-5\div0.5$
$=3-10=-7$ … (i)
$\sqrt{49}=7$, $\sqrt{(-5)^2}=5$, $\sqrt{4^2}=4$,
$\left(-\sqrt{\frac{4}{7}}\right)^2=\frac{4}{7}$이므로
$B=7-5+4\div\frac{4}{7}$
$=7-5+4\times\frac{7}{4}$
$=2+7=9$ … (ii)
$\therefore A+B=-7+9=2$ … (iii)

채점 기준
(i) A의 값 구하기
(ii) B의 값 구하기
(iii) $A+B$의 값 구하기

30 $6<\sqrt{40}<7$이고 $6.5=\sqrt{42.25}$이므로
$\sqrt{40}<6.5$
따라서 $\sqrt{40}$과 가장 가까운 자연수
$a=6$ … (i)
$7<\sqrt{60}<8$이고 $7.5=\sqrt{56.25}$이므로
$7.5<\sqrt{60}$
따라서 $\sqrt{60}$과 가장 가까운 자연수
$b=8$ … (ii)
$\therefore a+b=6+8=14$ … (iii)

채점 기준
(i) a의 값 구하기
(ii) b의 값 구하기
(iii) $a+b$의 값 구하기

3강 무리수와 실수

필수 예제 p. 14

1 (1) 유 (2) 무 (3) 유
(4) 유 (5) 무 (6) 유
(2) 근호가 벗겨지지 않는 수는 무리수이다.
(4) 근호 안의 수가 유리수의 제곱이 되는 수는 유리수이다.
(5) 순환하지 않는 무한소수는 무리수이다.

2 $\mathbf{P}: -\sqrt{8},\ \mathbf{Q}: \sqrt{8}$
정사각형 ABCD의 넓이가 8이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{8}$이다.
$\therefore \overline{BA}=\overline{BC}=\sqrt{8}$
따라서 $\overline{BP}=\overline{BQ}=\sqrt{8}$이고 점 Q는 점 B로부터 오른쪽에 위치하므로 $Q(\sqrt{8})$이고, 점 P는 점 B로부터 왼쪽에 위치하므로 $P(-\sqrt{8})$이다.

3 ⑤
③ $\sqrt{2.25}=1.5$는 1과 $\sqrt{3}$ 사이에 있는 유리수이다.
⑤ 두 실수 사이에는 무수히 많은 무리수가 존재한다.
확인 실수와 수직선
(1) 모든 실수와 수직선 위의 모든 점은 일대일로 대응된다.
(2) 두 유리수 사이에는 무수히 많은 유리수, 무리수가 존재한다.
(3) 두 무리수 사이에는 무수히 많은 유리수, 무리수가 존재한다.

핵심 유형 익히기 p. 15

1 (1) × (2) ○ (3) × (4) ○
(1) $\sqrt{4}=2$이므로 $\sqrt{4}$는 근호가 있지만 유리수이다.
(3) 무한소수 중 순환하는 무한소수는 유리수이다.

2 ㄱ, ㄷ, ㅁ
ㄱ. π(무리수)
ㄴ. 2.131313…은 순환소수이므로 유리수이다.
ㄷ. $\sqrt{4}=2$의 양의 제곱근은 $\sqrt{2}$로 무리수이다.
ㄹ. $\frac{9}{16}$(유리수)
ㅁ. $\sqrt{3}-1$(무리수)
따라서 유리수가 아닌 실수는 무리수이므로 ㄱ, ㄷ, ㅁ이다.
확인 무리수의 형태
(1) 순환하지 않는 무한소수
예 0.25732…, −3.5214…

(2) 근호 안의 수가 유리수의 제곱이 되지 않는 수
예 $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{7}$, $\cdots$
(3) 원주율 π
(4) (무리수)+(유리수),
(무리수)−(유리수),
(유리수)−(무리수)
예 $\sqrt{2}+1$, $\sqrt{3}-2$, $3-\sqrt{5}$, $\cdots$

3 $\overline{AE}=\sqrt{2}$, $E(1+\sqrt{2})$
정사각형 ABCD의 넓이가 2이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{2}$이다.
$\therefore \overline{AB}=\sqrt{2}$
$\overline{AE}=\overline{AB}$이므로 $\overline{AE}=\sqrt{2}$
점 E는 점 A(1)로부터 오른쪽에 위치하고 $\overline{AE}=\sqrt{2}$이므로 $E(1+\sqrt{2})$이다.

4 A : $-\sqrt{5}$, B : $4-\sqrt{10}$, C : $\sqrt{5}$, D : $4+\sqrt{10}$
넓이가 5인 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{5}$이다.
$\therefore A(-\sqrt{5})$, $C(\sqrt{5})$
넓이가 10인 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{10}$이다.
$\therefore B(4-\sqrt{10})$, $D(4+\sqrt{10})$

5 ⑤
⑤ $\sqrt{6}-1=2.449-1=1.449<\sqrt{5}$
확인 두 실수 사이에 있는 실수 찾기
(1) 두 실수의 평균을 이용
예 1과 $\sqrt{2}$ 사이의 실수 : $\dfrac{1+\sqrt{2}}{2}$
(2) 충분히 작은(두 수의 차보다 작은) 수를 더하거나 뺀다.
예 $\sqrt{2}$와 $\sqrt{3}$ 사이의 실수 :
$\sqrt{2}+0.01$, $\sqrt{3}-0.001$

6 D
$1<\sqrt{3}<2$에서 $2<1+\sqrt{3}<3$
따라서 $1+\sqrt{3}$에 대응하는 점이 될 수 있는 것은 D이다.

4강 실수의 대소 관계

필수 예제 p. 16

1 (1) < (2) > (3) < (4) >
(1) $(\sqrt{10}-1)-3=\sqrt{10}-4$
$=\sqrt{10}-\sqrt{16}<0$
$\therefore \sqrt{10}-1<3$
(2) $(2-\sqrt{5})-(-1)=3-\sqrt{5}$
$=\sqrt{9}-\sqrt{5}>0$
$\therefore 2-\sqrt{5}>-1$
(3) $\sqrt{8}+\sqrt{5}$ □ $3+\sqrt{5}$ 양변에 $-\sqrt{5}$
$\sqrt{8}$ □ 3
$\sqrt{8}$ < $\sqrt{9}$
$\therefore \sqrt{8}+\sqrt{5}<3+\sqrt{5}$
(4) $\sqrt{5}=2.\times\times\times$이므로
$1+\sqrt{5}=3.\times\times\times$
$\sqrt{7}=2.\triangle\triangle\triangle$
$\therefore 1+\sqrt{5}>\sqrt{7}$

2 (1) 정수 부분 : 2, 소수 부분 : $\sqrt{5}-2$
(2) 정수 부분 : 3, 소수 부분 : $\sqrt{3}-1$
(1) $2<\sqrt{5}<3$이므로 $\sqrt{5}$의 정수 부분은 2이고, 소수 부분은 $\sqrt{5}-2$이다.
(2) $1<\sqrt{3}<2$이므로 $3<2+\sqrt{3}<4$
따라서 $2+\sqrt{3}$의 정수 부분은 3이고, 소수 부분은
$(2+\sqrt{3})-3=\sqrt{3}-1$

3 ④
$2<\sqrt{7}<3$이므로 $\sqrt{7}$의 정수 부분 $a=2$, 소수 부분 $b=\sqrt{7}-2$
$\therefore 2a+b=4+(\sqrt{7}-2)=\sqrt{7}+2$

핵심 유형 익히기 p. 17

1 ②
① $(\sqrt{5}-2)-(\sqrt{3}-2)=\sqrt{5}-\sqrt{3}>0$
$\therefore \sqrt{5}-2>\sqrt{3}-2$
② $(4-\sqrt{3})-3=1-\sqrt{3}<0$
$\therefore 4-\sqrt{3}<3$
③ $5-(\sqrt{3}+3)=2-\sqrt{3}$
$=\sqrt{4}-\sqrt{3}>0$
$\therefore 5>\sqrt{3}+3$
④ $6-(\sqrt{20}+1)=5-\sqrt{20}$
$=\sqrt{25}-\sqrt{20}>0$
$\therefore 6>\sqrt{20}+1$
⑤ $2-\sqrt{3}$ □ $\sqrt{5}-\sqrt{3}$ 양변에 $+\sqrt{3}$
2 □ $\sqrt{5}$
$\sqrt{4}$ < $\sqrt{5}$
$\therefore 2-\sqrt{3}<\sqrt{5}-\sqrt{3}$
확인 실수의 대소 관계
(1) 두 수의 차 이용
① $a-b>0$이면 $a>b$
② $a-b=0$이면 $a=b$
③ $a-b<0$이면 $a<b$
(2) 부등식의 성질 이용
① $a+\cancel{m}>b+\cancel{m}$이면 $a>b$
② $a-\cancel{m}>b-\cancel{m}$이면 $a>b$

2 ①
$a-b=2-(3-\sqrt{2})=-1+\sqrt{2}>0$
$\therefore a>b$ $\cdots$ ㉠
$b-c=(3-\sqrt{2})-(-\sqrt{2}+1)=2>0$
$\therefore b>c$ $\cdots$ ㉡
㉠, ㉡에 의하여 $c<b<a$

3 $2+\sqrt{3}$, $\sqrt{3}-\sqrt{5}$
3, $2+\sqrt{3}$은 양수이고 $2-\sqrt{5}$, $\sqrt{3}-\sqrt{5}$는 음수이다.
양수끼리 비교하면
$3-(2+\sqrt{3})=1-\sqrt{3}<0$
$\therefore 3<2+\sqrt{3}$
음수끼리 비교하면
$(2-\sqrt{5})-(\sqrt{3}-\sqrt{5})=2-\sqrt{3}>0$
$\therefore 2-\sqrt{5}>\sqrt{3}-\sqrt{5}$
$\therefore \sqrt{3}-\sqrt{5}<2-\sqrt{5}<0<3<2+\sqrt{3}$
따라서 가장 큰 수는 $2+\sqrt{3}$, 가장 작은 수는 $\sqrt{3}-\sqrt{5}$이다.

4 $4-\sqrt{3}$
$3<\sqrt{11}<4$이므로 $\sqrt{11}$의 정수 부분 $a=3$
$1<\sqrt{3}<2$이므로 $\sqrt{3}$의 소수 부분 $b=\sqrt{3}-1$
$\therefore a-b=3-(\sqrt{3}-1)=4-\sqrt{3}$

5 (1) $7-\sqrt{2}$ (2) $-2+2\sqrt{3}$
(1) $1<\sqrt{2}<2$에서 $6<5+\sqrt{2}<7$이므로 $5+\sqrt{2}$의 정수 부분 $a=6$
소수 부분
$b=(5+\sqrt{2})-6=\sqrt{2}-1$
$\therefore a-b=6-(\sqrt{2}-1)=7-\sqrt{2}$
(2) $1<\sqrt{3}<2$에서 $-2<-\sqrt{3}<-1$
$\therefore 2<4-\sqrt{3}<3$
$4-\sqrt{3}$의 정수 부분 $a=2$
소수 부분
$b=(4-\sqrt{3})-2=2-\sqrt{3}$
$\therefore a-2b=2-2(2-\sqrt{3})$
$=-2+2\sqrt{3}$

계산력 다지기 p. 18~19

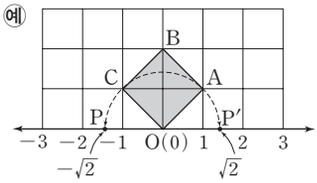
무리수 찾기

2	$\sqrt{45}$	3.74	$\sqrt{60}$	0.3	$\sqrt{121}$	$\sqrt{7+2}$	$\sqrt{625}$	$\frac{7}{8}$	$\sqrt{\frac{25}{64}}$
$\sqrt{3}\times\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{0.4}$	$\sqrt{8}$	$\sqrt{3+1}$	-2	$(\sqrt{7})^2$	$\sqrt{49}$	$\sqrt{13}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{64}$
$\sqrt{50}$	$\sqrt{3.6}$	$\sqrt{56}$	$\frac{49}{64}$	3.7	$\sqrt{400}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	0.2	$\sqrt{0.04}$	$\sqrt{1.6}$
$\sqrt{110}$	π	$1-\sqrt{3}$	$\sqrt{10}$	0.24	4	0.75	$\sqrt{0.4}$	8	$\sqrt{2}$
$\sqrt{(-2)^2}$	0.48	$\sqrt{0.3}$	$\sqrt{17}$	$\sqrt{3+8}$	$\sqrt{12}$	$\sqrt{0.2}$	$\sqrt{7}$	$\pi-\sqrt{3}$	$\sqrt{3+4}$
6	$\sqrt{900}$	$\sqrt{14}$	$\sqrt{5}$	$\sqrt{2}-\sqrt{3}$	$\sqrt{7.4}$	$\sqrt{0.1}$	$\sqrt{0.65}$	$\sqrt{9+4}$	$\sqrt{2}+\sqrt{3}$
$\pi\times\frac{1}{\pi}$	0	$\pi-1$	$2\sqrt{3}$	$\sqrt{8.1}$	$\sqrt{5}+1$	$\sqrt{2}+1$	$\sqrt{\frac{2}{5}}$	$\sqrt{19}$	$\sqrt{25}$
$1.\dot{2}$	$\frac{1}{8}$	$3\sqrt{7}$	$\sqrt{15}$	$\sqrt{5+4}$	$\sqrt{0.81}$	$\sqrt{4.9}$	$(-\sqrt{3})^2$	$\sqrt{\frac{9}{49}}$	$\sqrt{14+2}$
$\frac{1}{2}$	$\sqrt{\frac{3}{4}}$	$\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\sqrt{13-1}$	$\sqrt{100}$	$\sqrt{1.4}$	$\sqrt{20}$	1.14	$-\frac{49}{64}$	$\frac{2}{3}$
$\sqrt{144}$	$\sqrt{16}$	$\frac{1}{3}$	$\sqrt{21}$	7	$\frac{1}{5}$	$0.\dot{7}$	$\frac{1}{\sqrt{8}}$	$\sqrt{\frac{1}{2}}$	0.78

5	$\frac{4}{3}$	$\sqrt{33}$	$\sqrt{35}$	$\sqrt{0.001}$	$\sqrt{2+8}$	$\sqrt{0.1}$	1.414	$\sqrt{0.49}$	800
0.1	$\sqrt{0.9}$	$\sqrt{3}+2$	$\sqrt{9+7}$	$\frac{1}{100}$	$\sqrt{11}$	$\pi-3$	$\frac{3}{4}$	$\frac{25}{16}$	$\sqrt{0.8}$
$\frac{1}{7}$	2π	$\sqrt{0.01}$	$\sqrt{\frac{3}{5}}$	0.32	0.5	$\sqrt{1.5}$	$\pi+1$	$\sqrt{(-3)^2}$	$\sqrt{22}$
$\sqrt{0.7}$	$2\sqrt{5}$	$\sqrt{225}$	1	$\sqrt{81}$	$\sqrt{0.16}$	$\frac{1}{9}$	$\sqrt{0.5}$	11	$\sqrt{1.2}$
$\frac{1}{10}$	$\sqrt{\frac{4}{5}}$	$\sqrt{121}$	$\frac{9}{3}$	-20	$\sqrt{0.25}$	$\sqrt{169}$	$\sqrt{\frac{3}{8}}$	$\sqrt{\frac{7}{25}}$	$1+\sqrt{3}$
$\frac{1}{4}$	$\sqrt{117}$	$\sqrt{2}\times\frac{1}{\sqrt{2}}$	16	$\pi\times\frac{2}{\pi}$	$\sqrt{3600}$	$\sqrt{0.09}$	$\sqrt{2.5}$	$\sqrt{27}$	$\sqrt{120}$
$\frac{1}{6}$	$\sqrt{26}$	$\sqrt{48}$	1.5	$\frac{5}{9}$	$\frac{1}{13}$	$\sqrt{256}$	$\sqrt{130}$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{2.4}$
$(-\sqrt{2})^2$	-7	$3\sqrt{2}$	$\pi-2$	3π	$-\frac{\sqrt{15}}{49}$	$\sqrt{6}$	$\sqrt{50}$	$\sqrt{10000}$	$\sqrt{\frac{2}{3}}$
-1	$-\sqrt{225}$	$\sqrt{8+1}$	$\sqrt{44}$	$\sqrt{(-\sqrt{2})^2}$	$\sqrt{\frac{8}{49}}$	$\sqrt{5}-\sqrt{3}$	$0.4\dot{7}$	$\sqrt{2500}$	$(\sqrt{2})^2$
0.77	$0\times\frac{1}{\pi}$	$\sqrt{63}$	9	$\sqrt{39}$	0.4	$\frac{1}{\sqrt{5}}$	$\sqrt{\frac{16}{49}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$3.\dot{5}$

무리수와 수직선

1 예

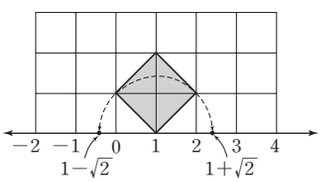


(1) $\sqrt{2}$

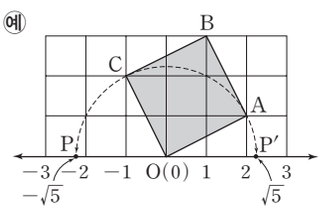
(2) 위의 그림 참조

(3) 예 P : $-\sqrt{2}$, P′ : $\sqrt{2}$

2



3 예

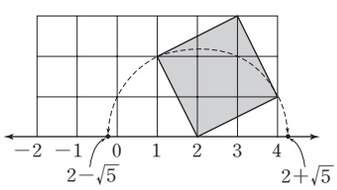


(1) $\sqrt{5}$

(2) 위의 그림 참조

(3) 예 P : $-\sqrt{5}$, P′ : $\sqrt{5}$

4



(첫 번째 표 – 위에서부터 차례로)

$\sqrt{121}=11$, $\sqrt{7+2}=3$, $\sqrt{625}=25$, $\sqrt{\frac{25}{64}}=\frac{5}{8}$, $\sqrt{3}\times\frac{1}{\sqrt{3}}=1$, $(\sqrt{7})^2=7$, $\sqrt{49}=7$, $\sqrt{64}=8$, $\sqrt{36}=6$, $\sqrt{400}=20$, $\sqrt{0.04}=0.2$, $\sqrt{0.\dot{4}}=\frac{2}{3}$, $\sqrt{(-2)^2}=2$, $\sqrt{900}=30$, $\pi\times\frac{1}{\pi}=1$, $\sqrt{25}=5$, $\sqrt{5+4}=3$, $\sqrt{0.81}=0.9$, $(-\sqrt{3})^2=3$, $\sqrt{\frac{9}{49}}=\frac{3}{7}$, $\sqrt{14+2}=4$, $\sqrt{100}=10$, $\sqrt{144}=12$, $\sqrt{16}=4$

(두 번째 표 – 위에서부터 차례로)

$\sqrt{0.\dot{1}}=\frac{1}{3}$, $\sqrt{0.49}=0.7$, $\sqrt{9+7}=4$, $\sqrt{0.01}=0.1$, $\sqrt{(-3)^4}=9$, $\sqrt{225}=15$, $\sqrt{81}=9$, $\sqrt{0.16}=0.4$, $\sqrt{121}=11$, $\sqrt{0.25}=0.5$, $\sqrt{169}=13$, $\sqrt{2}\times\frac{1}{\sqrt{2}}=1$, $\pi\times\frac{2}{\pi}=2$, $\sqrt{3600}=60$, $\sqrt{0.09}=0.3$, $\sqrt{256}=16$, $(-\sqrt{2})^2=2$, $\sqrt{10000}=100$, $-\sqrt{225}=-15$, $\sqrt{8+1}=3$, $\sqrt{2500}=50$, $(\sqrt{2})^2=2$, $0\times\frac{1}{\pi}=0$, $\sqrt{\frac{16}{49}}=\frac{4}{7}$

1 (1) 정사각형 OABC의 넓이가 2이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{2}$이다.

(3) 예 원점 O를 중심으로 왼쪽에 위치한 점을 P, 오른쪽에 위치한 점을 P′이라고 하자.
$\overline{OP}=\overline{OP'}=\sqrt{2}$이므로 점 P에 대응하는 수는 $-\sqrt{2}$, 점 P′에 대응하는 수는 $\sqrt{2}$이다.

2 한 꼭짓점이 수직선 위의 1에 있고 넓이가 2인 정사각형을 그린 후 그 꼭짓점을 중심으로 하고 정사각형의 한 변을 반지름으로 하는 반원을 그린다.
이때 반원과 수직선이 왼쪽에서 만나는 점에 대응하는 수가 $1-\sqrt{2}$, 오른쪽에서 만나는 점에 대응하는 수가 $1+\sqrt{2}$이다.

3 (1) 정사각형 OABC의 넓이가 5이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{5}$이다.

(3) 예 원점 O를 중심으로 왼쪽에 위치한 점을 P, 오른쪽에 위치한 점을 P′이라고 하자.
$\overline{OP}=\overline{OP'}=\sqrt{5}$이므로 점 P에 대응하는 수는 $-\sqrt{5}$, 점 P′에 대응하는 수는 $\sqrt{5}$이다.

4 한 꼭짓점이 수직선 위의 2에 있고 넓이가 5인 정사각형을 그린 후 그 꼭짓점을 중심으로 하고 정사각형의 한 변을 반지름으로 하는 반원을 그린다.
이때 반원과 수직선이 왼쪽에서 만나는 점에 대응하는 수가 $2-\sqrt{5}$, 오른쪽에서 만나는 점에 대응하는 수가 $2+\sqrt{5}$이다.

100점 잡는 족집게 기출 문제 p. 20~23

1 ③ **2** ③, ⑤
3 (가) 정수 (나) 0 (다) 무리수 **4** ⑤
5 풀이 참조 **6** ⑤ **7** ④
8 ③ **9** ②, ④ **10** ⑤ **11** ④
12 ㄴ, ㄱ, ㄹ, ㄷ **13** $12-\sqrt{5}$
14 ④ **15** ④ **16** ①, ③ **17** ②
18 ③ **19** ⑤ **20** ① **21** ①, ④
22 ④ **23** 3 **24** ②
25 $1+\sqrt{2}$, 과정은 풀이 참조
26 $-\sqrt{3}$, 과정은 풀이 참조

1 ㄱ. $\sqrt{0.04}=0.2$(유리수)
ㄹ. $-\sqrt{\frac{25}{64}}=-\frac{5}{8}$(유리수)
ㅂ. $0.45656\cdots=0.4\dot{5}\dot{6}$(유리수)
따라서 무리수인 것은 ㄴ, ㄷ, ㅁ이다.

2 ① $1<\sqrt{3}<2$이므로 $\sqrt{3}$은 2보다 작다.
②, ③, ④ $\sqrt{3}$은 순환하지 않는 무한소수, 즉 무리수이므로 기약분수로 나타낼 수 없다.
⑤ $\sqrt{(-3)^2}=3$의 양의 제곱근은 $\sqrt{3}$이다.
따라서 옳은 것은 ③, ⑤이다.

3 유리수는 정수와 정수가 아닌 유리수로 나뉘고, 정수는 양의 정수, 0, 음의 정수로 나뉜다.
또 실수는 유리수와 무리수로 나뉜다.

4 ⑤ 무한소수 중 순환하는 무한소수는 유리수이다.

확인 소수의 분류

소수 { 유한소수, 무한소수 { 순환소수 } 유리수, 순환하지 않는 무한소수 } – 무리수

5 $\sqrt{16}=4$, $4-\sqrt{4}=4-2=2$
(1) $0.8\dot{7}$, $\sqrt{16}$, 0.1, $4-\sqrt{4}$
(2) $\sqrt{0.4}$
(3) $0.8\dot{7}$, $\sqrt{0.4}$, $\sqrt{16}$, 0.1, $4-\sqrt{4}$

6 ⑤ 점 J에 대응하는 수는 $1-\sqrt{2}$이다.

7 ① $\sqrt{6}+1=2.449+1=3.449>\sqrt{7}$
② $\sqrt{7}-\sqrt{6}=2.646-2.449$
$=0.197<\sqrt{6}$
③ $\sqrt{6}+\sqrt{7}>\sqrt{7}$

④ $\sqrt{6}$과 $\sqrt{7}$의 평균 $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{7}}{2}$은 $\sqrt{6}$과 $\sqrt{7}$ 사이에 존재한다.

⑤ $2\sqrt{6}-2=2\times2.449-2$
$=2.898>\sqrt{7}$

8 $2<\sqrt{7}<3$에서 $-3<-\sqrt{7}<-2$
이므로 $4<7-\sqrt{7}<5$
$9<7+\sqrt{7}<10$
따라서 $7-\sqrt{7}$과 $7+\sqrt{7}$ 사이에 있는 정수는 5, 6, 7, 8, 9이므로
$5+6+7+8+9=35$

9 ②, ④ 서로 다른 두 실수 사이에는 무수히 많은 무리수가 존재한다.

10 ⑤ $\sqrt{5}-\sqrt{13}\ \square\ 2-\sqrt{13}$ 양변에 $+\sqrt{13}$
$\sqrt{5}\ \boxed{>}\ 2$
$\therefore \sqrt{5}-\sqrt{13}>2-\sqrt{13}$

11 $b-c=(\sqrt{2}+2)-(\sqrt{3}+\sqrt{2})$
$=2-\sqrt{3}>0$
$\therefore b>c$
$c-a=(\sqrt{3}+\sqrt{2})-(\sqrt{2}-1)$
$=\sqrt{3}+1>0$
$\therefore c>a$
따라서 세 수의 대소 관계는 $a<c<b$

12 ㄱ. $\sqrt{0.09}=0.3$이므로
$\sqrt{0.09}-0.2=0.3-0.2=0.1$
ㄷ. $1<\sqrt{3}<2$에서
$-2<-\sqrt{3}<-1$이므로
$1<3-\sqrt{3}<2$
따라서 작은 것부터 순서대로 나열하면
ㄴ, ㄱ, ㄹ, ㄷ

13 $2<\sqrt{5}<3$이므로 $5<3+\sqrt{5}<6$
$3+\sqrt{5}$의 정수 부분 $a=5$
소수 부분 $b=(3+\sqrt{5})-5=\sqrt{5}-2$
$\therefore 2a-b=10-(\sqrt{5}-2)$
$=12-\sqrt{5}$

14 $\sqrt{x}$가 무리수이려면 x는 제곱수가 아니어야 한다.
16보다 작은 자연수 중에서 제곱수는 1, 4, 9의 3개이므로 제곱수가 아닌 수는 $15-3=12$(개)

15 ① 순환하는 무한소수는 유리수이다.
② 유리수는 유한소수 또는 순환소수로 나타내어진다.
③ $\sqrt{3^2}=3$과 같이 근호 안의 수가 제곱수이면 유리수이다.
⑤ 제곱수의 제곱근은 유리수이다.

16 $a=\sqrt{3}$이므로
① $a-3=\sqrt{3}-3$
② $-\sqrt{3}a=-\sqrt{3}\times\sqrt{3}$
$=-(\sqrt{3})^2=-3$
③ $3a=3\sqrt{3}$
④ $(-a)^4=(-\sqrt{3})^4=9$이므로
$\sqrt{(-a)^4}=\sqrt{9}=3$
⑤ $a^2=(\sqrt{3})^2=3$
따라서 무리수인 것은 ①, ③이다.

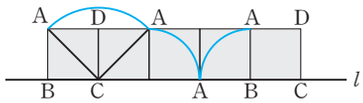
17 □ABCD$=5$이므로
$\overline{BC}=\overline{BP}=\sqrt{5}$
따라서 점 P는 점 B(-1)보다 오른쪽에 위치하므로 P$(-1+\sqrt{5})$이다.

18 A : $1<\sqrt{2}<2$이므로 $-2<-\sqrt{2}<-1$
$\therefore -4<-2-\sqrt{2}<-3$
B : $1<\sqrt{3}<2$이므로 $-2<-\sqrt{3}<-1$
C : $2<\sqrt{5}<3$이므로 $-1<-3+\sqrt{5}<0$
D : $1<\sqrt{3}<2$이므로 $2<1+\sqrt{3}<3$
E : $3<\sqrt{12}<4$
따라서 점 C에 대응하는 수 $-3+\sqrt{5}$는 -1과 0 사이의 수이므로 점 C의 위치가 바르지 않다.

19 ① $-2<-\sqrt{3}<-1$, $3<\sqrt{10}<4$
이므로 $-\sqrt{3}$과 $\sqrt{10}$ 사이의 정수는 -1, 0, 1, 2, 3의 5개이다.
⑤ 수직선 위의 모든 점은 유리수와 무리수로 나타낼 수 있다.
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

20 수직선 위에 나타낼 때, 가장 오른쪽에 위치하는 수가 가장 큰 수이다.
$1-\sqrt{2}$와 $\sqrt{3}-2$는 0보다 작고,
$3+\sqrt{3}$, $\sqrt{3}-1$, 4는 0보다 크다.
$(3+\sqrt{3})-(\sqrt{3}-1)=4>0$이므로
$3+\sqrt{3}>\sqrt{3}-1$
$(3+\sqrt{3})-4=-1+\sqrt{3}>0$이므로
$3+\sqrt{3}>4$
따라서 ① $3+\sqrt{3}$이 수직선 위에서 가장 오른쪽에 위치한다.

21 ① (유리수)+(무리수)=(무리수)
② $a=0$, $b=\sqrt{2}$이면 $ab=0$(유리수)
③ $b=\sqrt{5}$이면 $b^2=5$(유리수)
④ (무리수)−(유리수)=(무리수)
⑤ $a=0$, $b=\sqrt{3}$이면 $\frac{a}{b}=0$(유리수)
따라서 항상 무리수가 되는 것은 ①, ④이다.

22


정사각형 ABCD가 한 바퀴 구를 때 점 A가 움직인 거리는 반지름의 길이가 $\sqrt{2}$인 사분원의 호의 길이와 반지름의 길이가 1인 사분원 2개의 호의 길이의 합과 같으므로
$2\pi\times\sqrt{2}\times\frac{1}{4}+\left(2\pi\times1\times\frac{1}{4}\right)\times2$
$=\frac{2+\sqrt{2}}{2}\pi$

23 a는 세 자리의 자연수이므로
$100\le a\le999$에서 $\sqrt{100}\le\sqrt{a}\le\sqrt{999}$
즉, $10\le\sqrt{a}<32$이므로 $\sqrt{a}$의 정수 부분은 두 자리의 수이다.
이때 $10n\le n\sqrt{a}<32n$이므로 $n\sqrt{a}$의 정수 부분이 항상 두 자리의 수이려면 자연수 n은 1, 2, 3이어야 한다.
따라서 가장 큰 자연수 $n=3$이다.

24 $2015^2<2015^2+1<2016^2$이므로
$2015<\sqrt{2015^2+1}<2016$
즉, $\sqrt{2015^2+1}$의 정수 부분이 2015이므로 소수 부분
$a=\sqrt{2015^2+1}-2015$
$\therefore (a+2015)^2=(\sqrt{2015^2+1})^2$
$=2015^2+1$
따라서 2015^2의 일의 자리의 숫자는 5이므로 2015^2+1의 일의 자리의 숫자는 6이다.

25 한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$이므로
$\overline{CA}=\overline{CP}=\sqrt{2}$
이때 점 P는 점 C에서 왼쪽으로 $\sqrt{2}$만큼 이동한 점이고 대응하는 수가 $2-\sqrt{2}$이므로
점 C에 대응하는 수는 2 … (i)
점 B에 대응하는 수는 1 … (ii)
따라서 점 B에서 오른쪽으로 $\sqrt{2}$만큼 이동한 점 Q에 대응하는 수는 $1+\sqrt{2}$이다. … (iii)

채점 기준
(i) 점 C에 대응하는 수 구하기
(ii) 점 B에 대응하는 수 구하기
(iii) 점 Q에 대응하는 수 구하기

26 $2<\sqrt{5}<3$이므로 $\sqrt{5}$의 정수 부분
$a=2$ … (i)
$1<\sqrt{3}<2$에서 $-2<-\sqrt{3}<-1$이므로 $1<3-\sqrt{3}<2$

따라서 $3-\sqrt{3}$의 정수 부분은 1이므로 … (ii)

소수 부분

$b=(3-\sqrt{3})-1=2-\sqrt{3}$ … (iii)

$\therefore b-a=(2-\sqrt{3})-2$

$=-\sqrt{3}$ … (iv)

채점 기준
(i) a의 값 구하기
(ii) $3-\sqrt{3}$의 정수 부분 구하기
(iii) b의 값 구하기
(iv) $b-a$의 값 구하기

5강 제곱근의 곱셈과 나눗셈

필수 예제 p. 24

1 (1) **4** (2) $\sqrt{2}$ (3) $6\sqrt{21}$ (4) **2**
(5) $\sqrt{6}$ (6) **6**

(1) $\sqrt{2}\times\sqrt{8}=\sqrt{16}=\sqrt{4^2}=4$

(2) $\sqrt{\frac{12}{5}}\times\sqrt{\frac{5}{6}}=\sqrt{\frac{12}{5}\times\frac{5}{6}}=\sqrt{2}$

(3) $2\sqrt{3}\times3\sqrt{7}=2\times3\times\sqrt{3\times7}$
$=6\sqrt{21}$

(4) $\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{8}}=\sqrt{\frac{32}{8}}=\sqrt{4}=2$

(5) $\sqrt{18}\div\sqrt{3}=\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{3}}=\sqrt{\frac{18}{3}}=\sqrt{6}$

(6) $12\sqrt{8}\div4\sqrt{2}=\frac{12\sqrt{8}}{4\sqrt{2}}=3\sqrt{4}=6$

2 (1) $2\sqrt{5}$ (2) $3\sqrt{3}$ (3) $\frac{\sqrt{5}}{10}$ (4) $\frac{\sqrt{7}}{4}$

(1) $\sqrt{20}=\sqrt{2^2\times5}=2\sqrt{5}$

(2) $\sqrt{27}=\sqrt{3^3}=3\sqrt{3}$

(3) $\sqrt{\frac{5}{100}}=\sqrt{\frac{5}{10^2}}=\frac{\sqrt{5}}{10}$

(4) $\sqrt{\frac{7}{16}}=\sqrt{\frac{7}{4^2}}=\frac{\sqrt{7}}{4}$

3 (1) $\sqrt{8}$ (2) $\sqrt{18}$ (3) $\sqrt{\frac{3}{16}}$ (4) $\sqrt{\frac{5}{9}}$

(1) $2\sqrt{2}=\sqrt{2^2\times2}=\sqrt{8}$

(2) $3\sqrt{2}=\sqrt{3^2\times2}=\sqrt{18}$

(3) $\frac{\sqrt{3}}{4}=\sqrt{\frac{3}{4^2}}=\sqrt{\frac{3}{16}}$

(4) $\frac{\sqrt{5}}{3}=\sqrt{\frac{5}{3^2}}=\sqrt{\frac{5}{9}}$

핵심 유형 익히기 p. 25

1 ②

① $\sqrt{3}\times\sqrt{3}=\sqrt{9}=3$

③ $\sqrt{\frac{12}{7}}\sqrt{\frac{7}{3}}=\sqrt{\frac{12}{7}\times\frac{7}{3}}=\sqrt{4}=2$

④ $\sqrt{10}\div\sqrt{2}=\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{2}}=\sqrt{\frac{10}{2}}=\sqrt{5}$

⑤ $\sqrt{3}\sqrt{2}\sqrt{5}=\sqrt{3\times2\times5}=\sqrt{30}$

2 ④

$\sqrt{5}\times\sqrt{10}\div\sqrt{2}=\sqrt{\frac{5\times10}{2}}=\sqrt{25}=5$

3 (1) a^2b (2) ab^2

(1) $\sqrt{12}=\sqrt{2^2\times3}=(\sqrt{2})^2\times\sqrt{3}=a^2b$

(2) $\sqrt{245}=\sqrt{5\times7^2}$
$=\sqrt{5}\times(\sqrt{7})^2=ab^2$

확인 근호를 문자로 나타내는 방법

(1) 근호 안의 수를 소인수분해하기
$\sqrt{20}=\sqrt{2^2\times5}$

(2) 근호를 분리하기
$\sqrt{2^2\times5}=\sqrt{2^2}\times\sqrt{5}=(\sqrt{2})^2\times\sqrt{5}$

(3) 해당 문자로 표현하기
$\sqrt{2}=a$, $\sqrt{5}=b$라고 하면 $\sqrt{20}=a^2b$

4 ④

④ $\sqrt{108}=\sqrt{6^2\times3}=6\sqrt{3}$

5 ②

$\sqrt{6}\times\sqrt{10}=\sqrt{6\times10}=\sqrt{2^2\times15}$
$=2\sqrt{15}$

$\therefore a=2$

6 $4\sqrt{5}$

$4\sqrt{5}=\sqrt{4^2\times5}=\sqrt{80}$

$5\sqrt{2}=\sqrt{5^2\times2}=\sqrt{50}$

$3\sqrt{6}=\sqrt{3^2\times6}=\sqrt{54}$

$9\sqrt{\frac{1}{3}}=\sqrt{9^2\times\frac{1}{3}}=\sqrt{27}$

따라서 가장 큰 수는 $4\sqrt{5}$이다.

6강 분모의 유리화와 제곱근의 값

필수 예제 p. 26

1 (1) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (2) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ (3) $-\frac{5\sqrt{7}}{7}$ (4) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

(1) $\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{1\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

(2) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$

(3) $-\frac{5}{\sqrt{7}}=-\frac{5\times\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}}=-\frac{5\sqrt{7}}{7}$

(4) $\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{15}}=\frac{2}{\sqrt{3}}=\frac{2\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$

2 **10**

$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{20}}=\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{3}\times\sqrt{5}}{2\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{15}}{10}$

$\therefore x=10$

3 **2.460**

주어진 제곱근표에서 6.0의 가로줄과 5의 세로줄이 만나는 수는 2.460이므로 $\sqrt{6.05}=2.460$

4 (1) **14.14** (2) **447.2** (3) **0.1414**

(1) $\sqrt{200}=\sqrt{2\times100}=10\sqrt{2}$
$=10\times1.414=14.14$

(2) $\sqrt{200000}=\sqrt{20\times10000}=100\sqrt{20}$
$=100\times4.472=447.2$

(3) $\sqrt{0.02}=\sqrt{\frac{2}{100}}=\frac{\sqrt{2}}{10}$
$=\frac{1.414}{10}=0.1414$

핵심 유형 익히기 p. 27

1 ②

$\frac{\sqrt{27}}{2\sqrt{6}}=\frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{6}}=\frac{3}{2\sqrt{2}}$
$=\frac{3\times\sqrt{2}}{2\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{4}$

2 ④

$\frac{\sqrt{33}}{2\sqrt{54}}=\frac{\sqrt{33}}{6\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{11}}{6\sqrt{2}}$
$=\frac{\sqrt{11}\times\sqrt{2}}{6\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{22}}{12}$

따라서 $a=12$, $b=22$이므로

$a+b=12+22=34$

3 (1) $\frac{5\sqrt{3}}{9}$ (2) $\frac{3\sqrt{14}}{7}$

(1) $\frac{5}{\sqrt{18}}\times\sqrt{\frac{2}{3}}=\frac{5}{3\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$
$=\frac{5}{3\sqrt{3}}=\frac{5\times\sqrt{3}}{3\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$
$=\frac{5\sqrt{3}}{9}$

(2) $\sqrt{\frac{6}{5}}\div\sqrt{\frac{7}{15}}=\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}}\div\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{15}}$
$=\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}}\times\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{7}}$
$=\frac{\sqrt{6}\times\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$
$=\frac{3\sqrt{2}\times\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}}$
$=\frac{3\sqrt{14}}{7}$

4 ④

$\sqrt{6000}=\sqrt{60\times100}=10\sqrt{60}$

$=10\times7.746=77.46$

5 (1) **269.1** (2) **0.8509**

(1) $\sqrt{72400}=\sqrt{7.24\times10000}$

$=100\sqrt{7.24}$

$=100\times2.691$

$=269.1$

(2) $\sqrt{0.724}=\sqrt{\dfrac{72.4}{100}}=\dfrac{\sqrt{72.4}}{10}$

$=\dfrac{8.509}{10}=0.8509$

7강 제곱근의 덧셈과 뺄셈

필수 예제 p. 28

1 (1) $\mathbf{13\sqrt{3}}$ (2) $\mathbf{2\sqrt{5}}$

(1) $8\sqrt{3}+5\sqrt{3}=(8+5)\sqrt{3}$

$=13\sqrt{3}$

(2) $4\sqrt{5}-\sqrt{20}=4\sqrt{5}-2\sqrt{5}$

$=(4-2)\sqrt{5}=2\sqrt{5}$

2 (1) $\mathbf{5-4\sqrt{2}}$ (2) $\mathbf{\sqrt{6}-2}$

(3) $\mathbf{1+\sqrt{21}}$ (4) $\mathbf{7\sqrt{2}}$

(1) (주어진 식)$=\sqrt{2}+5-5\sqrt{2}$

$=5-4\sqrt{2}$

(2) (주어진 식)$=\dfrac{\sqrt{30}}{\sqrt{5}}-\dfrac{\sqrt{20}}{\sqrt{5}}$

$=\sqrt{6}-\sqrt{4}$

$=\sqrt{6}-2$

(3) (주어진 식)$=7+2\sqrt{21}-\sqrt{21}-6$

$=1+\sqrt{21}$

(4) (주어진 식)$=6-2\sqrt{2}+9\sqrt{2}-6$

$=7\sqrt{2}$

3 (1) $\mathbf{\dfrac{2-\sqrt{2}}{2}}$ (2) $\mathbf{-\sqrt{2}-\sqrt{3}}$

(1) $\dfrac{1}{2+\sqrt{2}}=\dfrac{2-\sqrt{2}}{(2+\sqrt{2})(2-\sqrt{2})}$

$=\dfrac{2-\sqrt{2}}{4-2}$

$=\dfrac{2-\sqrt{2}}{2}$

(2) $\dfrac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{(\sqrt{2}-\sqrt{3})(\sqrt{2}+\sqrt{3})}$

$=\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2-3}$

$=-\sqrt{2}-\sqrt{3}$

4 **5**

(주어진 식)

$=\dfrac{(\sqrt{7}-\sqrt{3})^2}{(\sqrt{7}+\sqrt{3})(\sqrt{7}-\sqrt{3})}$

$+\dfrac{(\sqrt{7}+\sqrt{3})^2}{(\sqrt{7}-\sqrt{3})(\sqrt{7}+\sqrt{3})}$

$=\dfrac{1}{4}\{(10-2\sqrt{21})+(10+2\sqrt{21})\}$

$=\dfrac{1}{4}\times20=5$

핵심 유형 익히기 p. 29

1 ②

② $\sqrt{2}-\sqrt{8}=\sqrt{2}-2\sqrt{2}=-\sqrt{2}$

③ $\sqrt{20}+\sqrt{5}=2\sqrt{5}+\sqrt{5}=3\sqrt{5}$

④ $\sqrt{27}-\sqrt{3}=3\sqrt{3}-\sqrt{3}=2\sqrt{3}$

⑤ $\sqrt{72}+\sqrt{32}=6\sqrt{2}+4\sqrt{2}=10\sqrt{2}$

따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

2 (1) $\mathbf{3\sqrt{3}}$ (2) **0** (3) $\mathbf{1-\sqrt{6}}$

(1) (주어진 식)

$=3\sqrt{2}-\sqrt{12}+5\sqrt{3}-\sqrt{18}$

$=3\sqrt{2}-2\sqrt{3}+5\sqrt{3}-3\sqrt{2}$

$=3\sqrt{3}$

(2) (주어진 식)

$=\dfrac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}}+\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}-\left(\dfrac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}}+\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\right)$

$=\sqrt{9}+1-(\sqrt{9}+1)=0$

(3) (주어진 식)$=\sqrt{6}-3+4-2\sqrt{6}$

$=1-\sqrt{6}$

3 -8

$(4-3\sqrt{2})(2+5\sqrt{2})$

$=8+20\sqrt{2}-6\sqrt{2}-30$

$=-22+14\sqrt{2}$

따라서 $a=-22$, $b=14$이므로

$a+b=-22+14=-8$

4 (1) $\mathbf{6+2\sqrt{3}}$ (2) $\mathbf{3\sqrt{3}-5}$

(1) $\dfrac{12}{3-\sqrt{3}}=\dfrac{12(3+\sqrt{3})}{(3-\sqrt{3})(3+\sqrt{3})}$

$=\dfrac{12(3+\sqrt{3})}{9-3}$

$=\dfrac{12(3+\sqrt{3})}{6}$

$=2(3+\sqrt{3})=6+2\sqrt{3}$

(2) $\dfrac{\sqrt{3}-1}{2+\sqrt{3}}=\dfrac{(\sqrt{3}-1)(2-\sqrt{3})}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}$

$=\dfrac{2\sqrt{3}-3-2+\sqrt{3}}{4-3}$

$=3\sqrt{3}-5$

5 ③

$\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}=\dfrac{(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})}$

$=\dfrac{5+2\sqrt{15}+3}{5-3}$

$=\dfrac{8+2\sqrt{15}}{2}$

$=4+\sqrt{15}$

따라서 $a=4$, $b=1$이므로

$a+b=4+1=5$

6 **3**

$x=\dfrac{1}{\sqrt{10}-3}=\dfrac{\sqrt{10}+3}{(\sqrt{10}-3)(\sqrt{10}+3)}$

$=\dfrac{\sqrt{10}+3}{10-9}$

$=\sqrt{10}+3$

이므로 $x-3=\sqrt{10}$

위 식의 양변을 제곱하면

$x^2-6x+9=10$

따라서 $x^2-6x=1$이므로

$x^2-6x+2=1+2=3$

계산력 다지기 p. 30~31

제곱근의 곱셈과 나눗셈

1 (1) $\sqrt{66}$ (2) 6 (3) $\sqrt{2}$

(4) 1 (5) $2\sqrt{30}$ (6) $6\sqrt{14}$

(7) $\sqrt{5}$ (8) $\sqrt{7}$ (9) $\dfrac{1}{2}$

(10) $\sqrt{3}$ (11) $\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$ (12) $\sqrt{6}$

(13) $\sqrt{15}$ (14) $\dfrac{9}{2}$

근호가 있는 식의 변형

2 (1) $2\sqrt{5}$ (2) $7\sqrt{2}$ (3) $6\sqrt{6}$

(4) $\dfrac{\sqrt{3}}{5}$ (5) $\dfrac{\sqrt{5}}{12}$ (6) $\dfrac{\sqrt{13}}{10}$

3 (1) $\sqrt{52}$ (2) $\sqrt{63}$ (3) $\sqrt{216}$

(4) $\sqrt{\dfrac{3}{8}}$ (5) $\sqrt{6}$ (6) $\sqrt{8}$

분모의 유리화

4 (1) $\sqrt{5}$ (2) $\dfrac{\sqrt{14}}{7}$ (3) $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$

(4) $-\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$ (5) $\dfrac{\sqrt{15}}{10}$

(6) $\dfrac{\sqrt{21}}{9}$

제곱근의 덧셈과 뺄셈

5 (1) $4\sqrt{3}$ (2) $13\sqrt{13}$ (3) $3\sqrt{6}$
(4) $11\sqrt{3}$ (5) $7\sqrt{3}$ (6) $-2\sqrt{2}$
(7) $2\sqrt{3}$ (8) $\frac{12\sqrt{7}}{7}$ (9) $5\sqrt{6}$
(10) $2-2\sqrt{2}$ (11) $-4\sqrt{2}$
(12) $3\sqrt{5}$ (13) $\frac{4\sqrt{6}}{3}$
(14) $2\sqrt{3}+2\sqrt{2}-2$

곱셈 공식을 이용한 분모의 유리화

6 (1) $\frac{2+\sqrt{2}}{2}$ (2) $-2\sqrt{15}+8$
(3) $3\sqrt{5}-3\sqrt{3}$ (4) $5-2\sqrt{5}$
(5) $5-2\sqrt{6}$ (6) $11+4\sqrt{7}$

1 (2) $\sqrt{4}\sqrt{9}=\sqrt{36}=6$

(4) $\sqrt{\frac{2}{3}}\sqrt{\frac{12}{8}}=\sqrt{\frac{2}{3}\times\frac{12}{8}}=\sqrt{1}=1$

(6) $3\sqrt{2}\times2\sqrt{7}=3\times2\times\sqrt{2\times7}$
$=6\sqrt{14}$

(9) $\sqrt{8}\div\sqrt{32}=\sqrt{\frac{8}{32}}=\sqrt{\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}$

(10) $\sqrt{\frac{4}{7}}\div\sqrt{\frac{4}{21}}=\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{7}}\div\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{21}}$
$=\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{7}}\times\frac{\sqrt{21}}{\sqrt{4}}=\sqrt{3}$

(11) $4\sqrt{6}\div3\sqrt{3}=\frac{4\sqrt{6}}{3\sqrt{3}}=\frac{4\sqrt{2}}{3}$

(12) $\sqrt{2}\times\sqrt{15}\div\sqrt{5}=\sqrt{\frac{2\times15}{5}}=\sqrt{6}$

(13) $\sqrt{12}\div\sqrt{16}\times\sqrt{20}=\sqrt{\frac{12\times20}{16}}$
$=\sqrt{15}$

(14) $3\sqrt{5}\times6\sqrt{3}\div4\sqrt{15}=\frac{18\sqrt{15}}{4\sqrt{15}}$
$=\frac{9}{2}$

2 (1) $\sqrt{20}=\sqrt{2^2\times5}=2\sqrt{5}$
(2) $\sqrt{98}=\sqrt{2\times7^2}=7\sqrt{2}$
(3) $\sqrt{216}=\sqrt{6^3}=6\sqrt{6}$
(4) $\sqrt{\frac{3}{25}}=\sqrt{\frac{3}{5^2}}=\frac{\sqrt{3}}{5}$
(5) $\sqrt{\frac{5}{144}}=\sqrt{\frac{5}{12^2}}=\frac{\sqrt{5}}{12}$
(6) $\sqrt{0.13}=\sqrt{\frac{13}{100}}=\sqrt{\frac{13}{10^2}}=\frac{\sqrt{13}}{10}$

3 (1) $2\sqrt{13}=\sqrt{2^2\times13}=\sqrt{52}$
(2) $3\sqrt{7}=\sqrt{3^2\times7}=\sqrt{63}$
(3) $6\sqrt{6}=\sqrt{6^2\times6}=\sqrt{216}$
(4) $\frac{\sqrt{6}}{4}=\sqrt{\frac{6}{4^2}}=\sqrt{\frac{3}{8}}$
(5) $\frac{\sqrt{54}}{3}=\sqrt{\frac{54}{3^2}}=\sqrt{6}$
(6) $\frac{2}{5}\sqrt{50}=\sqrt{\left(\frac{2}{5}\right)^2\times50}=\sqrt{8}$

4 (1) $\frac{5}{\sqrt{5}}=\frac{5\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\sqrt{5}$

(2) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{2}\times\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{14}}{7}$

(3) $\frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{10}}=\frac{3}{\sqrt{2}}=\frac{3\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$

(4) $-\frac{12}{6\sqrt{3}}=-\frac{2}{\sqrt{3}}=-\frac{2\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$
$=-\frac{2\sqrt{3}}{3}$

(5) $\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{3}\times\sqrt{5}}{2\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{15}}{10}$

(6) $\frac{4\sqrt{7}}{12\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{7}}{3\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{7}\times\sqrt{3}}{3\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$
$=\frac{\sqrt{21}}{9}$

5 (3) $\sqrt{24}+\sqrt{6}=2\sqrt{6}+\sqrt{6}=3\sqrt{6}$
(4) $\sqrt{108}+\sqrt{75}=6\sqrt{3}+5\sqrt{3}=11\sqrt{3}$
(7) $\sqrt{27}-\sqrt{3}=3\sqrt{3}-\sqrt{3}=2\sqrt{3}$

(8) $\sqrt{28}-\frac{2}{\sqrt{7}}=2\sqrt{7}-\frac{2\sqrt{7}}{7}$
$=\frac{12\sqrt{7}}{7}$

(9) $\sqrt{3}(\sqrt{8}+3\sqrt{2})=\sqrt{24}+3\sqrt{6}$
$=2\sqrt{6}+3\sqrt{6}$
$=5\sqrt{6}$

(10) $\frac{\sqrt{60}-\sqrt{120}}{\sqrt{15}}=\frac{\sqrt{60}}{\sqrt{15}}-\frac{\sqrt{120}}{\sqrt{15}}$
$=\sqrt{4}-\sqrt{8}$
$=2-2\sqrt{2}$

(11) $3\sqrt{2}+\sqrt{50}-\frac{24}{\sqrt{2}}$
$=3\sqrt{2}+5\sqrt{2}-12\sqrt{2}$
$=-4\sqrt{2}$

(12) $\sqrt{80}-\sqrt{45}+2\sqrt{5}$
$=4\sqrt{5}-3\sqrt{5}+2\sqrt{5}$
$=3\sqrt{5}$

(13) $\sqrt{2}\times\sqrt{12}-4\div\sqrt{6}$
$=\sqrt{2}\times2\sqrt{3}-\frac{4}{\sqrt{6}}$
$=2\sqrt{6}-\frac{2\sqrt{6}}{3}=\frac{4\sqrt{6}}{3}$

(14) $\sqrt{3}(2-\sqrt{6})+\sqrt{2}(5-\sqrt{2})$
$=2\sqrt{3}-3\sqrt{2}+5\sqrt{2}-2$
$=2\sqrt{3}+2\sqrt{2}-2$

6 (1) $\frac{1}{2-\sqrt{2}}=\frac{2+\sqrt{2}}{(2-\sqrt{2})(2+\sqrt{2})}$
$=\frac{2+\sqrt{2}}{2}$

(2) $\frac{2}{\sqrt{15}+4}=\frac{2(\sqrt{15}-4)}{(\sqrt{15}+4)(\sqrt{15}-4)}$
$=-2(\sqrt{15}-4)$
$=-2\sqrt{15}+8$

(3) $\frac{6}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}=\frac{6(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})}$
$=\frac{6(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{2}$
$=3\sqrt{5}-3\sqrt{3}$

(4) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}+2}=\frac{\sqrt{5}(\sqrt{5}-2)}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)}$
$=5-2\sqrt{5}$

(5) $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=\frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}$
$=3-2\sqrt{6}+2$
$=5-2\sqrt{6}$

(6) $\frac{\sqrt{7}+5}{3-\sqrt{7}}=\frac{(\sqrt{7}+5)(3+\sqrt{7})}{(3-\sqrt{7})(3+\sqrt{7})}$
$=\frac{22+8\sqrt{7}}{2}$
$=11+4\sqrt{7}$

100점 잡는 족집게 기출 문제 p. 32~35

1 ㄱ, ㄴ	**2** 2	**3** ⑤	**4** ⑤
5 $\frac{4}{\sqrt{5}}$	**6** 24.92	**7** ⑤	**8** ③
9 ①	**10** ①	**11** ①	**12** ④
13 -3	**14** ①	**15** ⑤	**16** ①
17 ②	**18** $5\sqrt{3}-3\sqrt{6}$		
19 $16+24\sqrt{2}$		**20** ⑤	**21** 3
22 ②	**23** ①	**24** ④	
25 $18\sqrt{2}+2\sqrt{5}$		**26** 37	**27** -4
28 9	**29** 0, 과정은 풀이 참조		
30 $11-6\sqrt{2}$, 과정은 풀이 참조			

1 ㄱ. $\sqrt{16}+\sqrt{9}=4+3=7$
ㄴ. $\sqrt{16}-\sqrt{9}=4-3=1$
따라서 옳지 않은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

2 $(\sqrt{32}-\sqrt{8})\div\sqrt{2}=\frac{\sqrt{32}-\sqrt{8}}{\sqrt{2}}$
$=\frac{4\sqrt{2}-2\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$
$=\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=2$

3 $\sqrt{72}=\sqrt{2^3\times3^2}$
$=(\sqrt{2})^3\times(\sqrt{3})^2=a^3b^2$

4 $\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}}=\dfrac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})\times\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}$
$=\dfrac{\sqrt{18}-\sqrt{12}}{6}$
$=\dfrac{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{6}$

5 $\dfrac{4}{5}=\sqrt{\dfrac{16}{25}}$, $\dfrac{\sqrt{4}}{5}=\sqrt{\dfrac{4}{25}}$,
$\dfrac{4}{\sqrt{5}}=\sqrt{\dfrac{16}{5}}$이므로
$\sqrt{\dfrac{4}{25}}<\sqrt{\dfrac{16}{25}}<\sqrt{\dfrac{4}{5}}<\sqrt{\dfrac{16}{5}}$
$\therefore \dfrac{\sqrt{4}}{5}<\dfrac{4}{5}<\sqrt{\dfrac{4}{5}}<\dfrac{4}{\sqrt{5}}$
따라서 가장 큰 수는 $\dfrac{4}{\sqrt{5}}$이다.

6 $\sqrt{621}=\sqrt{6.21\times100}$
$=10\sqrt{6.21}$
$=10\times2.492=24.92$

7 ① $\sqrt{800}=\sqrt{8\times100}=10\sqrt{8}=28.28$
② $\sqrt{8000}=\sqrt{80\times100}$
$=10\sqrt{80}=89.44$
③ $\sqrt{80000}=\sqrt{8\times10000}$
$=100\sqrt{8}=282.8$
④ $\sqrt{0.08}=\sqrt{\dfrac{8}{100}}=\dfrac{\sqrt{8}}{10}=0.2828$
⑤ $\sqrt{0.008}=\sqrt{\dfrac{80}{10000}}$
$=\dfrac{\sqrt{80}}{100}=0.08944$
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.
확인 0과 1 사이의 수와 99.9보다 큰 수의 제곱근의 값은 제곱근의 성질을 이용하여 구한다.
① 0과 1 사이의 수 :
$\sqrt{\dfrac{a}{100}}=\dfrac{\sqrt{a}}{10}$, $\sqrt{\dfrac{a}{10000}}=\dfrac{\sqrt{a}}{100}$, $\cdots$
② 99.9보다 큰 수 : $\sqrt{100a}=10\sqrt{a}$,
$\sqrt{10000a}=100\sqrt{a}$, $\cdots$

8 (좌변)$=6\sqrt{2}-a\sqrt{2}+5\sqrt{2}$
$=(11-a)\sqrt{2}$
이므로 $11-a=3$ $\quad\therefore a=8$

9 (주어진 식)
$=6\sqrt{2}\times(-2\sqrt{3})\times\dfrac{3}{2}+10\sqrt{6}$
$=-18\sqrt{6}+10\sqrt{6}$
$=-8\sqrt{6}$

10 (넓이)
$=\dfrac{1}{2}\times\{\sqrt{8}+(\sqrt{8}+\sqrt{2})\}\times\sqrt{3}$
$=\dfrac{1}{2}\times(2\sqrt{2}+2\sqrt{2}+\sqrt{2})\times\sqrt{3}$
$=\dfrac{1}{2}\times5\sqrt{2}\times\sqrt{3}=\dfrac{5\sqrt{6}}{2}$

11 $(2-\sqrt{3})(a+2\sqrt{3})$
$=(2a-6)+(4-a)\sqrt{3}$
이므로 $2a-6=4$, $4-a=b$
$\therefore a=5$, $b=-1$

12 $x=\dfrac{3}{\sqrt{2}+1}=\dfrac{3(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}$
$=3\sqrt{2}-3$
이므로 $x+3=3\sqrt{2}$
위 식의 양변을 제곱하면
$x^2+6x+9=18$, $x^2+6x=9$
$\therefore x^2+6x-5=9-5=4$

13 (좌변)$=\dfrac{-4\sqrt{5}\times3\sqrt{3}}{2\sqrt{6}}=\dfrac{-6\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$
$=\dfrac{-6\sqrt{5}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=-3\sqrt{10}$
$\therefore a=-3$

14 $\dfrac{\sqrt{7}}{7}<\dfrac{x}{14}<\dfrac{\sqrt{2}}{2}$라고 하면
$\dfrac{\sqrt{7}}{7}=\dfrac{2\sqrt{7}}{14}=\dfrac{\sqrt{28}}{14}$,
$\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\dfrac{7\sqrt{2}}{14}=\dfrac{\sqrt{98}}{14}$이므로
$\dfrac{\sqrt{28}}{14}<\dfrac{x}{14}<\dfrac{\sqrt{98}}{14}$
이때 $5<\sqrt{28}<6$, $9<\sqrt{98}<10$이므로 자연수 x가 될 수 있는 수는 9의 1개이다.

15 $a\sqrt{\dfrac{b}{a}}+b\sqrt{\dfrac{a}{b}}=\sqrt{a^2\times\dfrac{b}{a}}+\sqrt{b^2\times\dfrac{a}{b}}$
$=\sqrt{ab}+\sqrt{ab}$
$=6+6=12$

16 $\dfrac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}}=\dfrac{2\sqrt{2}\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\dfrac{2\sqrt{10}}{5}$
$\therefore a=\dfrac{2}{5}$
$\dfrac{5}{\sqrt{48}}=\dfrac{5}{4\sqrt{3}}=\dfrac{5\times\sqrt{3}}{4\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{5\sqrt{3}}{12}$
$\therefore b=\dfrac{5}{12}$
$\therefore \sqrt{ab}=\sqrt{\dfrac{2}{5}\times\dfrac{5}{12}}=\sqrt{\dfrac{1}{6}}$
$=\dfrac{1\times\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=\dfrac{\sqrt{6}}{6}$

17 $\dfrac{\sqrt{5}}{5\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{10}}{10}=\dfrac{3.162}{10}=0.3162$

18 $\sqrt{2}A-\sqrt{3}B$
$=\sqrt{2}(2\sqrt{3}+\sqrt{6})-\sqrt{3}(5\sqrt{2}-3)$
$=2\sqrt{6}+2\sqrt{3}-5\sqrt{6}+3\sqrt{3}$
$=5\sqrt{3}-3\sqrt{6}$

19 한 변의 길이가 8인 정사각형의 각 변의 중점을 연결하여 만든 정사각형의 넓이는 $\dfrac{1}{2}\times8^2=32$이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{32}=4\sqrt{2}$이다.
같은 방법으로 만든 2개의 정사각형의 넓이는 차례로 16, 8이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{16}=4$, $\sqrt{8}=2\sqrt{2}$이다.
따라서 색칠한 부분의 둘레의 길이의 합은
$4(4\sqrt{2}+4+2\sqrt{2})=16+24\sqrt{2}$

20 두 점 P, Q에 대응하는 수는 각각 $-\sqrt{2}$, $1+\sqrt{2}$이므로
$\overline{PQ}=1+\sqrt{2}-(-\sqrt{2})=1+2\sqrt{2}$

21 (주어진 식)
$=2a\sqrt{2}-4-6\sqrt{2}+3a$
$=(-4+3a)+(2a-6)\sqrt{2}$
이 수가 유리수가 되기 위해서는
$2a-6=0$ $\quad\therefore a=3$
확인 두 유리수 a, b와 무리수 $\sqrt{m}$에 대하여 $a+b\sqrt{m}$이 유리수가 되기 위한 조건은 $b=0$이다.

22 (주어진 식)$=\{(2\sqrt{2}+3)(2\sqrt{2}-3)\}^{99}$
$=(8-9)^{99}$
$=(-1)^{99}=-1$

23 $x=\dfrac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}+1}=\dfrac{(\sqrt{5}-1)^2}{(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)}$
$=\dfrac{6-2\sqrt{5}}{4}=\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}$
$\dfrac{1}{x}=\dfrac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1}=\dfrac{(\sqrt{5}+1)^2}{(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1)}$
$=\dfrac{6+2\sqrt{5}}{4}=\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$
따라서 $x+\dfrac{1}{x}=3$, $x-\dfrac{1}{x}=-\sqrt{5}$
이므로
$x^2-\dfrac{1}{x^2}=\left(x+\dfrac{1}{x}\right)\left(x-\dfrac{1}{x}\right)$
$=3\times(-\sqrt{5})=-3\sqrt{5}$

24 $12=5+7$
$=(\sqrt{5})^2+(\sqrt{7})^2=a^2+b^2$
$\therefore \sqrt{12}=\sqrt{a^2+b^2}$

25 네 정사각형의 한 변의 길이는 왼쪽부터 차례로

$\sqrt{2}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{8}=2\sqrt{2}$, $\sqrt{18}=3\sqrt{2}$

겹치는 세 정사각형의 한 변의 길이는 왼쪽부터 차례로

$\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\frac{\sqrt{5}}{2}$, $\frac{2\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$

따라서 주어진 도형의 둘레의 길이는

$4(\sqrt{2}+\sqrt{5}+2\sqrt{2}+3\sqrt{2})$
$\quad -4\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{5}}{2}+\sqrt{2}\right)$
$=(24\sqrt{2}+4\sqrt{5})-(6\sqrt{2}+2\sqrt{5})$
$=18\sqrt{2}+2\sqrt{5}$

26 $\sqrt{1368}=\sqrt{3.42\times400}$
$=20\sqrt{3.42}$
$=20\times1.85=37$

27 $(\sqrt{3}+2)^{33}=A$, $(\sqrt{3}-2)^{33}=B$로 놓으면

(주어진 식)
$=(A+B)^2-(A-B)^2$
$=4AB$
$=4(\sqrt{3}+2)^{33}(\sqrt{3}-2)^{33}$
$=4\{(\sqrt{3}+2)(\sqrt{3}-2)\}^{33}$
$=4\times(-1)^{33}=-4$

28 $a◎(a+1)$
$=\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{a+1}}$
$=\frac{\sqrt{a}-\sqrt{a+1}}{(\sqrt{a}+\sqrt{a+1})(\sqrt{a}-\sqrt{a+1})}$
$=\frac{\sqrt{a}-\sqrt{a+1}}{a-(a+1)}$
$=\sqrt{a+1}-\sqrt{a}$

$\therefore$ $1◎2+2◎3+3◎4+\cdots+99◎100$
$=(\sqrt{2}-\sqrt{1})+(\sqrt{3}-\sqrt{2})$
$\quad +(\sqrt{4}-\sqrt{3})+\cdots$
$\quad +(\sqrt{100}-\sqrt{99})$
$=-1+10=9$

29 $\sqrt{2}(a+\sqrt{20})-\sqrt{10}(\sqrt{5}+b)$
$=a\sqrt{2}+\sqrt{40}-\sqrt{50}-b\sqrt{10}$
$=a\sqrt{2}+2\sqrt{10}-5\sqrt{2}-b\sqrt{10}$
$=(a-5)\sqrt{2}+(2-b)\sqrt{10}$ ⋯ (i)

에서 $a-5=1$, $2-b=8$이므로

$a=6$, $b=-6$ ⋯ (ii)

$\therefore$ $a+b=6-6=0$ ⋯ (iii)

채점 기준
(i) 좌변을 간단히 하기
(ii) a, b의 값 각각 구하기
(iii) $a+b$의 값 구하기

30 $\frac{1}{\sqrt{2}-1}=\frac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}$
$=\sqrt{2}+1$ ⋯ (i)

$1<\sqrt{2}<2$에서 $2<\sqrt{2}+1<3$이므로

정수 부분 $a=2$

소수 부분 $b=(\sqrt{2}+1)-2$
$=\sqrt{2}-1$ ⋯ (ii)

$\therefore$ $(a-b)^2=\{2-(\sqrt{2}-1)\}^2$
$=(3-\sqrt{2})^2$
$=9-6\sqrt{2}+2$
$=11-6\sqrt{2}$ ⋯ (iii)

채점 기준
(i) 분모를 유리화하기
(ii) a, b의 값 각각 구하기
(iii) $(a-b)^2$의 값 구하기

8강 인수분해의 뜻과 공식

필수 예제 p. 36

1 (1) $a^2-8a+16$ (2) x^2-4
(3) x^2-2x-3

2 (1) $4a(3a-2)$ (2) $x(x+a-b)$
(3) $(2y-z)(x+y)$
(4) $(x-1)(x^2+1)$

(3) $x(2y-z)-y(z-2y)$
$=x(2y-z)+y(2y-z)$
$=(2y-z)(x+y)$

(4) x^3-x^2+x-1
$=x^2(x-1)+(x-1)$
$=(x-1)(x^2+1)$

3 (1) $(x+1)^2$ (2) $(x-2)^2$
(3) $(x+3)(x-3)$
(4) $\left(\frac{1}{2}a+1\right)\left(\frac{1}{2}a-1\right)$

(4) $\frac{1}{4}a^2-1=\left(\frac{1}{2}a\right)^2-1^2$
$=\left(\frac{1}{2}a+1\right)\left(\frac{1}{2}a-1\right)$

4 (1) $(a+3)(a+2)$
(2) $(x+5)(x-2)$
(3) $(2x+3)(x+2)$
(4) $(3a-2b)(2a+b)$

(1) $a^2+5a+6=(a+3)(a+2)$

$$\begin{array}{ccccc} a & \diagup\!\!\!\!\diagdown & 3 & \longrightarrow & 3a \\ a & & 2 & \longrightarrow & +)\ 2a \\ \hline & & & & 5a \end{array}$$

(2) $x^2+3x-10=(x+5)(x-2)$

$$\begin{array}{ccccc} x & \diagup\!\!\!\!\diagdown & 5 & \longrightarrow & 5x \\ x & & -2 & \longrightarrow & +)\ -2x \\ \hline & & & & 3x \end{array}$$

(3) $2x^2+7x+6=(2x+3)(x+2)$

$$\begin{array}{ccccc} 2x & \diagup\!\!\!\!\diagdown & 3 & \longrightarrow & 3x \\ x & & 2 & \longrightarrow & +)\ 4x \\ \hline & & & & 7x \end{array}$$

(4) $6a^2-ab-2b^2=(3a-2b)(2a+b)$

$$\begin{array}{ccccc} 3a & \diagup\!\!\!\!\diagdown & -2b & \longrightarrow & -4ab \\ 2a & & b & \longrightarrow & +)\ 3ab \\ \hline & & & & -ab \end{array}$$

핵심 유형 익히기 p. 37

1 ③, ⑤

2 ④
① $x+2x^2=x(1+2x)$
② $xy+xz+x=x(y+z+1)$
③ $ax-bxy=x(a-by)$
④ $xy+y-yz=y(x+1-z)$
⑤ $3x-xz=x(3-z)$
따라서 ①, ②, ③, ⑤의 공통인 인수는 x이므로 공통인 인수를 갖지 않는 것은 ④이다.

3 2
$4xy-2x-2y+1$
$=(4xy-2x)-(2y-1)$
$=2x(2y-1)-(2y-1)$
$=(2x-1)(2y-1)$
$\therefore$ $a=2$, $b=-1$, $c=2$, $d=-1$
$\therefore$ $a+b+c+d=2$

4 (1) 16 (2) ±12
(1) $x^2+8x+\square=x^2+2\times x\times4+\square$
$\therefore$ $\square=4^2=16$
(2) $a^2+\square ab+36b^2$
$=a^2+\square ab+(\pm6b)^2$
$\therefore$ $\square=2\times(\pm6)=\pm12$
확인 x^2+ax+b가 완전제곱식이 될 조건은 $a=\pm2\sqrt{b}$, $b=\left(\frac{a}{2}\right)^2$

5 (1)－㉣, (2)－㉡, (3)－㉠, (4)－㉢

6 ③
$2x^2+ax+9=(2x+3)(x+\square)$에서
$3\times\square=9$이므로 $\square=3$
$(2x+3)(x+3)=2x^2+9x+9$이므로
$a=9$

계산력 다지기 p. 38~39

곱셈 공식 다시 보기

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

$(ax+b)(cx+d)$
$=acx^2+(ad+bc)x+bd$

1 (1) $9a^2+12a+4$
(2) $x^2-4xy+4y^2$
(3) $x^2+\frac{1}{x^2}+2$ (4) $x^2+\frac{1}{x^2}-2$
(5) a^2-9b^2 (6) a^4-1
(7) x^2+5x+6
(8) $5a^2+7ab-6b^2$

인수분해 공식 1.

$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$

$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$

2 (1) $(x+5)^2$ (2) $(y-2)^2$
(3) $(a+5b)^2$ (4) $(3x-2)^2$
(5) $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2$ (6) $-4(x-2)^2$

3 (1) 9 (2) 10
(3) $\frac{4}{3}$

인수분해 공식 2.

$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

4 (1) $(x+8y)(x-8y)$
(2) $(3x+y)(3x-y)$
(3) $\left(x+\frac{1}{2}y\right)\left(x-\frac{1}{2}y\right)$
(4) $\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(x-\frac{1}{x}\right)$
(5) $2(x+4)(x-4)$
(6) $(x+1)(x-1)(x^2+1)$

인수분해 공식 3.

$x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$

5 (1) $(x+3)(x+1)$
(2) $(x-3)(x-2)$
(3) $(x+5)(x-1)$
(4) $(x+6)(x-2)$
(5) $(x-5)(x+4)$
(6) $(x-5)(x+3)$
(7) $(x-9y)(x+6y)$
(8) $(x-4y)(x+2y)$
(9) $a(x+8)(x-2)$
(10) $2a(x-7)(x-4)$
(11) $m(x-10y)(x-6y)$

인수분해 공식 4.

$acx^2+(ad+bc)x+bd$
$=(ax+b)(cx+d)$

6 (1) $(3x-1)(2x-3)$
(2) $(2x+1)(x+3)$
(3) $(3x-y)(x+2y)$
(4) $(7x-y)(x-y)$
(5) $(3y+2)(2y+3)$
(6) $(2a+b)(a-3b)$
(7) $2(3x+y)(2x-y)$
(8) $2(5x+1)(2x-1)$
(9) $a(2x-1)(x-3)$
(10) $a(3x-2)(2x+1)$
(11) $m(3x-5y)(2x+y)$

1 (6) $(a+1)(a-1)(a^2+1)$
$=(a^2-1)(a^2+1)$
$=a^4-1$

2 (1) $x^2+10x+25$
$=x^2+2\times x\times 5+5^2$
$=(x+5)^2$
(2) y^2-4y+4
$=y^2-2\times y\times 2+2^2$
$=(y-2)^2$
(3) $a^2+10ab+25b^2$
$=a^2+2\times a\times 5b+(5b)^2$
$=(a+5b)^2$
(4) $9x^2-12x+4$
$=(3x)^2-2\times 3x\times 2+2^2$
$=(3x-2)^2$
(5) $x^2+x+\frac{1}{4}$
$=x^2+2\times x\times\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\right)^2$
$=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2$
(6) $-4x^2+16x-16$
$=-4(x^2-4x+4)$
$=-4(x-2)^2$

3 (1) $x^2-6x+\square$
$=x^2-2\times x\times 3+\square$
이므로 $\square=3^2=9$
(2) $a^2\pm\square a+25$
$=a^2\pm\square a+(\pm 5)^2$
이므로 $\square=2\times 5=10$
(3) $4x^2\pm\square xy+\frac{1}{9}y^2$
$=(2x)^2\pm\square xy+\left(\pm\frac{1}{3}y\right)^2$
이므로 $\square=2\times 2\times\frac{1}{3}=\frac{4}{3}$

4 (1) $x^2-64y^2=x^2-(8y)^2$
$=(x+8y)(x-8y)$
(2) $9x^2-y^2=(3x)^2-y^2$
$=(3x+y)(3x-y)$
(3) $x^2-\frac{1}{4}y^2=x^2-\left(\frac{1}{2}y\right)^2$
$=\left(x+\frac{1}{2}y\right)\left(x-\frac{1}{2}y\right)$
(4) $x^2-\frac{1}{x^2}=x^2-\left(\frac{1}{x}\right)^2$
$=\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(x-\frac{1}{x}\right)$
(5) $2x^2-32=2(x^2-16)$
$=2(x^2-4^2)$
$=2(x+4)(x-4)$
(6) $x^4-1=(x^2)^2-1^2$
$=(x^2+1)(x^2-1)$
$=(x^2+1)(x+1)(x-1)$

5 (1) $x^2+4x+3=(x+3)(x+1)$

$$\begin{array}{ccccc} x & & 3 & \longrightarrow & 3x \\ x & & 1 & \longrightarrow & +)\ x \\ \hline & & & & 4x \end{array}$$

(2) $x^2-5x+6=(x-3)(x-2)$

$$\begin{array}{ccccc} x & & -3 & \longrightarrow & -3x \\ x & & -2 & \longrightarrow & +)\ -2x \\ \hline & & & & -5x \end{array}$$

(3) $x^2+4x-5=(x+5)(x-1)$

$$\begin{array}{ccccc} x & & 5 & \longrightarrow & 5x \\ x & & -1 & \longrightarrow & +)\ -x \\ \hline & & & & 4x \end{array}$$

(4) $x^2+4x-12=(x+6)(x-2)$

$$\begin{array}{ccccc} x & & 6 & \longrightarrow & 6x \\ x & & -2 & \longrightarrow & +)\ -2x \\ \hline & & & & 4x \end{array}$$

(5) $x^2-x-20=(x-5)(x+4)$

$$\begin{array}{ccccc} x & & -5 & \longrightarrow & -5x \\ x & & 4 & \longrightarrow & +)\ 4x \\ \hline & & & & -x \end{array}$$

(6) $x^2-2x-15=(x-5)(x+3)$

$$\begin{array}{ccccc} x & & -5 & \longrightarrow & -5x \\ x & & 3 & \longrightarrow & +)\ 3x \\ \hline & & & & -2x \end{array}$$

(7) $x^2-3xy-54y^2=(x-9y)(x+6y)$

$$\begin{array}{ccccc} x & & -9y & \longrightarrow & -9xy \\ x & & 6y & \longrightarrow & +)\ 6xy \\ \hline & & & & -3xy \end{array}$$

(8) $x^2-2xy-8y^2=(x-4y)(x+2y)$

$$\begin{array}{ccccc} x & & -4y & \longrightarrow & -4xy \\ x & & 2y & \longrightarrow & +)\ \underline{2xy} \\ & & & & -2xy \end{array}$$

(9) $ax^2+6ax-16a$
$=a(x^2+6x-16)$
$=a(x+8)(x-2)$

(10) $2ax^2-22ax+56a$
$=2a(x^2-11x+28)$
$=2a(x-7)(x-4)$

(11) $mx^2-16mxy+60my^2$
$=m(x^2-16xy+60y^2)$
$=m(x-10y)(x-6y)$

6 (1) $6x^2-11x+3=(3x-1)(2x-3)$

$$\begin{array}{ccccc} 3x & & -1 & \longrightarrow & -2x \\ 2x & & -3 & \longrightarrow & +)\ \underline{-9x} \\ & & & & -11x \end{array}$$

(2) $2x^2+7x+3=(2x+1)(x+3)$

$$\begin{array}{ccccc} 2x & & 1 & \longrightarrow & x \\ x & & 3 & \longrightarrow & +)\ \underline{6x} \\ & & & & 7x \end{array}$$

(3) $3x^2+5xy-2y^2=(3x-y)(x+2y)$

$$\begin{array}{ccccc} 3x & & -y & \longrightarrow & -xy \\ x & & 2y & \longrightarrow & +)\ \underline{6xy} \\ & & & & 5xy \end{array}$$

(4) $7x^2-8xy+y^2=(7x-y)(x-y)$

$$\begin{array}{ccccc} 7x & & -y & \longrightarrow & -xy \\ x & & -y & \longrightarrow & +)\ \underline{-7xy} \\ & & & & -8xy \end{array}$$

(5) $6y^2+13y+6=(3y+2)(2y+3)$

$$\begin{array}{ccccc} 3y & & 2 & \longrightarrow & 4y \\ 2y & & 3 & \longrightarrow & +)\ \underline{9y} \\ & & & & 13y \end{array}$$

(6) $2a^2-5ab-3b^2=(2a+b)(a-3b)$

$$\begin{array}{ccccc} 2a & & b & \longrightarrow & ab \\ a & & -3b & \longrightarrow & +)\ \underline{-6ab} \\ & & & & -5ab \end{array}$$

(7) $12x^2-2xy-2y^2$
$=2(6x^2-xy-y^2)$
$=2(3x+y)(2x-y)$

(8) $20x^2-6x-2$
$=2(10x^2-3x-1)$
$=2(5x+1)(2x-1)$

(9) $2ax^2-7ax+3a$
$=a(2x^2-7x+3)$
$=a(2x-1)(x-3)$

(10) $6ax^2-ax-2a$
$=a(6x^2-x-2)$
$=a(3x-2)(2x+1)$

(11) $6mx^2-7mxy-5my^2$
$=m(6x^2-7xy-5y^2)$
$=m(3x-5y)(2x+y)$

100점 잡는 족집게 기출 문제 p. 40~43

1 ⑤	2 ①	3 ④	4 ④
5 ⑤	6 ③	7 ①	8 ②
9 ①	10 $x+2$	11 ④	12 ⑤
13 ⑤	14 $2(3x-1)(x+1)$		
15 ④	16 ⑤	17 ④	18 ②
19 $-2x$	20 ⑤	21 ③	
22 $a=2$, $b=3$		23 $(x+8)(x-5)$	
24 ②	25 ⑤	26 ④	27 ⑤
28 56	29 $2x-1$, 과정은 풀이 참조		
30 $x-9$, 과정은 풀이 참조			

1 인수란 인수분해하였을 때 곱해진 각각의 식이므로 인수가 아닌 것은 ⑤이다.

2 $(a-2b)x+(2b-a)y$
$=(a-2b)x-(a-2b)y$
$=(a-2b)(x-y)$

3 $x^2+5x-14=(x+7)(x-2)$
이므로 인수는
$x+7$, $x-2$, $(x+7)(x-2)$

4 $x^2-10x+a=x^2-2\times x\times 5+a$
$=(x+b)^2$
에서 $a=5^2=25$, $b=-5$
$\therefore a+b=25-5=20$

확인 완전제곱식이 될 조건
① $x^2+ax+\square$: $\square=\left(\frac{a}{2}\right)^2$
② $a^2x^2+\square xy+b^2y^2$: $\square=\pm 2ab$

5 ① $2(x-1)^2$ ② $(a+4b)^2$
③ $(3x+1)^2$ ④ $\left(x-\frac{1}{4}\right)^2$
⑤ $(a-8b)(a-2b)$
따라서 완전제곱식으로 인수분해할 수 없는 것은 ⑤이다.

6 $x^2+ax+49=x^2+ax+(\pm 7)^2$에서
$a>0$이므로 $a=2\times 7=14$

7 $4x^2-25=(2x)^2-5^2$
$=(2x+5)(2x-5)$

8 $x^3-x=x(x^2-1)$
$=x(x+1)(x-1)$
따라서 인수가 아닌 것은 ②이다.

9 a^3-a^2-a+1
$=a^2(a-1)-(a-1)$
$=(a-1)(a^2-1)$
$=(a-1)(a+1)(a-1)$
$=(a-1)^2(a+1)$
따라서 인수가 아닌 것은 ①이다.

10 주어진 종이의 넓이의 합은 x^2+3x+2이므로 이 식을 인수분해하면
$x^2+3x+2=(x+1)(x+2)$
따라서 구하는 직사각형의 세로의 길이는 $x+2$이다.

11 곱이 -3인 두 정수는 3과 -1 또는 1과 -3이다.
이때 $x\times$㉠$+2x\times$㉡$=-5x$가 되어야 하므로 ㉠$=1$, ㉡$=-3$이다.

12 ⑤ $4xy^2-4xy+x=x(4y^2-4y+1)$
$=x(2y-1)^2$

13 $(2x-3)(3x-B)$
$=6x^2-(2B+9)x+3B$
$=6x^2-23x+A$
따라서 $2B+9=23$, $3B=A$이므로
$B=7$, $A=21$
$\therefore A+B=21+7=28$

14 $(2x+1)(3x-2)+5x$
$=6x^2+4x-2$
$=2(3x^2+2x-1)$
$=2(3x-1)(x+1)$

15 $x^2-3x-4=(x-4)(x+1)$,
$x^2-x-12=(x-4)(x+3)$
이므로 공통인 인수는 $x-4$이다.

16 $3x^2+ax-8=(x-4)(3x+p)$에서
$-8=-4p$ $\therefore p=2$
$(x-4)(3x+2)=3x^2-10x-8$
이므로 $a=-10$

17 ㄱ. $x^2-9x+18=(x-6)(x-3)$
ㄴ. $3x^2-21x+30=3(x-5)(x-2)$
ㄷ. $x^2-9=(x+3)(x-3)$
ㄹ. $2x^2+x-15=(2x-5)(x+3)$
따라서 $x+3$을 인수로 갖는 다항식은 ㄷ, ㄹ이다.

18 ① 1 ② 4 ③ $\pm\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ ± 2

따라서 □ 안의 수가 가장 큰 것은 ②이다.

19 $0<x<3$에서
$x-3<0$, $x+3>0$이므로
(주어진 식)$=\sqrt{(x-3)^2}-\sqrt{(x+3)^2}$
$=-(x-3)-(x+3)$
$=-2x$

20 ⑤ $3x^2-12y^2=3(x^2-4y^2)$
$=3(x+2y)(x-2y)$

21 $x^2+Ax-12=(x+2)(x+p)$에서
$-12=2p \quad \therefore p=-6$
$(x+2)(x-6)=x^2-4x-12$이므로
$A=-4$
$2x^2+x+B=(x+2)(2x+q)$에서
$1=q+4 \quad \therefore q=-3$
$(x+2)(2x-3)=2x^2+x-6$이므로
$B=-6$
$\therefore A+B=-4-6=-10$

22 $(2x+b)(3x-4)$
$=6x^2+(3b-8)x-4b$
$=6x^2+(4a-7)x-12$
$-4b=-12$에서 $b=3$
$3b-8=4a-7$에서
$1=4a-7 \quad \therefore a=2$

23 $(x+5)(x-2)=x^2+3x-10$이므로 처음 이차식의 x의 계수는 3이다.
$(x+10)(x-4)=x^2+6x-40$이므로 처음 이차식의 상수항은 -40이다.
따라서 처음 이차식은 $x^2+3x-40$이므로 $x^2+3x-40=(x+8)(x-5)$

24 $2xy-x-2y+1$
$=x(2y-1)-(2y-1)$
$=(x-1)(2y-1)=3$
이때 x, y는 양의 정수이므로
$x-1\geq 0$, $2y-1\geq 1$
즉, $x-1=1$, $2y-1=3$ 또는
$x-1=3$, $2y-1=1$
$\therefore x=2$, $y=2$ 또는 $x=4$, $y=1$
따라서 양의 정수 x, y의 순서쌍 (x, y)는 $(2, 2)$, $(4, 1)$의 2개이다.

25 $2x^2+3x+k=2\left(x^2+\frac{3}{2}x+\frac{k}{2}\right)$가 완전제곱식이 되기 위해서는
$\frac{k}{2}=\left(\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}\right)^2=\frac{9}{16}$
$\therefore k=\frac{9}{16}\times 2=\frac{9}{8}$

26 $\sqrt{x}=a-1$의 양변을 제곱하면
$x=(a-1)^2$이므로
$\sqrt{x-4a+8}+\sqrt{x+6a+3}$
$=\sqrt{(a-1)^2-4a+8}$
$+\sqrt{(a-1)^2+6a+3}$
$=\sqrt{a^2-6a+9}+\sqrt{a^2+4a+4}$
$=\sqrt{(a-3)^2}+\sqrt{(a+2)^2}$
이때 $-2<a-3<0$이고
$3<a+2<5$이므로
$\sqrt{(a-3)^2}+\sqrt{(a+2)^2}$
$=-(a-3)+(a+2)=5$

27 x^2의 계수는 $3=1\times 3$이고, 상수항은 $-2=(-1)\times 2=1\times(-2)$이므로 다음의 네 가지 경우를 생각할 수 있다.
(i) $3x^2+ax-2=(x-1)(3x+2)$ 일 때, $a=-1$
(ii) $3x^2+ax-2=(x+1)(3x-2)$ 일 때, $a=1$
(iii) $3x^2+ax-2=(x+2)(3x-1)$ 일 때, $a=5$
(iv) $3x^2+ax-2=(x-2)(3x+1)$ 일 때, $a=-5$
따라서 a의 값으로 적당하지 않은 것은 ⑤이다.

28 $x^2+15x+k=x^2+(a+b)x+ab$
a, b의 순서에는 상관이 없으므로 $a\leq b$라고 하면 두 수의 합이 15인 두 자연수 a, b의 순서쌍 (a, b)는
$(1, 14)$, $(2, 13)$, $(3, 12)$, $(4, 11)$, $(5, 10)$, $(6, 9)$, $(7, 8)$
따라서 두 수의 곱이 가장 큰 것은 $7\times 8=56$이므로 k의 최댓값은 56이다.

29 두 다항식을 각각 인수분해하면
$12x^2+4x-5$
$=(6x+5)(2x-1)$ … (i)
$2x^2-x-2xy+y$
$=x(2x-1)-y(2x-1)$
$=(x-y)(2x-1)$ … (ii)
따라서 공통인 인수는 $2x-1$이다. … (iii)

채점 기준
(i) $12x^2+4x-5$ 인수분해하기
(ii) $2x^2-x-2xy+y$ 인수분해하기
(iii) 공통인 인수 구하기

30 도형 A의 넓이는
$(x-6)^2-3^2=x^2-12x+27$ … (i)
$x^2-12x+27$을 인수분해하면
$x^2-12x+27=(x-9)(x-3)$ … (ii)
이때 도형 B는 가로의 길이가 $x-3$인 직사각형이므로 세로의 길이는 $x-9$이다. … (iii)

채점 기준
(i) 도형 A의 넓이 구하기
(ii) 인수분해하기
(iii) 도형 B의 세로의 길이 구하기

9강 복잡한 식의 인수분해

필수 예제 p. 44

1 (1) $(a+3)(a-1)$
(2) $(x+1)(x-1)$
(3) $(x+2y+2)(x+2y-6)$
(1) $a+1=A$로 놓으면
$(a+1)^2-4$
$=A^2-2^2$
$=(A+2)(A-2)$
$=(a+1+2)(a+1-2)$
$=(a+3)(a-1)$
(2) $x+2=A$로 놓으면
$(x+2)^2-4(x+2)+3$
$=A^2-4A+3$
$=(A-1)(A-3)$
$=(x+2-1)(x+2-3)$
$=(x+1)(x-1)$
(3) $x+2y=A$로 놓으면
$(x+2y)(x+2y-4)-12$
$=A(A-4)-12$
$=A^2-4A-12$
$=(A+2)(A-6)$
$=(x+2y+2)(x+2y-6)$

2 ④
$2x-1=A$로 놓으면
$(2x-1)^2-x^2$
$=A^2-x^2$
$=(A+x)(A-x)$
$=(2x-1+x)(2x-1-x)$
$=(3x-1)(x-1)$
따라서 두 일차식의 합은
$(3x-1)+(x-1)=4x-2$

3 (1) $(x+y+z)(x+y-z)$
(2) $(a+b-4)(a-b+4)$

(1) $x^2+2xy+y^2-z^2$
$=(x^2+2xy+y^2)-z^2$
$=(x+y)^2-z^2$
$=(x+y+z)(x+y-z)$
(2) $a^2-b^2+8b-16$
$=a^2-(b^2-8b+16)$
$=a^2-(b-4)^2$
$=(a+b-4)(a-b+4)$

4 $(x-1)(x+5y+3)$
$x^2+2x+5xy-5y-3$
$=5xy-5y+x^2+2x-3$
$=5y(x-1)+(x+3)(x-1)$
$=(x-1)(x+5y+3)$

핵심 유형 익히기 p. 45

1 ④
$x-2=A$로 놓으면
$3(x-2)^2+6(x-2)+3$
$=3A^2+6A+3$
$=3(A^2+2A+1)$
$=3(A+1)^2$
$=3(x-2+1)^2$
$=3(x-1)^2$
$\therefore a=3,\ b=-1$
$\therefore a+b=3-1=2$

2 ④
$a+b=A$로 놓으면
$(a+b+2)(a+b+3)-2$
$=(A+2)(A+3)-2$
$=A^2+5A+4$
$=(A+1)(A+4)$
$=(a+b+1)(a+b+4)$

3 ⑤
$3a-1=A$로 놓으면
$(3a-1)^2+3(1-3a)+2$
$=(3a-1)^2-3(3a-1)+2$
$=A^2-3A+2$
$=(A-1)(A-2)$
$=(3a-1-1)(3a-1-2)$
$=(3a-2)(3a-3)$
$=3(3a-2)(a-1)$
따라서 인수인 것은 ⑤이다.

4 ①
x^2-y^2-2y-1
$=x^2-(y^2+2y+1)$
$=x^2-(y+1)^2$
$=(x+y+1)(x-y-1)$
따라서 인수인 두 일차식의 합은
$(x+y+1)+(x-y-1)=2x$

5 $(a-1)(a+b+2)$
$a^2+ab+a-b-2$
$=(ab-b)+(a^2+a-2)$
$=b(a-1)+(a+2)(a-1)$
$=(a-1)(a+b+2)$

10강 인수분해 공식의 활용

필수 예제 p. 46

1 (1) **36** (2) **1000** (3) **10000**
(1) $12\times75-12\times72=12\times(75-72)$
$=12\times3=36$
(2) $55^2-45^2=(55+45)(55-45)$
$=100\times10=1000$
(3) $99^2+2\times99+1=(99+1)^2$
$=100^2=10000$

2 ⑤
$\sqrt{52^2-48^2}=\sqrt{(52+48)(52-48)}$
$=\sqrt{100\times4}$
$=\sqrt{400}=20$

3 (1) **10000** (2) **4800** (3) **−25**
(1) $x^2-6x+9=(x-3)^2$
$=(103-3)^2$
$=100^2=10000$
(2) $x^2-y^2=(x+y)(x-y)$
$=(74+26)(74-26)$
$=100\times48=4800$
(3) $x^2-y^2-2x-2y$
$=(x+y)(x-y)-2(x+y)$
$=(x+y)(x-y-2)$
$=5\times(-3-2)=-25$

4 ②
$x^2-8x+16=(x-4)^2$
$=(4-\sqrt{2}-4)^2$
$=(-\sqrt{2})^2=2$

5 ⑤
$a+b=2\sqrt{2},\ a-b=2$이므로
$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$
$=2\sqrt{2}\times2=4\sqrt{2}$

핵심 유형 익히기 p. 47

1 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

2 (1) **135** (2) **2500** (3) **9400**
(1) $45\times36-45\times33$
$=45\times(36-33)$
$=45\times3=135$
(2) $48^2+4\times48+4=(48+2)^2$
$=50^2=2500$
(3) $97^2-9=97^2-3^2$
$=(97+3)(97-3)$
$=100\times94=9400$

3 ②
$51^2-2\times51+1=(51-1)^2$
$=50^2=2500$
따라서 가장 편리한 공식은 ②이다.

4 ②
$x^2+2x-24=(x+6)(x-4)$
$=(24+6)(24-4)$
$=30\times20=600$

5 ⑤
$x=\dfrac{1}{2+\sqrt{3}}=\dfrac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}$
$=2-\sqrt{3}$
$y=\dfrac{1}{2-\sqrt{3}}=\dfrac{2+\sqrt{3}}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}$
$=2+\sqrt{3}$
$\therefore x^2+2xy+y^2=(x+y)^2$
$=(2-\sqrt{3}+2+\sqrt{3})^2$
$=4^2=16$

6 ②
$16a^2-9b^2=(4a+3b)(4a-3b)=24$
이고 $4a+3b=6$이므로 $4a-3b=4$

100점 잡는 족집게 기출 문제 p. 48~51

1 ① **2** $2x-5$ **3** ③ **4** ④
5 ②, ③ **6** $(a+2b-3)(a-2b-3)$
7 ① **8** ③ **9** 11 **10** ②
11 ⑤ **12** ④ **13** ⑤ **14** ④
15 $(3x-2)(2x+7)$ **16** ③
17 ④ **18** $(a-b+1)(a-b+2)$
19 ③ **20** ㄱ, ㄷ **21** ④ **22** ①
23 ① **24** ⑤ **25** ①
26 $(x-y)^2$ **27** $\dfrac{11}{20}$ **28** 64
29 $4x-6$, 과정은 풀이 참조
30 550, 과정은 풀이 참조

1 $x-4=A$로 놓으면
$(x-4)^2-9$
$=A^2-3^2$
$=(A+3)(A-3)$
$=(x-4+3)(x-4-3)$
$=(x-1)(x-7)$
따라서 $a=-1$, $b=-7$ 또는
$a=-7$, $b=-1$이므로
$a+b=-8$

2 $x-1=A$로 놓으면
(주어진 식)$=A^2-3A-28$
$=(A-7)(A+4)$
$=(x-1-7)(x-1+4)$
$=(x-8)(x+3)$
따라서 두 일차식의 합은
$(x-8)+(x+3)=2x-5$

3 $2x+1=X$로 놓으면
$2(2x+1)^2-3(2x+1)-5$
$=2X^2-3X-5$
$=(X+1)(2X-5)$
$=(2x+1+1)(4x+2-5)$
$=2(x+1)(4x-3)$
$\therefore A=2,\ B=1,\ C=3$
$\therefore A+B+C=2+1+3=6$

4 $x+1=A$로 놓으면
$(x+1)^4-1$
$=A^4-1$
$=(A^2+1)(A+1)(A-1)$
$=\{(x+1)^2+1\}(x+1+1)(x+1-1)$
$=x(x+2)(x^2+2x+2)$
따라서 인수가 아닌 것은 ④이다.

5 (주어진 식)$=a^2-(b^2-2bc+c^2)$
$=a^2-(b-c)^2$
$=(a+b-c)(a-b+c)$
따라서 인수인 것은 ②, ③이다.

6 (주어진 식)
$=(a^2-6a+9)-4b^2$
$=(a-3)^2-(2b)^2$
$=(a-3+2b)(a-3-2b)$
$=(a+2b-3)(a-2b-3)$

7 $a^2-ac-bc-b^2$
$=-ac-bc+a^2-b^2$
$=-c(a+b)+(a+b)(a-b)$
$=(a+b)(a-b-c)$
확인 문자가 여러 개인 식은 차수가 가장 낮은 문자에 대하여 내림차순으로 정리한 후 인수분해한다.

8 $72.5^2-5\times72.5+2.5^2$
$=72.5^2-2\times72.5\times2.5+2.5^2$
$=(72.5-2.5)^2=70^2=4900$
따라서 가장 편리한 것은 ③이다.

9 $\sqrt{61^2-60^2}=\sqrt{(61+60)(61-60)}$
$=\sqrt{121}=11$

10 $1^2-3^2+5^2-7^2+9^2-11^2$
$=(1+3)(1-3)+(5+7)(5-7)$
$+(9+11)(9-11)$
$=-2\times(1+3+5+7+9+11)$
$=-2\times36=-72$

11 $2x^2-8x+8=2(x^2-4x+4)$
$=2(x-2)^2$
$=2\times(2-\sqrt{3}-2)^2$
$=2\times(-\sqrt{3})^2$
$=2\times3=6$

12 $x=\dfrac{1}{\sqrt{2}+1}=\dfrac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}$
$=\sqrt{2}-1$
$y=\dfrac{1}{\sqrt{2}-1}=\dfrac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}$
$=\sqrt{2}+1$
에서 $xy=(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)=1$
$x-y=\sqrt{2}-1-(\sqrt{2}+1)=-2$
$\therefore x^2y-xy^2=xy(x-y)$
$=1\times(-2)=-2$

13 $a^2-b^2-5a+5b$
$=(a+b)(a-b)-5(a-b)$
$=(a-b)(a+b-5)$
$=(\sqrt{2}-3)(\sqrt{2}+2-5)$
$=(\sqrt{2}-3)(\sqrt{2}-3)$
$=11-6\sqrt{2}$

14 $a+b=A$로 놓으면
$(a+b)(a+b-3)+2$
$=A(A-3)+2$
$=A^2-3A+2$
$=(A-1)(A-2)$
$=(a+b-1)(a+b-2)$

15 $x+1=A$, $x-4=B$로 놓으면
$6(x+1)^2+(x+1)(x-4)-(x-4)^2$
$=6A^2+AB-B^2$
$=(2A+B)(3A-B)$
$=\{2(x+1)+(x-4)\}$
$\{3(x+1)-(x-4)\}$
$=(3x-2)(2x+7)$

16 $4x^2-4xy+y^2-16$
$=(2x-y)^2-4^2$
$=(2x-y+4)(2x-y-4)$
따라서 $a=-1$, $b=4$, $c=-1$,
$d=-4$ 또는 $a=-1$, $b=-4$,
$c=-1$, $d=4$이므로
$a+b+c+d=-2$

17 $3x-1=P$, $x+5=Q$로 놓으면
$A=(3x-1)^2-(x+5)^2$
$=P^2-Q^2$
$=(P+Q)(P-Q)$
$=(4x+4)(2x-6)$
$=8(x+1)(x-3)$
$B=2x^3+x^2-2x-1$
$=x^2(2x+1)-(2x+1)$
$=(x^2-1)(2x+1)$
$=(x+1)(x-1)(2x+1)$
A와 B의 공통인 인수는 $x+1$이므로
$x+1$은 C의 인수이다.
$C=2x^2-x+a$
$=(x+1)(2x+\square)$
에서 $\square+2=-1$이므로 $\square=-3$
$\therefore a=1\times(-3)=-3$

18 $a^2-2ab+3a-3b+b^2+2$
$=(a^2-2ab+b^2)+3a-3b+2$
$=(a-b)^2+3(a-b)+2$
위 식에서 $a-b=A$로 놓으면
A^2+3A+2
$=(A+1)(A+2)$
$=(a-b+1)(a-b+2)$

19 $x+2=A$로 놓으면
$(x+2)^2-2(x+2)-3$
$=A^2-2A-3$
$=(A-3)(A+1)$
$=(x+2-3)(x+2+1)$
$=(x-1)(x+3)$
이 식의 값이 양수이려면
$x-1>0$, $x+3>0$ … ㉠
또는 $x-1<0$, $x+3<0$ … ㉡
㉠에서 $x>1$
㉡에서 $x<-3$
$\therefore x>1$ 또는 $x<-3$
따라서 ③이다.

20 $2\times46^2-2\times4^2$
$=2\times(46^2-4^2)$
$=2\times(46+4)(46-4)$
$=2\times50\times42=4200$
따라서 이용되는 인수분해 공식은 차례로 ㄱ, ㄷ이다.

21 (주어진 식)

$=\dfrac{2015\times(2016+1)}{(2016+1)(2016-1)}$

$=\dfrac{2015}{2015}=1$

22 $x+3=A$로 놓으면

$(x+3)^2-4(x+3)+4$

$=A^2-4A+4=(A-2)^2$

$=(x+3-2)^2=(x+1)^2$

$=(\sqrt{2}-1+1)^2=(\sqrt{2})^2=2$

23 $x^2y-xy^2+4x-4y$

$=xy(x-y)+4(x-y)$

$=(x-y)(xy+4)=24$

$x-y=4$이므로 $xy+4=6$

$\therefore xy=2$

24 $\sqrt{3}$의 소수 부분 $x=\sqrt{3}-1$이므로

$3x^2+7x+4=(x+1)(3x+4)$

$=\sqrt{3}(3\sqrt{3}+1)$

$=9+\sqrt{3}$

25 $x(x+1)(x+2)(x+3)-24$

$=x(x+3)(x+1)(x+2)-24$

$=(x^2+3x)(x^2+3x+2)-24$

위 식에서 $x^2+3x=A$로 놓으면

$A(A+2)-24$

$=A^2+2A-24$

$=(A+6)(A-4)$

$=(x^2+3x+6)(x^2+3x-4)$

$=(x^2+3x+6)(x+4)(x-1)$

26 $[x, y, z]+[y, z, x]$

$=(x-y)(x-z)+(y-z)(y-x)$

$=(x-y)(x-z)-(x-y)(y-z)$

$=(x-y)\{(x-z)-(y-z)\}$

$=(x-y)(x-y)=(x-y)^2$

27 (주어진 식)

$=\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{4}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\times\cdots\times\left(1+\frac{1}{10}\right)\left(1-\frac{1}{10}\right)$

$=\left(\frac{3}{2}\times\frac{1}{2}\right)\times\left(\frac{4}{3}\times\frac{2}{3}\right)\times\left(\frac{5}{4}\times\frac{3}{4}\right)\times\cdots\times\left(\frac{11}{10}\times\frac{9}{10}\right)$

$=\frac{1}{2}\times\left(\frac{3}{2}\times\frac{2}{3}\right)\times\left(\frac{4}{3}\times\frac{3}{4}\right)\times\cdots\times\left(\frac{10}{9}\times\frac{9}{10}\right)\times\frac{11}{10}$

$=\frac{1}{2}\times\frac{11}{10}=\frac{11}{20}$

28 $2^{20}-1=(2^{10})^2-1^2$

$=(2^{10}+1)(2^{10}-1)$

$=(2^{10}+1)\{(2^5)^2-1^2\}$

$=(2^{10}+1)(2^5+1)(2^5-1)$

위 식에서 $2^5+1=33$, $2^5-1=31$이므로 $2^{20}-1$은 31과 33에 의하여 나누어떨어진다.

따라서 두 자연수의 합은

$31+33=64$

29 $x^2-3x=A$로 놓으면

$(x^2-3x)^2-2(x^2-3x)-8$

$=A^2-2A-8$

$=(A-4)(A+2)$ … (i)

$=(x^2-3x-4)(x^2-3x+2)$

$=(x-4)(x+1)(x-2)(x-1)$ … (ii)

따라서 네 일차식은 $x-4$, $x+1$, $x-2$, $x-1$이므로 합은

$(x-4)+(x+1)+(x-2)+(x-1)$

$=4x-6$ … (iii)

채점 기준
(i) x^2-3x를 한 문자로 놓고 인수분해하기
(ii) 원래의 문자를 대입하여 인수분해하기
(iii) 네 일차식의 합 구하기

30 $7.5^2\times11-2.5^2\times11$

$=11\times(7.5^2-2.5^2)$ … (i)

$=11\times(7.5+2.5)(7.5-2.5)$ … (ii)

$=11\times10\times5=550$ … (iii)

채점 기준
(i) 공통인 인수로 묶기
(ii) 인수분해하기
(iii) 답 구하기

11강 이차방정식의 뜻과 해

필수 예제 p. 52

1 ㄱ, ㄹ

모든 항을 좌변으로 이항하여 정리하였을 때, $ax^2+bx+c=0$(a, b, c는 상수, $a\neq0$)의 꼴로 나타나는 것은 ㄱ, ㄹ이다.

ㄴ. 이차식

ㄷ. $2x=0$(일차방정식)

2 (1) $a=1$, $b=2$, $c=0$

(2) $a=2$, $b=-1$, $c=7$

(1) $x^2+2x=0$이므로

$a=1$, $b=2$, $c=0$

(2) $2x^2-x+7=0$이므로

$a=2$, $b=-1$, $c=7$

3 ⑤

① $x=-7$을 대입하면

$(-7)^2-6\times(-7)-7=84\neq0$

② $x=-1$을 대입하면

$(-1)^2-3\times(-1)=4\neq2$

③ $x=-1$을 대입하면

$(-1)\times(-1+3)-(-1+3)$

$=-4\neq0$

④ $x=1$을 대입하면

$2\times1^2-6\times1-8=-12\neq0$

⑤ $x=-3$을 대입하면

$(-3)^2+4\times(-3)+3=0$

따라서 해가 되는 것은 ⑤이다.

4 $x=1$ 또는 $x=2$

$x=-2$일 때,

$(-2)^2-3\times(-2)+2=12\neq0$

$x=-1$일 때,

$(-1)^2-3\times(-1)+2=6\neq0$

$x=0$일 때, $0^2-3\times0+2=2\neq0$

$x=1$일 때, $1^2-3\times1+2=0$

$x=2$일 때, $2^2-3\times2+2=0$

따라서 구하는 해는 $x=1$ 또는 $x=2$이다.

5 2

$x=-2$가 주어진 이차방정식의 근이므로 대입하면

$(-2)^2+3\times(-2)+a=0$

$4-6+a=0$ $\quad\therefore a=2$

핵심 유형 익히기 p. 53

1 ⑤

⑤ $x(3x-1)=3x^2-1$을 정리하면

$-x+1=0$(일차방정식)

2 $a\neq2$

$(2-a)x^2-3x+2=0$에서

$2-a\neq0$이어야 하므로 $a\neq2$

3 2

$3x^2-6x-5=0$이므로

$a=3$, $b=-6$, $c=-5$

$\therefore a+b-c=3-6-(-5)=2$

4 **1, 1, -3, 거짓, -4, 거짓, 3, -3, 거짓, 4, 4, 0, 참**

(1) **0, 4**

(2) **$x=0$ 또는 $x=4$**

(2) 이차방정식의 해는 이차방정식을 참이 되게 하는 x의 값을 의미하므로 $x=0$ 또는 $x=4$이다.

5 ②, ⑤

$x=1$을 주어진 이차방정식에 대입하면

① $(1+1)\times(1+2)=6\neq0$

② $1^2-3\times1+2=0$(참)

③ $1^2+2\times1=3\neq0$

④ $1^2+2\times1+3=6\neq0$

⑤ $(1-1)\times(1+2)=0$(참)

6 -6

$x=a$가 주어진 이차방정식의 근이므로 대입하면

$a^2-5a+6=0$

$\therefore a^2-5a=-6$

12강 이차방정식의 풀이(1)

필수 예제 p. 54

1 (1) **$x=0$ 또는 $x=3$**

(2) **$x=-4$ 또는 $x=4$**

(3) **$x=1$ 또는 $x=4$**

(4) **$x=-6$ 또는 $x=5$**

(1) $x(x-3)=0$

$x=0$ 또는 $x-3=0$

$\therefore x=0$ 또는 $x=3$

(2) $(x+4)(x-4)=0$

$x+4=0$ 또는 $x-4=0$

$\therefore x=-4$ 또는 $x=4$

(3) $(x-1)(x-4)=0$

$x-1=0$ 또는 $x-4=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=4$

(4) $x^2+x-30=0$

$(x+6)(x-5)=0$

$x+6=0$ 또는 $x-5=0$

$\therefore x=-6$ 또는 $x=5$

확인 구한 해를 주어진 이차방정식에 대입하면 (좌변)=(우변)이므로 문제의 뜻에 맞는다.

2 (1) **$x=-1$(중근)** (2) **$x=2$(중근)**

(3) **$x=-\frac{1}{2}$(중근)** (4) **$x=\frac{5}{2}$(중근)**

(1) $(x+1)^2=0$ $\therefore x=-1$(중근)

(2) $(x-2)^2=0$ $\therefore x=2$(중근)

(3) $(2x+1)^2=0$ $\therefore x=-\frac{1}{2}$(중근)

(4) $4x^2-20x+25=0$, $(2x-5)^2=0$

$\therefore x=\frac{5}{2}$(중근)

확인 구한 해를 주어진 이차방정식에 대입하면 (좌변)=(우변)이므로 문제의 뜻에 맞는다.

3 (1) **$x=\pm2\sqrt{2}$** (2) **$x=\pm\sqrt{2}$**

(3) **$x=-3\pm\sqrt{5}$** (4) **$x=\frac{1\pm\sqrt{7}}{3}$**

(1) $x^2=8$ $\therefore x=\pm2\sqrt{2}$

(2) $x^2=2$ $\therefore x=\pm\sqrt{2}$

(3) $x+3=\pm\sqrt{5}$ $\therefore x=-3\pm\sqrt{5}$

(4) $(3x-1)^2=7$, $3x-1=\pm\sqrt{7}$

$3x=1\pm\sqrt{7}$ $\therefore x=\frac{1\pm\sqrt{7}}{3}$

확인 구한 해를 주어진 이차방정식에 대입하면 (좌변)=(우변)이므로 문제의 뜻에 맞는다.

4 (1) **$(x+2)^2=8$** (2) **$\left(x-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{3}{4}$**

(1) $x^2+4x=4$

$x^2+4x+4=4+4$

$\therefore (x+2)^2=8$

(2) $x^2-3x+\frac{3}{2}=0$

$x^2-3x+\frac{9}{4}=-\frac{3}{2}+\frac{9}{4}$

$\therefore \left(x-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{3}{4}$

핵심 유형 익히기 p. 55

1 $\frac{5}{2}$

$2x+1=0$ 또는 $x-3=0$

$\therefore x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=3$

그런데 $a<b$이므로 $a=-\frac{1}{2}$, $b=3$

$\therefore a+b=-\frac{1}{2}+3=\frac{5}{2}$

2 **$x=1$**

$x^2+3x-4=0$에서

$(x+4)(x-1)=0$

$\therefore x=-4$ 또는 $x=1$

$(x-1)(x+5)=0$에서

$x=1$ 또는 $x=-5$

따라서 공통인 근은 $x=1$이다.

3 ②

① $(x-5)^2=0$ $\therefore x=5$(중근)

③ $(2x+5)^2=0$ $\therefore x=-\frac{5}{2}$(중근)

④ $(x-6)^2=0$ $\therefore x=6$(중근)

⑤ $2(x-2)^2=0$ $\therefore x=2$(중근)

확인 중근을 갖는다.

⇨ $a(x-p)^2=0$의 꼴

4 (1) **$a=8$, $x=-4$(중근)**

(2) **$a=47$, $x=7$(중근)**

(1) $x^2+ax+16=0$이 중근을 가지려면

$16=\left(\frac{a}{2}\right)^2$, $16=\frac{a^2}{4}$

$a^2=64$ $\therefore a=\pm8$

그런데 $a>0$이므로 $a=8$

따라서 $(x+4)^2=0$이므로

$x=-4$(중근)

(2) $x^2-14x+a+2=0$이 중근을 가지려면

$a+2=\left(-\frac{14}{2}\right)^2=49$

$\therefore a=47$

따라서 $(x-7)^2=0$이므로

$x=7$(중근)

5 ②

제곱근을 이용하면

$x-2=\pm\sqrt{5}$ $\therefore x=2\pm\sqrt{5}$

그런데 $a>b$이므로

$a=2+\sqrt{5}$, $b=2-\sqrt{5}$

$\therefore ab=(2+\sqrt{5})(2-\sqrt{5})$

$=4-5=-1$

6 (가) **2** (나) **4** (다) **2** (라) **7**

계산력 다지기 p. 56~57

인수분해를 이용한 이차방정식의 풀이

1 (1) $x=0$ 또는 $x=5$

(2) $x=-2$ 또는 $x=-1$

(3) $x=2$ 또는 $x=4$

(4) $x=-4$ 또는 $x=3$

(5) $x=3$(중근)

(6) $x=-1$ 또는 $x=-\frac{3}{4}$

(7) $x=-\frac{3}{2}$ 또는 $x=\frac{2}{3}$

(8) $x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=\frac{2}{3}$

(9) $x=-3$ 또는 $x=6$

(10) $x=1$ 또는 $x=2$

제곱근을 이용한 이차방정식의 풀이

2 (1) $x=\pm\sqrt{7}$ (2) $x=\pm3$
(3) $x=\pm\frac{\sqrt{6}}{3}$ (4) $x=\pm2$
(5) $x=5\pm\sqrt{2}$
(6) $x=-7$ 또는 $x=-1$
(7) $x=3\pm2\sqrt{2}$
(8) $x=-3$ 또는 $x=1$
(9) $x=\frac{1}{2}\pm\sqrt{5}$
(10) $x=\frac{-1\pm\sqrt{10}}{2}$

완전제곱식을 이용한 이차방정식의 풀이

3 (1) 9, 9, 3, 8, $3\pm2\sqrt{2}$
(2) 1, 1, 1, 5, $1\pm\sqrt{5}$
(3) 4, 4, 2, 5, $-2\pm\sqrt{5}$
(4) $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{3}$, 1, $\frac{1}{3}$, 1, 1, $\frac{4}{3}$, $-1\pm\frac{2\sqrt{3}}{3}$
(5) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{9}{16}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{9}{16}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{17}{16}$, $\frac{-3\pm\sqrt{17}}{4}$
(6) 5, 5, $\frac{25}{4}$, 5, $\frac{25}{4}$, $\frac{5}{2}$, $\frac{45}{4}$, $\frac{5\pm3\sqrt{5}}{2}$

4 (1) $x=2\pm2\sqrt{2}$
(2) $x=-3\pm2\sqrt{2}$
(3) $x=\frac{5\pm\sqrt{33}}{2}$
(4) $x=1\pm\sqrt{6}$
(5) $x=\frac{3\pm\sqrt{41}}{4}$
(6) $x=1\pm\frac{\sqrt{33}}{3}$

1 (1) $x(x-5)=0$
$\therefore x=0$ 또는 $x=5$
(2) $(x+2)(x+1)=0$
$\therefore x=-2$ 또는 $x=-1$
(3) $(x-2)(x-4)=0$
$\therefore x=2$ 또는 $x=4$
(4) $(x+4)(x-3)=0$
$\therefore x=-4$ 또는 $x=3$
(5) $(x-3)^2=0$
$\therefore x=3$(중근)
(6) $(x+1)(4x+3)=0$
$\therefore x=-1$ 또는 $x=-\frac{3}{4}$
(7) $6x^2+5x-6=0$
$(2x+3)(3x-2)=0$
$\therefore x=-\frac{3}{2}$ 또는 $x=\frac{2}{3}$
(8) $6x^2-x-2=0$
$(2x+1)(3x-2)=0$
$\therefore x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=\frac{2}{3}$
(9) $x^2-3x-18=0$
$(x+3)(x-6)=0$
$\therefore x=-3$ 또는 $x=6$
(10) $x^2-3x+2=0$
$(x-1)(x-2)=0$
$\therefore x=1$ 또는 $x=2$

2 (2) $x^2=9$ $\therefore x=\pm3$
(3) $x^2=\frac{6}{9}$ $\therefore x=\pm\frac{\sqrt{6}}{3}$
(4) $2x^2=8$, $x^2=4$ $\therefore x=\pm2$
(5) $x-5=\pm\sqrt{2}$ $\therefore x=5\pm\sqrt{2}$
(6) $x+4=\pm3$ $\therefore x=-4\pm3$
$\therefore x=-7$ 또는 $x=-1$
(7) $(x-3)^2=8$, $x-3=\pm2\sqrt{2}$
$\therefore x=3\pm2\sqrt{2}$
(8) $-2(x+1)^2=-8$, $(x+1)^2=4$
$x+1=\pm2$ $\therefore x=-1\pm2$
$\therefore x=-3$ 또는 $x=1$
(9) $5\left(x-\frac{1}{2}\right)^2=25$, $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2=5$
$x-\frac{1}{2}=\pm\sqrt{5}$
$\therefore x=\frac{1}{2}\pm\sqrt{5}$
(10) $2x+1=\pm\sqrt{10}$
$2x=-1\pm\sqrt{10}$
$\therefore x=\frac{-1\pm\sqrt{10}}{2}$

4 (1) $x^2-4x=4$
$x^2-4x+4=4+4$
$(x-2)^2=8$ $\therefore x=2\pm2\sqrt{2}$
(2) $x^2+6x=-1$
$x^2+6x+9=-1+9$
$(x+3)^2=8$
$\therefore x=-3\pm2\sqrt{2}$
(3) $x^2-5x=2$
$x^2-5x+\frac{25}{4}=2+\frac{25}{4}$
$\left(x-\frac{5}{2}\right)^2=\frac{33}{4}$
$\therefore x=\frac{5\pm\sqrt{33}}{2}$
(4) $x^2-2x-5=0$, $x^2-2x=5$
$x^2-2x+1=5+1$, $(x-1)^2=6$
$\therefore x=1\pm\sqrt{6}$
(5) $x^2-\frac{3}{2}x-2=0$, $x^2-\frac{3}{2}x=2$
$x^2-\frac{3}{2}x+\frac{9}{16}=2+\frac{9}{16}$
$\left(x-\frac{3}{4}\right)^2=\frac{41}{16}$
$\therefore x=\frac{3\pm\sqrt{41}}{4}$
(6) $x^2-2x-\frac{8}{3}=0$, $x^2-2x=\frac{8}{3}$
$x^2-2x+1=\frac{8}{3}+1$
$(x-1)^2=\frac{11}{3}$
$\therefore x=1\pm\frac{\sqrt{33}}{3}$

100점 잡는 족집게 기출 문제 p. 58~61

1 ⑤	2 ②	3 ⑤	4 ②
5 ②	6 ①	7 ④	8 ③
9 ②	10 ③	11 4	12 ①
13 ⑤	14 ②	15 ⑤	16 13
17 0	18 8	19 ③	20 ⑤
21 $\sqrt{5}$	22 $\frac{5}{2}$	23 4	24 ⑤
25 ⑤	26 7	27 $x=\frac{8}{3}$	28 1

29 -3, 과정은 풀이 참조
30 (1) $(x-1)^2=\frac{5}{3}$ (2) $x=1\pm\frac{\sqrt{15}}{3}$
과정은 풀이 참조

1 ⑤ $x^2-x=(x+1)^2$
$x^2-x=x^2+2x+1$
$\therefore -3x-1=0$(일차방정식)

2 [ ] 안의 수를 주어진 이차방정식에 각각 대입하면
① $(-2)\times(-4)=8\neq0$
② $0\times6=0$(참)
③ $7\times1=7\neq0$
④ $6\times(-1)=-6\neq0$
⑤ $0^2-4\times0+4=4\neq0$
따라서 해인 것은 ②이다.

3 $x=-1$일 때,
$(-1)^2-(-1)-6=-4\neq0$
$x=0$일 때, $0^2-0-6=-6\neq0$
$x=1$일 때, $1^2-1-6=-6\neq0$
$x=2$일 때, $2^2-2-6=-4\neq0$
$x=3$일 때, $3^2-3-6=0$(참)
따라서 구하는 해는 $x=3$이다.

| 다른 풀이 |
주어진 이차방정식을 인수분해를 이용하여 풀면 $(x+2)(x-3)=0$
$\therefore x=-2$ 또는 $x=3$
그런데 -2는 주어진 x의 값이 아니므로 해는 $x=3$이다.

4 이차방정식 $2x^2+3x-4=0$의 한 근이 $x=a$이므로
$2a^2+3a-4=0$, $2a^2+3a=4$
$\therefore 2a^2+3a-1=4-1=3$

5 ① $x=0$ 또는 $x=2$
③ $x=-1$ 또는 $x=2$
④ $x=0$ 또는 $x=1$
⑤ $x=-2$ 또는 $x=0$

6 $2x^2+3x-2=0$
$(x+2)(2x-1)=0$
$\therefore x=-2$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

7 $x=-4$를 대입하면
$32-20+a=0 \quad \therefore a=-12$
$2x^2+5x-12=0$
$(x+4)(2x-3)=0$
$\therefore x=-4$ 또는 $x=\frac{3}{2}$

8 $x^2+6x+8=0$
$(x+4)(x+2)=0$
$\therefore x=-4$ 또는 $x=-2$
$a>b$이므로 $a=-2$, $b=-4$
$x^2-2x-3=0$
$(x+1)(x-3)=0$
$\therefore x=-1$ 또는 $x=3$

9 $x^2-3x=0$, $x(x-3)=0$
$\therefore x=0$ 또는 $x=3$
$x^2-7x+12=0$, $(x-3)(x-4)=0$
$\therefore x=3$ 또는 $x=4$
따라서 공통인 근은 $x=3$이다.

10 ㄱ. $(x-1)^2=0 \quad \therefore x=1$(중근)
ㄴ. $(2x+3)^2=0$
$\therefore x=-\frac{3}{2}$(중근)
ㄷ. $x^2=4 \quad \therefore x=-2$ 또는 $x=2$
ㄹ. $x^2-10x+25=0$, $(x-5)^2=0$
$\therefore x=5$(중근)
ㅁ. $(x+2)(x+1)=0$
$\therefore x=-2$ 또는 $x=-1$
따라서 중근을 갖는 것은 ㄱ, ㄴ, ㄹ의 3개이다.

11 $3k+4=\left(-\frac{8}{2}\right)^2=16$
$3k=12 \quad \therefore k=4$
확인 이차방정식이 중근을 가질 조건은 이차항의 계수가 1일 때
⇨ $\left(\frac{\text{일차항의 계수}}{2}\right)^2=$(상수항)

12 $3(x+2)^2-18=0$
$(x+2)^2=6$, $x=-2\pm\sqrt{6}$
$\therefore A=-2$, $B=6$
$\therefore A+B=-2+6=4$
확인 제곱근을 이용한 풀이
(1) $x^2=k$ ⇨ $x=\pm\sqrt{k}$
(2) $ax^2=k$ ⇨ $x=\pm\sqrt{\frac{k}{a}}$
(3) $(x+p)^2=q$ ⇨ $x=-p\pm\sqrt{q}$
(4) $a(x+p)^2=q$ ⇨ $x=-p\pm\sqrt{\frac{q}{a}}$

13 $x^2-8x=-5$
$x^2-8x+16=-5+16$
$(x-4)^2=11$
따라서 $p=4$, $q=11$이므로
$p+q=4+11=15$

14 $x^2-4x=6$, $x^2-4x+4=6+4$
$(x-2)^2=10$, $x-2=\pm\sqrt{10}$
$\therefore x=2\pm\sqrt{10}$
따라서 양수인 해는 $2+\sqrt{10}$이다.
확인 완전제곱식을 이용한 풀이
$ax^2+bx+c=0$ ⇨ $(x-p)^2=q$
⇨ $x=p\pm\sqrt{q}$

15 $ax^2+2x-5=3(x^2-4x+4)-1$
$(a-3)x^2+14x-16=0$
따라서 이차방정식이 되려면 $a-3\neq0$이어야 하므로 $a\neq3$

16 $3x^2+mx-2=0$, $x^2-2x+n=0$의 공통인 근이 $x=-2$이므로
$x=-2$를 각각 대입하면
$3\times(-2)^2+m\times(-2)-2=0$에서
$12-2m-2=0 \quad \therefore m=5$
$(-2)^2-2\times(-2)+n=0$에서
$4+4+n=0 \quad \therefore n=-8$
$\therefore m-n=5-(-8)=13$

17 $x=a$를 $x^2+x-1=0$에 대입하면
$a^2+a-1=0$
$\therefore$ (주어진 식)$=\frac{a^2}{-a^2}+\frac{1}{1}$
$=-1+1=0$

18 $x=a$를 $x^2-4x-3=0$에 대입하면
$a^2-4a-3=0$
$\therefore a^2-4a=3$
$x=b$를 $3x^2-5x+2=0$에 대입하면
$3b^2-5b+2=0$
$\therefore 3b^2-5b=-2$
$\therefore 2a^2-8a-3b^2+5b$
$=2(a^2-4a)-(3b^2-5b)$
$=2\times3-(-2)$
$=8$

19 이차방정식 $x^2+3x+a=0$의 한 근이 $x=1$이므로
$1+3+a=0 \quad \therefore a=-4$
따라서 $x^2+3x-4=0$에서
$(x-1)(x+4)=0 \quad \therefore b=4$
$\therefore a+b=-4+4=0$

20 $2x^2-4x+2=-3x+12$에서
$2x^2-x-10=0$
$(x+2)(2x-5)=0$
$\therefore x=-2$ 또는 $x=\frac{5}{2}$
$a>b$이므로 $a=\frac{5}{2}$, $b=-2$
$\therefore 2a-b=2\times\frac{5}{2}-(-2)=7$

21 주어진 이차방정식이 중근을 가지려면 (완전제곱식)$=0$의 꼴이어야 하므로
$a^2-1=\left(\frac{4}{2}\right)^2$, $a^2=5$
$\therefore a=\pm\sqrt{5}$
그런데 $a>0$이므로 $a=\sqrt{5}$

22 $x^2+3x+2=0$에서
$(x+2)(x+1)=0$
$\therefore x=-2$ 또는 $x=-1$
$x^2-6x-16=0$에서
$(x+2)(x-8)=0$
$\therefore x=-2$ 또는 $x=8$
따라서 두 이차방정식의 공통인 근이 $x=-2$이므로 $3x^2+2mx-2=0$에 대입하면
$12-4m-2=0 \quad \therefore m=\frac{5}{2}$

23 $x=3$을 $x^2-4ax+3a^2=0$에 대입하면
$9-12a+3a^2=0$, $a^2-4a+3=0$
$(a-1)(a-3)=0$
$\therefore a=1$ 또는 $a=3$
따라서 구하는 a의 값의 합은
$1+3=4$

24 $x^2-8x=-k$
$x^2-8x+16=-k+16$
$(x-4)^2=16-k$
$x-4=\pm\sqrt{16-k}$
$\therefore x=4\pm\sqrt{16-k}$
따라서 $16-k=2$이므로 $k=14$

25 $x=a$를 $x^2-kx-4=0$에 대입하면
$a^2-ka-4=0 \quad \therefore a^2-ka=4$
$a+\frac{4}{a}-k=-8$의 양변에 $a(a\neq0)$를 곱하면 $a^2+4-ka=-8a$
$a^2-ka=4$를 이 식에 대입하면
$8=-8a \quad \therefore a=-1$
$a=-1$을 $a^2-ka=4$에 대입하면
$1+k=4 \quad \therefore k=3$

26 $x=a$를 $x^2-x-3=0$에 대입하면
$a^2-a-3=0$
이 식의 양변을 $a(a\neq0)$로 나누면
$a-1-\frac{3}{a}=0 \quad \therefore a-\frac{3}{a}=1$
$\therefore a^2+\frac{9}{a^2}=\left(a-\frac{3}{a}\right)^2+6$
$=1^2+6=7$

27 $(a+1)x^2-(a^2+1)x-2(a+2)=0$ $\cdots$ ㉠
㉠에 $x=-1$을 대입하면
$a+1+a^2+1-2(a+2)=0$
$a^2-a-2=0,\ (a+1)(a-2)=0$
$\therefore a=-1$ 또는 $a=2$
이때 ㉠이 x에 대한 이차방정식이려면 $a+1\neq0$, 즉 $a\neq-1$이어야 하므로
$a=2$
㉠에 $a=2$를 대입하면
$3x^2-5x-8=0$
$(x+1)(3x-8)=0$
$\therefore x=-1$ 또는 $x=\frac{8}{3}$
따라서 다른 한 근은 $x=\frac{8}{3}$이다.

28 b가 소수이므로 b의 약수는 1과 b뿐이다.
$x^2-ax+b=0$에서
$(x-1)(x-b)=0$
$\therefore x=1$ 또는 $x=b$
$x=1$을 $x^2-ax+b=0$에 대입하면
$1-a+b=0 \quad \therefore a-b=1$

29 $x=3$을 $x^2+ax-6=0$에 대입하면
$9+3a-6=0 \quad \therefore a=-1$ $\cdots$ (i)
$a=-1$을 $x^2+ax-6=0$에 대입하면
$x^2-x-6=0,\ (x+2)(x-3)=0$
$\therefore x=-2$ 또는 $x=3$ $\cdots$ (ii)
따라서 다른 한 근은 $x=-2$이므로
$b=-2$ $\cdots$ (iii)
$\therefore a+b=-1-2=-3$ $\cdots$ (iv)

채점 기준
(i) a의 값 구하기
(ii) 인수분해하여 해 구하기
(iii) b의 값 구하기
(iv) $a+b$의 값 구하기

확인 이차방정식에서 한 근 α가 주어질 때, 다른 한 근을 구하는 방법
① 주어진 한 근 α를 이차방정식에 대입하여 미지수의 값을 구한다.
② 미지수의 값을 주어진 이차방정식에 대입하여 다른 한 근을 구한다.

30 (1) $3x^2-6x-2=0$에서
$x^2-2x-\frac{2}{3}=0$
$x^2-2x=\frac{2}{3}$ $\cdots$ (i)
$x^2-2x+1=\frac{2}{3}+1$
$(x-1)^2=\frac{5}{3}$ $\cdots$ (ii)
(2) $x-1=\pm\sqrt{\frac{5}{3}}$
$x-1=\pm\frac{\sqrt{15}}{3}$
$\therefore x=1\pm\frac{\sqrt{15}}{3}$ $\cdots$ (iii)

채점 기준
(i) 상수항을 우변으로 이항하고 x^2의 계수를 1로 만들기
(ii) $(x+a)^2=b$의 꼴로 만들기
(iii) 제곱근의 성질을 이용하여 해 구하기

13강 이차방정식의 풀이 (2)

필수 예제 p. 62

1 (1) $x=\frac{1\pm\sqrt{13}}{2}$
(2) $x=-2\pm2\sqrt{2}$
(3) $x=\frac{-1\pm\sqrt{21}}{10}$
(4) $x=\frac{-3\pm\sqrt{7}}{2}$
(1) $a=1,\ b=-1,\ c=-3$이므로
$x=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\times1\times(-3)}}{2\times1}$
$=\frac{1\pm\sqrt{13}}{2}$
(2) $a=1,\ b'=2,\ c=-4$이므로
$x=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-1\times(-4)}}{1}$
$=-2\pm\sqrt{8}=-2\pm2\sqrt{2}$
(3) $a=5,\ b=1,\ c=-1$이므로
$x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\times5\times(-1)}}{2\times5}$
$=\frac{-1\pm\sqrt{21}}{10}$
(4) $a=2,\ b'=3,\ c=1$이므로
$x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-2\times1}}{2}$
$=\frac{-3\pm\sqrt{7}}{2}$

2 $k<\frac{33}{8}$
주어진 이차방정식이 서로 다른 두 근을 가지려면 $b^2-4ac>0$이어야 하므로
$5^2-4\times2\times(k-1)>0$
$25-8(k-1)>0$
$33-8k>0 \quad \therefore k<\frac{33}{8}$

3 (1) $\frac{1}{3}$ (2) $-\frac{5}{3}$ (3) $\frac{31}{9}$
이차방정식의 근과 계수의 관계를 이용하여 주어진 값을 구하면
(1) $\alpha+\beta=-\frac{-1}{3}=\frac{1}{3}$
(2) $\alpha\beta=-\frac{5}{3}$
(3) $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$
$=\left(\frac{1}{3}\right)^2-2\times\left(-\frac{5}{3}\right)$
$=\frac{31}{9}$

4 $2x^2-4x-16=0$
두 근이 4, -2이고 이차항의 계수가 2인 이차방정식은
$2(x-4)(x+2)=0$
$\therefore 2x^2-4x-16=0$

핵심 유형 익히기 p. 63

1 (가) $x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$
(나) $x^2+\frac{b}{a}x=-\frac{c}{a}$
(다) $x^2+\frac{b}{a}x+\left(\frac{b}{2a}\right)^2=-\frac{c}{a}+\left(\frac{b}{2a}\right)^2$
(라) $\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2$
(마) $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

2 -5

$a=3,\ b'=-2,\ c=k$를 짝수 공식에 대입하면

$x=\dfrac{2\pm\sqrt{4-3k}}{3}=\dfrac{2\pm\sqrt{19}}{3}$

$4-3k=19 \quad \therefore k=-5$

3 ①, ②

$7x^2-3x-1=k+1$

$7x^2-3x-k-2=0$

이 이차방정식이 근을 가지려면

$b^2-4ac\geq 0$이어야 하므로

$(-3)^2-4\times7\times(-k-2)\geq0$

$28k+65\geq0 \quad \therefore k\geq-\dfrac{65}{28}$

따라서 k의 값으로 적당하지 않은 것은 ①, ②이다.

4 $\dfrac{17}{4}$

주어진 이차방정식이 중근을 가지려면

$b^2-4ac=0$이어야 하므로

$(-3)^2-4\times1\times(k-2)=0$

$\therefore k=\dfrac{17}{4}$

5 44

$\alpha+\beta=-6,\ \alpha\beta=-2$이므로

$(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta$

$=(-6)^2-4\times(-2)=44$

6 6

두 근이 -2, 3이고 이차항의 계수가 1인 이차방정식은

$(x+2)(x-3)=0,\ x^2-x-6=0$

따라서 $a=-1,\ b=-6$이므로

$ab=(-1)\times(-6)=6$

100점 잡는 족집게 기출 문제 p. 64~67

1 ②	2 ②	3 ①	4 ②
5 ②, ⑤	6 ③	7 ②	8 ②
9 ④	10 ②	11 ③	12 ②
13 ⑤	14 ④	15 $k\geq\dfrac{23}{8}$	
16 ③	17 ②	18 ④	19 ④
20 ①	21 ③	22 ②	23 6
24 ③	25 3개	26 ②	27 ①
28 $x=\dfrac{-5\pm\sqrt{73}}{2}$			
29 (1) 3 (2) 2 과정은 풀이 참조			
30 -3, 과정은 풀이 참조			

1 $3x^2-5x+1=0$에서 $a=3,\ b=-5,\ c=1$이므로 근의 공식에 의해

$x=\dfrac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times3\times1}}{2\times3}$

$=\dfrac{5\pm\sqrt{13}}{6}$

2 짝수 공식에 의해

$x=\dfrac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-2\times(-1)}}{2}$

$=\dfrac{1\pm\sqrt{3}}{2}$

$\therefore A=3$

3 근의 공식에 의해

$x=\dfrac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times2\times1}}{2\times2}$

$=\dfrac{-5\pm\sqrt{17}}{4}$

$\therefore k=\dfrac{-5-\sqrt{17}}{4}$

$\therefore 4k+5=4\times\dfrac{-5-\sqrt{17}}{4}+5$

$=-\sqrt{17}$

4 $2x^2-4x+k=0$이 서로 다른 두 근을 가지려면 $b'^2-ac>0$이어야 하므로

$(-2)^2-2k>0 \quad \therefore k<2$

5 각 이차방정식에서 b^2-4ac 또는 b'^2-ac를 구하면

① $b^2-4ac=(-5)^2-4\times1\times(-7)$

$=53>0$

② $b'^2-ac=4^2-1\times16=0$

③ $b^2-4ac=3^2-4\times2\times5$

$=-31<0$

④ $b'^2-ac=1^2-3\times(-4)$

$=13>0$

⑤ $b'^2-ac=(-6)^2-4\times9=0$

따라서 중근을 갖는 이차방정식은 ②, ⑤이다.

6 각 이차방정식에서 b^2-4ac 또는 b'^2-ac를 구하면

① $b^2-4ac=1^2-4\times1\times(-4)$

$=17>0$

② $b'^2-ac=(-2)^2-1\times4=0$

③ $b'^2-ac=2^2-1\times5=-1<0$

④ $b^2-4ac=(-5)^2-4\times2\times3$

$=1>0$

⑤ $b^2-4ac=(-9)^2-4\times3\times5$

$=21>0$

따라서 해가 없는 것은 ③이다.

7 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$\dfrac{k}{2}=2 \quad \therefore k=4$

확인 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ $(a\neq0)$의 두 근을 $\alpha,\ \beta$라고 할 때

(두 근의 합)$=\alpha+\beta=-\dfrac{b}{a}$

(두 근의 곱)$=\alpha\beta=\dfrac{c}{a}$

8 $x^2-2x-3=0$의 두 근의 합은 2이므로 $x=2$를 $x^2-3x+k=0$에 대입하면

$4-6+k=0 \quad \therefore k=2$

9 $x^2-3x+1=0$의 두 근의 합은 3, 곱은 1이므로

$x^2+ax+b=0$에서

(두 근의 합)$=-a=3+1=4$

$\therefore a=-4$

(두 근의 곱)$=b=3\times1=3$

10 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$\alpha+\beta=3,\ \alpha\beta=-4$

$\therefore \dfrac{1}{\alpha}+\dfrac{1}{\beta}=\dfrac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=-\dfrac{3}{4}$

11 두 근이 $-1,\ \dfrac{3}{4}$이고, x^2의 계수가 4인 이차방정식은

$4(x+1)\left(x-\dfrac{3}{4}\right)=0$

$\therefore 4x^2+x-3=0$

확인 두 근이 $\alpha,\ \beta$이고 x^2의 계수가 a인 이차방정식은

(1) 전개하여 구하기

$a(x-\alpha)(x-\beta)=0$

(2) 두 근의 합과 곱을 이용하여 구하기

$a\{x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta\}=0$

12 한 근이 $-1+\sqrt{5}$이면 다른 한 근은 $-1-\sqrt{5}$이므로

(두 근의 곱)$=k$

$=(-1+\sqrt{5})(-1-\sqrt{5})$

$=-4$

확인 계수가 유리수인 이차방정식에서 한 근이 $p+\sqrt{q}$이면 다른 한 근은 $p-\sqrt{q}$이다. (단, p는 유리수, $\sqrt{q}$는 무리수)

13 ① $(x+2)(x-4)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=4$

② $x^2=16 \quad \therefore x=\pm4$

③ $x=3$ 또는 $x=-4$

④ $(x+1)(2x+1)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=-\dfrac{1}{2}$

⑤ 짝수 공식에 의해

$$x=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-2\times1}}{2}$$
$$=\frac{2\pm\sqrt{2}}{2}$$

따라서 근이 유리수가 아닌 것은 ⑤이다.

14 근의 공식에 의해

$x=\frac{-a\pm\sqrt{a^2-12}}{2}=\frac{5\pm\sqrt{b}}{2}$이므로

$a=-5,\ b=(-5)^2-12=13$

$\therefore a+b=-5+13=8$

15 $b^2-4ac\geq0$이어야 하므로

$(-1)^2-4\times2\times(3-k)\geq0$

$-23+8k\geq0 \quad \therefore k\geq\frac{23}{8}$

확인 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$에서 $b^2-4ac\geq0$이면 근이 있고, $b^2-4ac<0$이면 근이 없다.

16 $4x^2-2x+\frac{k}{8}=0$이 중근을 가지므로 $b'^2-ac=0$이어야 한다.

$(-1)^2-4\times\frac{k}{8}=0$

$1-\frac{k}{2}=0 \quad \therefore k=2$

$(k-1)x^2-kx-1=0$에 $k=2$를 대입하면

$x^2-2x-1=0$

짝수 공식에 의해

$$x=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-1\times(-1)}}{1}$$
$$=1\pm\sqrt{2}$$

17 $b^2-4ac<0$이어야 하므로

$(-3)^2-4\times4\times(-k)<0$

$\therefore k<-\frac{9}{16}$

따라서 k의 값 중 가장 큰 정수는 -1이다.

18 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$\alpha+\beta=4,\ \alpha\beta=-4$

③ $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\frac{4}{-4}=-1$

④ $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$
$=4^2-2\times(-4)=24$

⑤ $\frac{\alpha}{\beta}+\frac{\beta}{\alpha}=\frac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha\beta}=\frac{24}{-4}=-6$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

19 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$\alpha+\beta=-3,\ \alpha\beta=1$이므로

$(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta$
$=(-3)^2-4=5$

$\therefore \alpha-\beta=\pm\sqrt{5}$

20 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

(두 근의 합)$=-a$
$=(1+\sqrt{3})+(1-\sqrt{3})$
$=2$

$\therefore a=-2$

(두 근의 곱)$=b=(1+\sqrt{3})(1-\sqrt{3})$
$=-2$

$\therefore a+b=-2-2=-4$

21 두 근이 1, -3이고, 이차항의 계수가 1인 이차방정식은

$(x-1)(x+3)=0,\ x^2+2x-3=0$

$\therefore a=2,\ b=-3$

따라서 $2x^2-3x-9=0$을 풀면

$(2x+3)(x-3)=0$

$\therefore x=-\frac{3}{2}$ 또는 $x=3$

22 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$\alpha+\beta=\frac{5}{3},\ \alpha\beta=\frac{1}{3}$이므로

$(\alpha+1)+(\beta+1)=\alpha+\beta+2$
$=\frac{11}{3}$

$(\alpha+1)(\beta+1)=\alpha\beta+\alpha+\beta+1=3$

따라서 구하는 이차방정식은

$3\left(x^2-\frac{11}{3}x+3\right)=0$

$\therefore 3x^2-11x+9=0$

23 한 근을 α라고 하면 다른 한 근은 2α이고, 이차항의 계수가 3이므로

$3(x-\alpha)(x-2\alpha)=0$

$3x^2-9\alpha x+6\alpha^2=0$

이때 $9\alpha=9$에서 $\alpha=1$

$6\alpha^2=k$에서 $k=6$

24 한 근이 $\sqrt{3}-2$이면 다른 한 근은 $-\sqrt{3}-2$이므로

(두 근의 합)$=-a$
$=\sqrt{3}-2+(-\sqrt{3}-2)$
$=-4$

$\therefore a=4$

(두 근의 곱)$=b$
$=(\sqrt{3}-2)(-\sqrt{3}-2)$
$=1$

$\therefore a+b=4+1=5$

25 근의 공식에 의해

$$x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times2\times(a-1)}}{2\times2}$$
$$=\frac{5\pm\sqrt{33-8a}}{4}$$

x가 유리수가 되려면 $33-8a$의 값은 0 또는 제곱수이어야 한다.

이때 $33-8a\geq0$에서 $a\leq\frac{33}{8}$이므로

$a=1$일 때, $33-8\times1=25=5^2$

$a=2$일 때, $33-8\times2=17$

$a=3$일 때, $33-8\times3=9=3^2$

$a=4$일 때, $33-8\times4=1=1^2$

따라서 해가 모두 유리수가 되도록 하는 자연수 a는 1, 3, 4의 3개이다.

26 이차방정식 $ax^2-4x+b=0$이 중근을 가지려면

$(-4)^2-4ab=16-4ab=0$

$\therefore ab=4$

이를 만족하는 순서쌍 $(a,\ b)$는

$(1,\ 4),\ (2,\ 2),\ (4,\ 1)$

의 3가지이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$

27 주어진 일차함수의 그래프의 식은

$y=-2x+4$이므로

$a=2,\ b=-4$

따라서 $x^2+2x-4=0$의 두 근이 m, n이므로 근과 계수의 관계에 의해

$m+n=-2,\ mn=-4$

$\therefore \frac{n}{m}+\frac{m}{n}=\frac{m^2+n^2}{mn}$
$=\frac{(m+n)^2-2mn}{mn}$
$=\frac{(-2)^2-2\times(-4)}{-4}$
$=-3$

28 근이 -2, 6이고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$(x+2)(x-6)=0,\ x^2-4x-12=0$

이 이차방정식에서 상수항은 제대로 보았으므로 원래 이차방정식의 상수항은 -12이다.

또 근이 -4, -1이고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$(x+4)(x+1)=0,\ x^2+5x+4=0$

이 이차방정식에서 일차항은 제대로 보았으므로 원래 이차방정식의 일차항의 계수는 5이다.

따라서 구하는 이차방정식은
$x^2+5x-12=0$이므로

$$x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times1\times(-12)}}{2\times1}$$
$$=\frac{-5\pm\sqrt{73}}{2}$$

29 (1) $x^2-2(m-1)x+4=0$이 중근을 가지려면 $b'^2-ac=0$이어야 하므로
$(m-1)^2-1\times4=0$ … (i)
$m^2-2m-3=0$
$(m+1)(m-3)=0$
$\therefore m=-1$ 또는 $m=3$
그런데 $m>0$이므로 $m=3$ … (ii)
(2) $m=3$을 $x^2-2(m-1)x+4=0$에 대입하면
$x^2-4x+4=0$, $(x-2)^2=0$
따라서 $x=2$(중근)이므로
$a=2$ … (iii)

채점 기준
(i) 중근을 갖기 위한 조건 알기
(ii) m의 값 구하기
(iii) a의 값 구하기

30 두 근이 $-\frac{1}{3}$, 2이고 x^2의 계수가 3인 이차방정식은
$3\left(x+\frac{1}{3}\right)(x-2)=0$
$(3x+1)(x-2)=0$
$3x^2-5x-2=0$ … (i)
따라서 $a=-5$, $b=-2$이므로 … (ii)
$a-b=-5-(-2)=-3$ … (iii)

채점 기준
(i) 이차방정식 구하기
(ii) a, b의 값 각각 구하기
(iii) $a-b$의 값 구하기

14강 복잡한 이차방정식의 풀이

필수 예제 p. 68

1 (1) $x=6\pm2\sqrt{7}$
(2) $x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=2$
(3) $x=\frac{3\pm\sqrt{17}}{4}$
(4) $x=\frac{2\pm\sqrt{6}}{2}$

(1) 양변에 10을 곱하면
$x^2-12x+8=0$
짝수 공식에 의해

$$x=\frac{-(-6)\pm\sqrt{(-6)^2-1\times8}}{1}$$
$$=6\pm2\sqrt{7}$$

(2) 양변에 10을 곱하여 정리하면
$2x^2-5x+2=0$
$(2x-1)(x-2)=0$
$\therefore x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=2$
(3) 양변에 6을 곱하면
$2x^2-3x-1=0$
근의 공식에 의해

$$x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times2\times(-1)}}{2\times2}$$
$$=\frac{3\pm\sqrt{17}}{4}$$

(4) 양변에 4를 곱하여 정리하면
$2x^2-4x-1=0$
짝수 공식에 의해

$$x=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-2\times(-1)}}{2}$$
$$=\frac{2\pm\sqrt{6}}{2}$$

2 (1) $x=-1\pm\sqrt{3}$
(2) $x=-\frac{3}{2}$ 또는 $x=4$

(1) $x^2+4x+4=2x+6$
$x^2+2x-2=0$
짝수 공식에 의해

$$x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-1\times(-2)}}{1}$$
$$=-1\pm\sqrt{3}$$

(2) $2x^2-5x-3-9=0$
$2x^2-5x-12=0$
$(2x+3)(x-4)=0$
$\therefore x=-\frac{3}{2}$ 또는 $x=4$

3 (1) $x=-1$ 또는 $x=10$
(2) $x=-8$ 또는 $x=6$

(1) $x-3=X$로 놓으면
$X^2-3X-28=0$
$(X+4)(X-7)=0$
$\therefore X=-4$ 또는 $X=7$
$x-3=-4$ 또는 $x-3=7$이므로
$x=-1$ 또는 $x=10$
(2) $x-1=X$로 놓으면
$X^2+4X-45=0$
$(X+9)(X-5)=0$
$\therefore X=-9$ 또는 $X=5$
$x-1=-9$ 또는 $x-1=5$이므로
$x=-8$ 또는 $x=6$

핵심 유형 익히기 p. 69

1 ④
양변에 10을 곱하면 $5x^2+8x-1=0$
짝수 공식에 의해

$$x=\frac{-4\pm\sqrt{4^2-5\times(-1)}}{5}$$
$$=\frac{-4\pm\sqrt{21}}{5}$$

따라서 큰 근 $k=\frac{-4+\sqrt{21}}{5}$이므로

$$5k+4=5\times\frac{-4+\sqrt{21}}{5}+4=\sqrt{21}$$

2 ①
양변에 4를 곱하면 $4x^2-10x+3=0$
짝수 공식에 의해

$$x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times3}}{4}$$
$$=\frac{5\pm\sqrt{13}}{4}$$

따라서 $a=5$, $b=13$이므로
$a-b=5-13=-8$

3 ①
$3(x^2+4x+4)=x^2+10$
$2x^2+12x+2=0$, $x^2+6x+1=0$
짝수 공식에 의해

$$x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-1\times1}}{1}=-3\pm2\sqrt{2}$$

4 $x=-\frac{3}{2}$ 또는 $x=5$
양변에 15를 곱하면
$3x(x-1)=5(x-3)(x+1)$
$2x^2-7x-15=0$
$(2x+3)(x-5)=0$
$\therefore x=-\frac{3}{2}$ 또는 $x=5$

5 1
$(2x+1)^2-4(2x+1)+3=0$에서
$2x+1=X$로 놓으면
$X^2-4X+3=0$, $(X-1)(X-3)=0$
$\therefore X=1$ 또는 $X=3$
즉, $2x+1=1$ 또는 $2x+1=3$이므로
$x=0$ 또는 $x=1$
$\therefore a+b=1$

6 ②
$x+y=X$로 놓으면
$X(X+3)+2=0$, $X^2+3X+2=0$
$(X+2)(X+1)=0$
$\therefore X=-2$ 또는 $X=-1$
$\therefore x+y=-2$ 또는 $x+y=-1$

15강 이차방정식의 활용

필수 예제 p. 70

1 $2x+1$, $2x+1$, 16, ±4, 4, 7, 9

연속한 두 홀수를 $2x-1$, $2x+1$(x는 자연수)이라고 하면 연속한 두 홀수의 곱이 63이므로

$(2x-1)(2x+1)=63$

$4x^2-1=63$, $4x^2=64$

$x^2=16$ $\quad\therefore x=\pm4$

그런데 x는 자연수이므로 $x=4$

따라서 연속한 두 홀수는 7, 9이다.

확인 $7\times9=63$이므로 문제의 뜻에 맞는다.

2 $x+2$, $x+2$, 2, 11, 11, 11, 13, 11

직사각형의 세로의 길이를 x cm라고 하면 가로의 길이는 $(x+2)$ cm이므로 $x(x+2)=143$

$x^2+2x=143$, $x^2+2x-143=0$

$(x+13)(x-11)=0$

$\therefore x=-13$ 또는 $x=11$

그런데 $x>0$이므로 $x=11$

따라서 직사각형의 가로의 길이는 13 cm, 세로의 길이는 11 cm이다.

확인 $13=11+2$이고 $13\times11=143$이므로 문제의 뜻에 맞는다.

3 75, 15, 5, 5, 5

쏘아 올린 지 t초 후에 물체의 높이가 75 m가 된다고 하면

$-5t^2+40t=75$, $5t^2-40t+75=0$

$t^2-8t+15=0$, $(t-3)(t-5)=0$

$\therefore t=3$ 또는 $t=5$

따라서 쏘아 올린 지 3초 후 또는 5초 후에 물체의 높이가 75 m가 된다.

확인 $-5\times3^2+40\times3=75$, $-5\times5^2+40\times5=75$이므로 문제의 뜻에 맞는다.

핵심 유형 익히기 p. 71

1 ③

$\dfrac{n(n+1)}{2}=190$에서

$n^2+n-380=0$

$(n+20)(n-19)=0$

$\therefore n=-20$ 또는 $n=19$

그런데 n은 자연수이므로 $n=19$

따라서 1부터 19까지 더해야 한다.

2 ④

$\dfrac{n(n-3)}{2}=44$에서

$n^2-3n-88=0$

$(n+8)(n-11)=0$

$\therefore n=-8$ 또는 $n=11$

그런데 $n>3$이므로 $n=11$

따라서 십일각형이다.

3 ②

두 자연수를 x, $x+3$이라고 하면

$x(x+3)=108$, $x^2+3x-108=0$

$(x+12)(x-9)=0$

$\therefore x=-12$ 또는 $x=9$

그런데 x는 자연수이므로 $x=9$

따라서 두 자연수는 9, 12이므로 구하는 작은 수는 9이다.

4 ②

연속한 두 자연수를 x, $x+1$이라고 하면 $x(x+1)=x^2+(x+1)^2-7$

$x^2+x-6=0$, $(x+3)(x-2)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=2$

그런데 x는 자연수이므로 $x=2$

따라서 연속한 두 자연수는 2, 3이다.

5 $(2+2\sqrt{2})$ cm

처음 원의 반지름의 길이를 r cm라고 하면 늘어난 원의 반지름의 길이는 $(r+2)$ cm이므로

$\pi(r+2)^2=2\pi r^2$, $r^2-4r-4=0$

$\therefore r=2\pm2\sqrt{2}$

그런데 $r>0$이므로 $r=2+2\sqrt{2}$

따라서 처음 원의 반지름의 길이는 $(2+2\sqrt{2})$ cm이다.

6 (1) 45 m (2) 4초

(1) $t=2$를 주어진 식에 대입하면

$h=-5\times2^2+20\times2+25=45$

따라서 2초 후의 높이는 45 m이다.

(2) 옥상의 높이가 25 m이므로

$-5t^2+20t+25=25$

$-5t^2+20t=0$, $-5t(t-4)=0$

$\therefore t=0$ 또는 $t=4$

그런데 $t>0$이므로 $t=4$

따라서 걸리는 시간은 4초이다.

100점 잡는 족집게 기출 문제 p. 72~75

1 $x=\dfrac{-7\pm\sqrt{41}}{4}$ **2** ③ **3** ③
4 ③ **5** ⑤
6 $x=-\dfrac{11}{4}$ 또는 $x=0$ **7** ④
8 8, 9, 10 **9** ② **10** 15명
11 ① **12** 2 **13** ②
14 $x=0$ 또는 $x=\dfrac{2}{3}$ **15** ②
16 ⑤ **17** 21 **18** 72 **19** ⑤
20 8 cm **21** 1 m **22** (6, 4)
23 ④ **24** $1+\sqrt{6}$ **25** 8일
26 ① **27** 4초
28 3, 과정은 풀이 참조
29 3, 과정은 풀이 참조

1 양변에 10을 곱하면 $2x^2+7x+1=0$

근의 공식에 의해

$x=\dfrac{-7\pm\sqrt{7^2-4\times2\times1}}{2\times2}$

$=\dfrac{-7\pm\sqrt{41}}{4}$

2 양변에 12를 곱하면 $3x^2-12x+1=0$

짝수 공식에 의해

$x=\dfrac{-(-6)\pm\sqrt{(-6)^2-3\times1}}{3}$

$=\dfrac{6\pm\sqrt{33}}{3}$

$\therefore A=3$, $B=33$

3 양변에 10을 곱하면 $5x^2-10x+4=0$

짝수 공식에 의해

$x=\dfrac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-5\times4}}{5}$

$=\dfrac{5\pm\sqrt{5}}{5}$

4 양변에 10을 곱하여 정리하면

$x^2-4x-10=0$

짝수 공식에 의해

$x=\dfrac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-1\times(-10)}}{1}$

$=2\pm\sqrt{14}$

따라서 양수인 해는 $x=2+\sqrt{14}$이다.

5 $x^2-5x+4=x+20$

$x^2-6x-16=0$

$(x+2)(x-8)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=8$

따라서 두 근의 차는

$8-(-2)=10$

6 $x+2=X$로 놓으면
$4X^2-5X-6=0$
$(4X+3)(X-2)=0$
$\therefore X=-\frac{3}{4}$ 또는 $X=2$
즉, $x+2=-\frac{3}{4}$ 또는 $x+2=2$이므로
$x=-\frac{11}{4}$ 또는 $x=0$

7 $\frac{n(n-3)}{2}=35$에서 $n^2-3n-70=0$
$(n+7)(n-10)=0$
$\therefore n=-7$ 또는 $n=10$
그런데 $n>3$이므로 $n=10$
따라서 십각형이다.

8 연속한 세 자연수를 x, $x+1$, $x+2$라고 하면
$x^2+(x+1)^2+(x+2)^2=245$
$x^2+2x-80=0$
$(x+10)(x-8)=0$
$\therefore x=-10$ 또는 $x=8$
그런데 x는 자연수이므로 $x=8$
따라서 연속한 세 자연수는 8, 9, 10이다.

9 $x^2+ax+b=0$의 두 근을 m, $m+1$이라고 하면
$(m+1)^2-m^2=13$
$2m+1=13$ $\quad\therefore m=6$
따라서 두 근은 6, 7이다.
$(x-6)(x-7)=0$
$x^2-13x+42=0$
$\therefore a=-13$, $b=42$
$\therefore a+b=-13+42=29$

10 학생의 수를 x명이라고 하면 한 학생에게 나누어 주는 사과의 개수는 $(x-2)$개이므로
$x(x-2)=195$
$x^2-2x-195=0$
$(x+13)(x-15)=0$
$\therefore x=-13$ 또는 $x=15$
그런데 $x>2$이므로 $x=15$
따라서 학생의 수는 15명이다.

11 큰 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라고 하면 작은 정사각형의 한 변의 길이는 $(8-x)$ cm이다.
따라서 두 정사각형의 넓이의 합이 34 cm^2이므로
$x^2+(8-x)^2=34$

12 처음 원의 넓이는 $9\pi\ \text{m}^2$, 폭을 늘인 원의 넓이는 $(3+x)^2\pi\ \text{m}^2$이므로
$(3+x)^2\pi-9\pi=16\pi$
$x^2+6x-16=0$
$(x+8)(x-2)=0$
$\therefore x=-8$ 또는 $x=2$
그런데 $x>0$이므로 $x=2$

13 땅에 떨어지는 순간의 높이는 0이므로
$30x-5x^2=0$
$-5x(x-6)=0$
$\therefore x=0$ 또는 $x=6$
그런데 $x>0$이므로 $x=6$
따라서 이 물체가 땅에 떨어지는 순간은 쏘아 올린 지 6초 후이다.

14 양변에 10을 곱하면
$2(x^2+x)-5(3x^2+2)=10(-x^2-1)$
$2x^2+2x-15x^2-10=-10x^2-10$
$3x^2-2x=0$, $x(3x-2)=0$
$\therefore x=0$ 또는 $x=\frac{2}{3}$

15 $\frac{1}{6}x^2-2x+\frac{10}{3}=0$의 양변에 6을 곱하면 $x^2-12x+20=0$
$(x-2)(x-10)=0$
$\therefore x=2$ 또는 $x=10$
$0.1x^2+0.8x-2=0$의 양변에 10을 곱하면
$x^2+8x-20=0$
$(x+10)(x-2)=0$
$\therefore x=-10$ 또는 $x=2$
따라서 공통인 근은 $x=2$이다.

16 $x^2+3x+2=-2x-4$
$x^2+5x+6=0$
$(x+3)(x+2)=0$
$\therefore x=-3$ 또는 $x=-2$
이때 $a>b$이므로
$a=-2$, $b=-3$
따라서 $x^2-2x-3=0$을 풀면
$(x+1)(x-3)=0$
$\therefore x=-1$ 또는 $x=3$

17 $\square=n$이라고 하면 규칙에 의하여
$n(n+1)-2n=420$
$n^2-n-420=0$
$(n+20)(n-21)=0$
$\therefore n=-20$ 또는 $n=21$
그런데 $n>0$이므로 $n=21$
따라서 $\square$ 안에 알맞은 수는 21이다.

18 십의 자리의 숫자를 x라고 하면 일의 자리의 숫자는 $2x$이므로
$x\times 2x=10x+2x-16$
$x^2-6x+8=0$
$(x-2)(x-4)=0$
$\therefore x=2$ 또는 $x=4$
따라서 두 자리의 양의 정수는 24 또는 48이므로 두 수의 합은 72이다.

19 직사각형의 가로의 길이를 x cm라고 하면 세로의 길이는
$\frac{28-2x}{2}=14-x\,(\text{cm})$
직사각형의 넓이가 24 cm^2이므로
$x(14-x)=24$
$x^2-14x+24=0$
$(x-2)(x-12)=0$
$\therefore x=2$ 또는 $x=12$
따라서 가로의 길이가 2 cm이면 세로의 길이는 12 cm, 가로의 길이가 12 cm이면 세로의 길이는 2 cm이므로 가로와 세로의 길이의 차는
$12-2=10\,(\text{cm})$이다.

20 처음 직사각형의 세로의 길이를 x cm라고 하면 가로의 길이는 $(x+3)$ cm이고, 직육면체 모양의 상자의 부피가 56 cm^3이므로
$2\{(x+3)-4\}(x-4)=56$
$2(x-1)(x-4)=56$
$x^2-5x-24=0$
$(x+3)(x-8)=0$
$\therefore x=-3$ 또는 $x=8$
그런데 $x>4$이므로 $x=8$
따라서 처음 직사각형의 세로의 길이는 8 cm이다.

21 길의 폭을 x m라고 하면 꽃밭의 가로의 길이는 $(16-2x)$ m이고, 세로의 길이는 $(12-2x)$ m이다.
이때 꽃밭의 넓이가 140 m^2이므로
$(16-2x)(12-2x)=140$
$x^2-14x+13=0$
$(x-1)(x-13)=0$
$\therefore x=1$ 또는 $x=13$
그런데 $0<x<6$이므로 $x=1$
따라서 길의 폭은 1 m이다.

22 점 A는 $y=-x+10$의 그래프 위의 점이므로 점 A의 좌표를 $(a,\ -a+10)$이라고 하면
$\text{P}(a,\ 0)$, $\text{Q}(0,\ -a+10)$

□OPAQ는 직사각형이므로
$a(-a+10)=24$
$a^2-10a+24=0$
$(a-4)(a-6)=0$
$\therefore a=4$ 또는 $a=6$
그런데 $\overline{OP}>\overline{OQ}$이므로 $a=6$
따라서 점 A의 좌표는 $(6, 4)$이다.

23 작은 정사각형의 한 변의 길이를 x라고 하면 큰 정사각형의 한 변의 길이는 $x+6$이므로
$x^2+(x+6)^2=468$
$x^2+6x-216=0$
$(x+18)(x-12)=0$
$\therefore x=-18$ 또는 $x=12$
그런데 $x>0$이므로 $x=12$
따라서 두 정사각형의 한 변의 길이는 각각 12, 18이다.

24 주어진 식을 정리하면
$(a-b)^2-2(a-b)-5=0$
$a-b=X$로 놓으면
$X^2-2X-5=0 \quad \therefore X=1\pm\sqrt{6}$
이때 $a>b$이므로 $a-b>0$
$\therefore a-b=1+\sqrt{6}$

25 이 달의 둘째 주 화요일의 날짜를 x일이라고 하면 넷째 주 수요일의 날짜는 $(x+15)$일이므로
$x(x+15)=184$, $x^2+15x-184=0$
$(x+23)(x-8)=0$
$\therefore x=-23$ 또는 $x=8$
그런데 $x>0$이므로 $x=8$
따라서 이 달의 둘째 주 화요일은 8일이다.

26 가장 작은 반원의 반지름의 길이를 x cm라고 하면 중간 크기의 반원의 반지름의 길이는 $\frac{8-2x}{2}=4-x$ (cm)이므로
$\frac{1}{2}\pi\times4^2$
$-\left\{\frac{1}{2}\pi\times x^2+\frac{1}{2}\pi\times(4-x)^2\right\}$
$=3\pi$
이 식을 정리하면
$x^2-4x+3=0$, $(x-1)(x-3)=0$
$\therefore x=1$ 또는 $x=3$
그런데 $x<4-x$에서 $x<2$이므로
$x=1$
따라서 가장 작은 반원의 반지름의 길이를 1 cm로 해야 한다.

27 t초 후에 $\overline{AP}=t$ cm,
$\overline{PB}=(8-t)$cm이고
$\overline{BQ}=2t$ cm$(0<t\le5)$이므로
$\triangle PBQ=\frac{1}{2}\times(8-t)\times2t=16$
$-t^2+8t=16$, $t^2-8t+16=0$
$(t-4)^2=0 \quad \therefore t=4$(중근)
따라서 4초 후이다.

28 양변에 분모의 최소공배수 6을 곱하면
$2(x^2-2)-3(x-1)=-1$
$2x^2-3x=0$ … (i)
$x(2x-3)=0$
$\therefore x=0$ 또는 $x=\frac{3}{2}$ … (ii)
$m>n$이므로 $m=\frac{3}{2}$, $n=0$ … (iii)
$\therefore 2m-n=2\times\frac{3}{2}-0=3$ … (iv)

채점 기준
(i) 계수를 정수로 고치고 정리하기
(ii) 이차방정식의 해 구하기
(iii) m, n의 값 각각 구하기
(iv) $2m-n$의 값 구하기

29 $(3+x)(2+x)=3\times2+24$ … (i)
$x^2+5x-24=0$
$(x+8)(x-3)=0$
$\therefore x=-8$ 또는 $x=3$
그런데 $x>0$이므로 $x=3$ … (ii)

채점 기준
(i) 이차방정식 세우기
(ii) x의 값 구하기

16강 이차함수 $y=ax^2$의 그래프

필수 예제 p. 76

1 ⑤

2 ⑤
⑤ $y=-x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭이다.

3 ①
이차함수 $y=ax^2$의 그래프는 a의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아지므로 $y=-3x^2$의 그래프의 폭이 가장 좁다.

핵심 유형 익히기 p. 77

1 (1) ○ (2) × (3) ○ (4) ×
(1) $y=x^2$ ⇨ 이차함수이다.
(2) $y=x+x+1=2x+1$
⇨ 이차함수가 아니다.
(3) 가로의 길이가 x cm이면 세로의 길이는 $\frac{20-2x}{2}=10-x$(cm)이므로 $y=x(10-x)=-x^2+10x$
⇨ 이차함수이다.
(4) (시간)$=\frac{(\text{거리})}{(\text{속력})}$이므로 $y=\frac{100}{x}$
⇨ 이차함수가 아니다.

2 **14**
$f(0)=-0^2-3\times0+4=4$
$f(-1)=-(-1)^2-3\times(-1)+4$
$=-1+3+4=6$
$\therefore 2f(0)+f(-1)=2\times4+6=14$

3 $a\neq\pm1$
$y=(a^2-1)x^2+4x-2$가 이차함수가 되려면 $a^2-1\neq0$이어야 하므로
$a^2\neq1 \quad \therefore a\neq\pm1$
확인 y를 x에 관하여 정리하였을 때, $y=$(x에 관한 이차식)의 꼴인 함수를 이차함수라고 한다.
이때 주어진 식이 이차함수가 되기 위해서는 이차항의 계수가 0이 아니어야 한다.

4 ②
② 위로 볼록하다.

5 (1) ㄷ, ㄹ, ㅁ (2) ㄱ, ㄴ
(3) ㄷ, ㄹ (4) ㄴ과 ㅁ
이차함수 $y=ax^2$의 그래프는
(1) $a>0$일 때 아래로 볼록하므로 ㄷ, ㄹ, ㅁ이다.
(2) $a<0$일 때 위로 볼록하므로 ㄱ, ㄴ이다.
(3) a의 절댓값이 클수록 폭은 좁아지므로 폭이 가장 좁은 그래프는 ㄷ, 폭이 가장 넓은 그래프는 ㄹ이다.
(4) a의 절댓값이 같고, 부호가 서로 반대인 그래프가 x축에 대하여 서로 대칭이므로 ㄴ과 ㅁ이다.
확인 이차함수 $y=ax^2$에서 a의 값에 의해 결정되는 것
(1) 그래프의 모양
$a>0$ ⇨ 아래로 볼록
$a<0$ ⇨ 위로 볼록

(2) 그래프의 폭
a의 절댓값이 클수록 폭이 좁다.
(3) x축에 대하여 서로 대칭인 그래프
a의 절댓값은 같고, 부호가 다르면 x축에 대하여 서로 대칭이다.

6 $-\frac{2}{3}$
$x=3$, $y=-6$을 $y=ax^2$에 대입하면
$-6=9a \qquad \therefore a=-\frac{2}{3}$

100점 잡는 족집게 기출 문제 p. 78~79

1 ② **2** ②, ③ **3** 14 **4** ③
5 풀이 참조 **6** ①, ②
7 $a=5$, $b=-5$ **8** $y=\frac{4}{9}x^2$
9 ⑤ **10** $-3<a<-2$ **11** 16
12 $\frac{1}{4}$
13 (1) $y=(1-a)x^2-4x+9$
(2) $a\neq1$ 과정은 풀이 참조
14 -10, 과정은 풀이 참조

1 ② x^2이 분모에 있으므로 이차함수가 아니다.
③ $y=-\frac{1}{3}x^2-\frac{2}{3}x$ (이차함수)
⑤ $y=-x^2+x$ (이차함수)
따라서 이차함수가 아닌 것은 ②이다.

2 ① (정사각형의 둘레의 길이)
$=4\times$(한 변의 길이)
$\therefore y=4x$
② (삼각형의 넓이)
$=\frac{1}{2}\times$(밑변의 길이)$\times$(높이)
$\therefore y=\frac{1}{2}x(x+2)=\frac{1}{2}x^2+x$
③ (원의 넓이)$=\pi\times$(반지름의 길이)^2
$\therefore y=\pi x^2$
④ (직사각형의 넓이)
$=$(가로의 길이)$\times$(세로의 길이)
$\therefore y=10x$
⑤ (사다리꼴의 넓이)
$=\frac{1}{2}\times\{$(아랫변의 길이)
$+$(윗변의 길이)$\}\times$(높이)
$\therefore y=\frac{1}{2}\times(2x+x)\times2=3x$
따라서 이차함수인 것은 ②, ③이다.

3 $f(-2)=(-2)^2-2\times(-2)+3=11$
$f(2)=2^2-2\times2+3=3$
$\therefore f(-2)+f(2)=11+3=14$

4 위로 볼록하므로 $y=ax^2$에서 $a<0$이고, $y=-x^2$의 그래프보다 폭이 넓으므로 a의 절댓값이 1보다 작은 것을 찾으면 ③ $y=-\frac{3}{4}x^2$이다.

5 $x\neq0$인 모든 실수 x에 대하여 $x^2>0$이다.
따라서 이차함수 $y=x^2$의 그래프는 원점을 제외하고는 x축보다 위쪽에 있다.

6 ① 위로 볼록한 그래프는 ㄴ, ㄹ, ㅁ, ㅂ의 4개이다.
② 그래프의 폭이 가장 좁은 것은 ㅂ이다.

7 두 그래프가 x축에 대하여 대칭이므로 a와 b는 절댓값이 같고 부호가 다르다.
$ab=-25$이고 $a>b$이므로
$a=5$, $b=-5$

8 꼭짓점이 원점이므로 구하는 이차함수의 식을 $y=ax^2$이라고 하자.
점 $(3, 4)$를 지나므로
$4=9a \qquad \therefore a=\frac{4}{9}$
따라서 구하는 이차함수의 식은
$y=\frac{4}{9}x^2$이다.

9 $y=ax^2$의 그래프가 직사각형 ABCD의 둘레 위의 서로 다른 두 점에서 만나려면 점 A와 점 C 사이를 지나야 한다.
점 $A(2, 7)$을 지날 때,
$7=4a \qquad \therefore a=\frac{7}{4}$
점 $C(5, 3)$을 지날 때,
$3=25a \qquad \therefore a=\frac{3}{25}$
$\therefore \frac{3}{25}<a<\frac{7}{4}$
따라서 a의 값이 될 수 없는 것은 ⑤이다.

10 $y=ax^2$의 그래프가 $y=-2x^2$의 그래프보다 폭이 좁으므로
$|a|>|-2|$, 즉 $|a|>2$
또 $y=3x^2$의 그래프보다 폭이 넓으므로 $|a|<3$
따라서 $2<|a|<3$이고 a는 음수이므로 $-3<a<-2$

11 점 A의 좌표를 (a, a^2)이라고 하면
$\overline{AB}=8-a^2$, $\overline{AD}=2a$
이때 사각형 ABCD는 정사각형이므로
$8-a^2=2a$
$a^2+2a-8=0$
$(a+4)(a-2)=0$
$\therefore a=-4$ 또는 $a=2$
그런데 $a>0$이므로 $a=2$
따라서 정사각형 ABCD의 넓이는
$(2a)^2=4^2=16$이다.

12 $y=x^2$의 그래프가 직선 $y=9$와 두 점 B, C에서 만나므로
$x^2=9$에서 $x=\pm3$
$B(-3, 9)$, $C(3, 9)$
$\therefore \overline{BC}=6$
$y=x^2$과 $y=ax^2$의 그래프는 모두 y축에 대하여 대칭이므로 $\overline{AB}=\overline{CD}$
이때 $\overline{AB}+\overline{CD}=2\overline{AB}=\overline{BC}$이므로
$\overline{AB}=\overline{CD}=\frac{1}{2}\overline{BC}=3$
즉, $A(-6, 9)$, $D(6, 9)$이므로
$x=6$, $y=9$를 $y=ax^2$에 대입하면
$9=36a \qquad \therefore a=\frac{1}{4}$

13 (1) $y=(3-x)^2-x(ax-2)$
$=9-6x+x^2-ax^2+2x$
$=(1-a)x^2-4x+9$ … (i)
(2) 이차함수가 되기 위해서는 x^2의 계수가 0이 아니어야 한다. … (ii)
즉, $1-a\neq0$이어야 하므로
$a\neq1$ … (iii)

채점기준
(i) $y=Ax^2+Bx+C$의 꼴로 정리하기
(ii) 이차함수가 되기 위한 조건 알기
(iii) 상수 a의 조건 구하기

14 $y=ax^2$에 $x=1$, $y=-2$를 대입하면
$-2=a$ … (i)
$y=-2x^2$에 $x=2$, $y=b$를 대입하면
$b=-2\times2^2=-8$ … (ii)
$\therefore a+b=-2-8=-10$ … (iii)

채점 기준
(i) a의 값 구하기
(ii) b의 값 구하기
(iii) $a+b$의 값 구하기

17강 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프 (1)

필수 예제 p. 80

1 (1) 3 (2) -3

(1) $y=2x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이다.

(2) $y=2x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 것이다.

2 (1) 4 (2) -5

(1) $y=-3x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 4만큼 평행이동한 것이다.

(2) $y=-3x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -5만큼 평행이동한 것이다.

3 (1) -2, 5 (2) 4, -1

(1) $y=4x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 5만큼 평행이동한 것이다.

(2) $y=4x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 4만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 것이다.

핵심 유형 익히기 p. 81

1 (1) $y=3x^2+3$

꼭짓점의 좌표 : $(0, 3)$

축의 방정식 : $x=0$

(2) $y=-\frac{1}{2}x^2-4$

꼭짓점의 좌표 : $(0, -4)$

축의 방정식 : $x=0$

확인 이차함수 $y=ax^2(a\neq0)$의 그래프를 y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=ax^2+q$이다.
이때 꼭짓점의 좌표는 $(0, q)$, 축의 방정식은 $x=0$(y축)이다.

2 (1) $y=2(x+3)^2$

꼭짓점의 좌표 : $(-3, 0)$

축의 방정식 : $x=-3$

(2) $y=-\frac{2}{3}(x-4)^2$

꼭짓점의 좌표 : $(4, 0)$

축의 방정식 : $x=4$

확인 이차함수 $y=ax^2(a\neq0)$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=a(x-p)^2$이다.
이때 꼭짓점의 좌표는 $(p, 0)$, 축의 방정식은 $x=p$이다.

3 ③

각 이차함수의 그래프의 축의 방정식을 구하면

① $x=1$ ② $x=-3$ ③ $x=2$

④ $x=-7$ ⑤ $x=\frac{3}{2}$

따라서 축의 위치가 가장 오른쪽에 있는 것은 ③이다.

4 (1) $y=2(x-5)^2-2$

꼭짓점의 좌표 : $(5, -2)$

축의 방정식 : $x=5$

(2) $y=-\frac{1}{2}(x+4)^2+7$

꼭짓점의 좌표 : $(-4, 7)$

축의 방정식 : $x=-4$

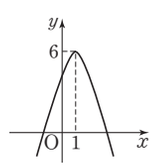
확인 이차함수 $y=ax^2(a\neq0)$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=a(x-p)^2+q$이다.
이때 꼭짓점의 좌표는 (p, q), 축의 방정식은 $x=p$이다.

5 7

$y=-2(x-5)^2-3$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(5, -3)$이고, 축의 방정식은 $x=5$이다.
따라서 $a=5$, $b=-3$, $c=5$이므로
$a+b+c=5-3+5=7$

6 ④

$y=-2(x-1)^2+6$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점의 좌표가 $(1, 6)$이고 위로 볼록하므로



$x>1$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.
$\therefore x>1$

18강 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프 (2)

필수 예제 p. 82

1 (1) $y=4x^2$

(2) $y=2(x-2)^2$

(3) $y=x^2-4$

(4) $y=-2(x-1)^2+3$

(1) 원점이 꼭짓점이므로 이차함수의 식을 $y=ax^2$이라고 하면 점 $(-1, 4)$를 지나므로
$4=a\times(-1)^2$ $\therefore a=4$
$\therefore y=4x^2$

(2) 꼭짓점의 좌표가 $(2, 0)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-2)^2$이라고 하면 점 $(1, 2)$를 지나므로
$2=a\times(1-2)^2$ $\therefore a=2$
$\therefore y=2(x-2)^2$

(3) 꼭짓점의 좌표가 $(0, -4)$이므로 이차함수의 식을 $y=ax^2-4$라고 하면 점 $(4, 12)$를 지나므로
$12=a\times4^2-4$ $\therefore a=1$
$\therefore y=x^2-4$

(4) 꼭짓점의 좌표가 $(1, 3)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-1)^2+3$이라고 하면 점 $(-1, -5)$를 지나므로
$-5=a\times(-1-1)^2+3$
$\therefore a=-2$
$\therefore y=-2(x-1)^2+3$

2 $a>0$, $p>0$, $q<0$

주어진 이차함수의 그래프는 아래로 볼록하므로 $a>0$
꼭짓점 (p, q)는 제4사분면에 있으므로 $p>0$, $q<0$

3 $y=3(x-4)^2+3$

$y=3(x-1)^2+4$의 그래프를 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=3(x-1-3)^2+4-1$
$=3(x-4)^2+3$

핵심 유형 익히기 p. 83

1 $y=\frac{3}{2}(x+2)^2-4$

꼭짓점의 좌표가 $(-2, -4)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x+2)^2-4$라고 하면 그래프가 점 $(2, 20)$을 지나므로

$20=16a-4$ $\therefore a=\frac{3}{2}$

$\therefore y=\frac{3}{2}(x+2)^2-4$

2 $y=-\frac{1}{2}(x+2)^2+5$

꼭짓점의 좌표가 $(-2, 5)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x+2)^2+5$라고 하면 그래프가 점 $(0, 3)$을 지나므로

$3=4a+5 \qquad \therefore a=-\frac{1}{2}$

$\therefore y=-\frac{1}{2}(x+2)^2+5$

3 -2

축의 방정식이 $x=-1$이므로

$y=a(x+1)^2+q$

이 그래프가 두 점 $(-1, 5)$, $(0, -1)$을 지나므로

$5=q, \ -1=a+q$

$\therefore a=-6, \ q=5$

$\therefore y=-6(x+1)^2+5$

이때 $p=-1$이므로

$a+p+q=-6-1+5=-2$

확인 축의 방정식 $x=p$와 두 점이 주어질 때는 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$로 놓고, 두 점의 좌표를 각각 대입하여 a와 q의 값을 구한다.

4 ④

$y=ax^2+q$의 그래프는 위로 볼록하므로 $a<0$

꼭짓점의 좌표가 $(0, q)$이므로

$q>0$

5 (1) $(-2, 5)$ (2) $x=-2$

$y=\frac{1}{2}(x-1)^2+3$의 그래프를 x축의 방향으로 -3만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=\frac{1}{2}(x-1+3)^2+3+2$

$=\frac{1}{2}(x+2)^2+5$

(1) 꼭짓점의 좌표는 $(-2, 5)$

(2) 축의 방정식은 $x=-2$

6 $y=-2(x-3)^2+1$, $y=2(x+3)^2-1$

x축에 대하여 대칭인 그래프의 식은

$-y=2(x-3)^2-1$

$\therefore y=-2(x-3)^2+1$

y축에 대하여 대칭인 그래프의 식은

$y=2(-x-3)^2-1$

$\therefore y=2(x+3)^2-1$

확인 대칭이동

(1) x축에 대하여 대칭

⇨ y 대신 $-y$ 대입

(2) y축에 대하여 대칭

⇨ x 대신 $-x$ 대입

100점 잡는 족집게 기출 문제 p. 84~87

1 ①	2 ③	3 ⑤	4 ⑤
5 ②, ④	6 ⑤	7 ③	8 ②
9 ⑤	10 ③	11 ⑤	
12 $y=-2(x-2)^2+1$			13 ③
14 ③	15 ⑤	16 ④	
17 $-2<a<0$		18 ⑤	19 ①
20 ②	21 ③	22 ④	23 1
24 -1	25 ②		
26 1, 과정은 풀이 참조			
27 11, 과정은 풀이 참조			

1 $y=-3x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 평행이동한 그래프의 식은 $y=-3x^2+q$의 꼴이다.

2 $y=3x^2-2$의 그래프는 $y=3x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것이므로 원점이 꼭짓점이 되도록 하기 위해서는 y축의 방향으로 2만큼 평행이동해야 한다.

3 ⑤ $x=1$을 $y=3x^2+1$에 대입하면 $y=4$이므로 점 $(1, 4)$를 지난다.

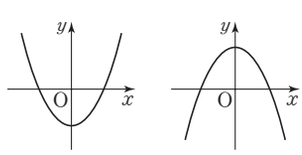
4 $y=-\frac{1}{2}x^2+b$에 $x=-2$, $y=2$를 대입하면

$2=-\frac{1}{2}\times(-2)^2+b$

$2=-2+b \qquad \therefore b=4$

따라서 $y=-\frac{1}{2}x^2+4$이므로 꼭짓점의 좌표는 $(0, 4)$이다.

5 $y=ax^2+q$의 그래프가 모든 사분면을 지나려면 다음 그림과 같아야 한다.



즉, $a>0$, $q<0$ 또는 $a<0$, $q>0$이어야 한다.

따라서 ②, ④이다.

6 $y=\frac{1}{4}(x+5)^2$의 그래프는 아래로 볼록하고 꼭짓점의 좌표가 $(-5, 0)$이므로 그래프가 될 수 있는 것은 ⑤이다.

7 $y=3x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=3(x-2)^2$

따라서 축의 방정식은 $x=2$이다.

8 $y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 5만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=a(x-5)^2$

위 식에 $x=2$, $y=-9$를 대입하면

$-9=9a \qquad \therefore a=-1$

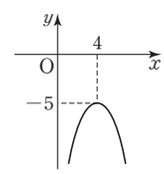
9 각각의 축의 방정식을 구하면

① $x=0$ ② $x=0$ ③ $x=-1$

④ $x=5$ ⑤ $x=-6$

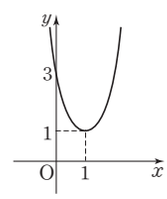
따라서 축이 가장 왼쪽에 있는 것은 ⑤이다.

10 $y=-(x-4)^2-5$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점의 좌표가 $(4, -5)$이고 위로 볼록하므로 $x<4$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.



$\therefore x<4$

11 $y=2(x-1)^2+1$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점의 좌표가 $(1, 1)$이고 아래로 볼록한 포물선이다.



따라서 제3, 제4사분면을 지나지 않는다.

12 꼭짓점의 좌표가 $(2, 1)$이고, 그래프의 모양이 $y=-2x^2$과 같으므로

$y=-2(x-2)^2+1$

13 주어진 그래프는 위로 볼록하므로

$a<0$

꼭짓점이 제2사분면에 있으므로

$p<0$, $q>0$

14 $y=2x^2-1$의 그래프를 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 그래프의 식은

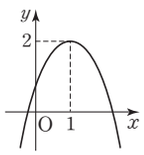
$y=2(x-3)^2-1-4$

$\therefore y=2(x-3)^2-5$

15 $y=3(x-2)^2+5$의 그래프와 y축에 대하여 대칭인 그래프의 식은
$y=3(-x-2)^2+5$
$\therefore y=3(x+2)^2+5$

16 $y=-2x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 m만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=-2x^2+m$
위 식에 $x=1$, $y=n$을 대입하면
$n=-2\times1^2+m$, $n=-2+m$
$\therefore m-n=2$

17 $y=a(x-1)^2+2$의 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $(1, 2)$이므로 모든 사분면을 지나기 위해서는 오른쪽 그림과 같이 위로 볼록해야 한다.



$\therefore a<0$ ⋯ ㉠
또 (y축과의 교점의 y좌표)>0이어야 하므로 $x=0$을 대입하면 $y=a+2$
즉, $a+2>0$ $\therefore a>-2$ ⋯ ㉡
㉠, ㉡에서 $-2<a<0$

18 ⑤ $x<-2$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

19 $y=ax+q$의 그래프는 기울기가 양수이므로 $a>0$, y절편이 양수이므로 $q>0$이다.
$y=ax^2+q$의 그래프는 $a>0$이므로 아래로 볼록하고, $q>0$이므로 꼭짓점 $(0, q)$는 y축 위의 양의 부분에 위치한다.
따라서 $y=ax^2+q$의 그래프가 될 수 있는 것은 ①이다.

20 $y=2(x+2)^2+3$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=2(x+2-p)^2+3+q$
이 이차함수의 그래프와 $y=2x^2$의 그래프가 일치하므로
$2-p=0$, $3+q=0$
$\therefore p=2$, $q=-3$
$\therefore p+q=2-3=-1$

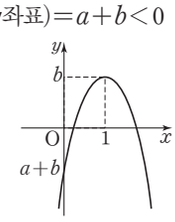
21 $y=a(x-2)^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭인 그래프의 식은
$-y=a(x-2)^2$
$\therefore y=-a(x-2)^2$
이 그래프가 점 $\left(1, -\frac{1}{3}\right)$을 지나므로
$-\frac{1}{3}=-a$ $\therefore a=\frac{1}{3}$

22 꼭짓점의 좌표가 $\left(-a, -\frac{5}{2}a\right)$이므로
$y=\frac{1}{2}x-4$에 $x=-a$, $y=-\frac{5}{2}a$를 대입하면
$-\frac{5}{2}a=-\frac{1}{2}a-4$ $\therefore a=2$

23 점 A는 제4사분면 위의 점이므로
$\overline{OH}=m$
$\overline{AH}=-(m-7)=7-m$
이때 $\triangle AOH=3$이므로
$\frac{1}{2}m(7-m)=3$, $m^2-7m+6=0$
$(m-1)(m-6)=0$
$\therefore m=1$ 또는 $m=6$
그런데 $\overline{OH}<\overline{AH}$이므로 $m=1$

24 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프의 축의 방정식은 $x=p$이고, x축과 두 점 $(-3, 0)$, $(5, 0)$에서 만나므로
$p=\frac{-3+5}{2}=1$
꼭짓점은 직선 $y=-4$ 위에 있으므로 꼭짓점의 y좌표는 -4이다.
$\therefore q=-4$
따라서 $y=a(x-1)^2-4$에 $x=5$, $y=0$을 대입하면
$0=16a-4$ $\therefore a=\frac{1}{4}$
$\therefore apq=\frac{1}{4}\times1\times(-4)=-1$

25 $y=ax+b$의 그래프에서 $a<0$, $b>0$이므로 $y=a(x-1)^2+b$의 그래프는 위로 볼록하고 꼭짓점 $(1, b)$는 제1사분면 위에 있다.
또 $|a|>|b|$이므로
(y축과의 교점의 y좌표)$=a+b<0$
따라서 이 이차함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제1, 제3, 제4사분면을 지난다.



26 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 0)$이므로
$p=-1$ ⋯ (i)
$y=a(x+1)^2$의 그래프가 점 $(0, 2)$를 지나므로 위 식에 $x=0$, $y=2$를 대입하면
$2=a(0+1)^2$ $\therefore a=2$ ⋯ (ii)
$\therefore a+p=2-1=1$ ⋯ (iii)

채점 기준
(i) p의 값 구하기
(ii) a의 값 구하기
(iii) $a+p$의 값 구하기

27 $y=\frac{3}{4}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=\frac{3}{4}(x-3)^2-1$ ⋯ (i)
이 그래프가 점 $(-1, k)$를 지나므로 위 식에 $x=-1$, $y=k$를 대입하면
$k=\frac{3}{4}\times(-1-3)^2-1$
$=12-1=11$ ⋯ (ii)

채점 기준
(i) 평행이동한 그래프의 식 구하기
(ii) k의 값 구하기

19강 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프

필수 예제 p. 88

1 (1) **꼭짓점의 좌표 : $(-1, -4)$**
축의 방정식 : $x=-1$
(2) **꼭짓점의 좌표 : $\left(1, \frac{5}{2}\right)$**
축의 방정식 : $x=1$

(1) $y=3x^2+6x-1$
$=3(x^2+2x)-1$
$=3(x^2+2x+1-1)-1$
$=3(x^2+2x+1)-3-1$
$=3(x+1)^2-4$
따라서 꼭짓점의 좌표는 $(-1, -4)$, 축의 방정식은 $x=-1$이다.

(2) $y=-\frac{1}{2}x^2+x+2$
$=-\frac{1}{2}(x^2-2x)+2$
$=-\frac{1}{2}(x^2-2x+1-1)+2$
$=-\frac{1}{2}(x^2-2x+1)+\frac{1}{2}+2$
$=-\frac{1}{2}(x-1)^2+\frac{5}{2}$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $\left(1,\ \frac{5}{2}\right)$,
축의 방정식은 $x=1$이다.

2 $\boldsymbol{y=2x^2-x+1}$
이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$로 놓고, 주어진 세 점 $(0,\ 1)$, $(1,\ 2)$, $(-1,\ 4)$의 좌표를 각각 대입하면
$1=c$ … ㉠
$2=a+b+c$ … ㉡
$4=a-b+c$ … ㉢
㉠을 ㉡, ㉢에 각각 대입하여 정리하면
$a+b=1,\ a-b=3$
위 두 식을 연립하여 풀면
$a=2,\ b=-1$
따라서 구하는 이차함수의 식은
$y=2x^2-x+1$

3 ②
그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$
축의 위치가 y축의 오른쪽이므로
$ab<0$이고, $a>0$이므로 $b<0$
y축과의 교점이 x축보다 위쪽에 있으므로 $c>0$

핵심 유형 익히기 p. 89

1 $\boldsymbol{(2,\ -5)}$
$y=x^2+ax-1$에 $x=1$, $y=-4$를 대입하면
$-4=1+a-1$ $\quad\therefore a=-4$
$y=x^2-4x-1$
$=(x^2-4x+4-4)-1$
$=(x-2)^2-5$
따라서 꼭짓점의 좌표는 $(2,\ -5)$이다.

2 (1) $\boldsymbol{(-1,\ 0),\ (3,\ 0)}$
(2) $\boldsymbol{(0,\ 3)}$
(1) $y=-x^2+2x+3$에 $y=0$을 대입하면
$0=-x^2+2x+3$
$x^2-2x-3=0$
$(x+1)(x-3)=0$
$\therefore x=-1$ 또는 $x=3$
따라서 x축과의 교점의 좌표는
$(-1,\ 0)$, $(3,\ 0)$이다.
(2) $y=-x^2+2x+3$에 $x=0$을 대입하면
$y=-0^2+2\times0+3=3$
따라서 y축과의 교점의 좌표는
$(0,\ 3)$이다.

확인 x축과의 교점의 x좌표
⇨ $y=0$일 때, x의 값(이차방정식의 해)
y축과의 교점의 y좌표
⇨ $x=0$일 때, y의 값

3 $\boldsymbol{y=-x^2+4x-1}$
축의 방정식이 $x=2$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-2)^2+q$라고 하자.
이 그래프가 두 점 $(0,\ -1)$, $(3,\ 2)$를 지나므로
$-1=a(0-2)^2+q$에서
$4a+q=-1$ … ㉠
$2=a(3-2)^2+q$에서
$a+q=2$ … ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면
$a=-1,\ q=3$
따라서 구하는 이차함수의 식은
$y=-(x-2)^2+3=-x^2+4x-1$

4 **17**
이차항의 계수가 1이고 x축과의 두 교점의 좌표가 $(-5,\ 0)$, $(3,\ 0)$인 이차함수의 그래프의 식은
$y=(x+5)(x-3)$
$=x^2+2x-15$
따라서 $a=2,\ b=-15$이므로
$a-b=2-(-15)=17$

5 $<,\ <,\ <,\ >,\ >$
(i) 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$이다.
(ii) 축이 y축의 오른쪽에 있으므로 a와 b의 부호는 다르다.
즉, $ab<0$이고, $a<0$이므로 $b>0$이다.
(iii) y축과의 교점이 x축보다 위쪽에 있으므로 $c>0$이다.

6 (1) $\boldsymbol{a<0}$ (2) $\boldsymbol{b<0}$
(3) $\boldsymbol{c>0}$ (4) $\boldsymbol{a-b+c>0}$
주어진 이차함수의 그래프는
(1) 위로 볼록하므로 $a<0$
(2) 축이 y축의 왼쪽에 있으므로
$ab>0$이고, $a<0$이므로 $b<0$
(3) y축과의 교점이 x축보다 위쪽에 있으므로 $c>0$
(4) 그래프에서 $x=-1$일 때의 y의 값이 0보다 크므로
$a-b+c>0$

100점 잡는 족집게 기출 문제 p. 90~93

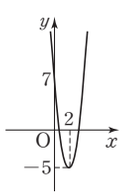
1 ④	2 ③	3 ⑤	4 ④
5 ⑤	6 ⑤	7 ①	8 ①
9 16	10 $y=-x^2-5x-6$		
11 ⑤	12 ④	13 -11	14 ①
15 ④	16 ⑤	17 ③	
18 $y=x^2-6x$		19 $(-2,\ 1)$	
20 ③	21 ②	22 $a=3$, $(3,\ 21)$	
23 ②	24 -3	25 ①, ④	
26 $(2,\ -3)$, 과정은 풀이 참조			
27 -1, 과정은 풀이 참조			

1 $y=-2x^2$의 그래프와 이차항의 계수가 같으면 평행이동하여 포갤 수 있다.
④ $y=2x^2-4x+3$
⑤ $y=-2x^2+6x+20$
따라서 포갤 수 없는 것은 ④이다.

2 $y=-2x^2+8x-4$
$=-2(x^2-4x+4-4)-4$
$=-2(x-2)^2+4$
따라서 꼭짓점의 좌표는 $(2,\ 4)$이다.

3 이차함수의 그래프의 꼭짓점이 x축 위에 있으려면 이차함수의 식이 $y=a(x-p)^2$의 꼴이어야 한다.
$y=x^2-4x+k$
$=x^2-4x+4-4+k$
$=(x-2)^2-4+k$
에서 $-4+k=0$ $\quad\therefore k=4$

4 $y=3x^2-12x+7$
$=3(x^2-4x+4-4)+7$
$=3(x-2)^2-5$
그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 x의 값이 증가할 때, y의 값도 증가하는 x의 값의 범위는 $x>2$이다.



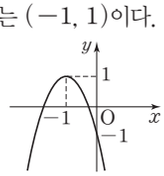
5 $y=x^2-4x+3$에서 이차항의 계수가 $1>0$이므로 아래로 볼록하고, y축과 만나는 점의 y좌표가 3이다.
$y=x^2-4x+3$
$=(x^2-4x+4-4)+3$
$=(x-2)^2-1$
이므로 꼭짓점의 좌표는 $(2,\ -1)$이다.
따라서 구하는 그래프는 ⑤이다.

6 $y=-x^2+4x+5$
$=-(x^2-4x+4-4)+5$
$=-(x-2)^2+9$
따라서 $y=-x^2+4x+5$의 그래프는 $y=-x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 9만큼 평행이동한 것이다.
$\therefore p=2,\ q=9$

7 $y=0$을 대입하면 $2x^2+3x-5=0$
$(2x+5)(x-1)=0$
$\therefore x=-\frac{5}{2}$ 또는 $x=1$
따라서 $p=-\frac{5}{2}$, $q=1$ 또는
$p=1$, $q=-\frac{5}{2}$이므로 $p+q=-\frac{3}{2}$

| 다른 풀이 |
이차함수 $y=2x^2+3x-5$의 그래프가 x축과 만나는 두 점의 x좌표는 이차방정식 $2x^2+3x-5=0$의 두 근이므로 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해 (두 근의 합)$=p+q=-\frac{3}{2}$

8 $y=-2x^2-4x-1$에서 이차항의 계수가 $-2<0$이므로 위로 볼록하고 y축과 만나는 점의 y좌표가 -1이다.
$y=-2x^2-4x-1$
$=-2(x^2+2x+1-1)-1$
$=-2(x+1)^2+1$
이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-1,\ 1)$이다.
따라서 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제1사분면을 지나지 않는다.



9 x축과의 교점의 좌표가 $(-2,\ 0)$, $(6,\ 0)$이므로
$y=-(x+2)(x-6)$
$=-(x^2-4x-12)$
$=-x^2+4x+12$
$\therefore b=4,\ c=12$
$\therefore b+c=4+12=16$

| 다른 풀이 |
$y=-x^2+bx+c$에
$x=-2$, $y=0$을 대입하면
$0=-4-2b+c$ ⋯ ㉠
$x=6$, $y=0$을 대입하면
$0=-36+6b+c$ ⋯ ㉡
㉠과 ㉡을 연립하여 풀면
$b=4,\ c=12$
$\therefore b+c=4+12=16$

10 x축과의 두 교점이 $(-2,\ 0)$, $(-3,\ 0)$이므로 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x+2)(x+3)$이라 하고, 점 $(0,\ -6)$의 좌표를 대입하면
$-6=a\times2\times3$, $-6=6a$
$\therefore a=-1$
$\therefore y=-(x+2)(x+3)$
$=-x^2-5x-6$

참고 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$로 놓고 세 점의 좌표를 각각 대입하여 a, b, c의 값을 구해도 된다.
그러나 x축과의 두 교점이 모두 주어진 경우에는 위와 같이 푸는 것이 편리하다.

11 주어진 이차함수의 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$이다.
축이 y축의 왼쪽에 위치하므로 $ab>0$이고, $a<0$이므로 $b<0$이다.
y축과 만나는 점이 x축보다 아래쪽에 있으므로 $c<0$이다.
$\therefore a<0,\ b<0,\ c<0$

12 $a<0$이므로 위로 볼록하고, $ab<0$이므로 축은 y축의 오른쪽에 있다.
또 $c>0$이므로 y축과 만나는 점이 x축보다 위쪽에 있다.
따라서 위의 조건을 모두 만족하는 이차함수의 그래프는 ④이다.

13 꼭짓점의 좌표가 $(1,\ b)$이고, 이차항의 계수가 1인 이차함수의 식은
$y=(x-1)^2+b=x^2-2x+1+b$
즉, $-2=a$, $1+b=-8$이므로
$a=-2$, $b=-9$
$\therefore a+b=-2-9=-11$

14 $y=2x^2-4x+a$에 $x=0$, $y=-3$을 대입하면 $a=-3$
x축과의 두 교점 A, B의 x좌표를 구하면 $y=2x^2-4x-3$에서
$2x^2-4x-3=0$
짝수 공식에 의해
$x=\frac{2\pm\sqrt{10}}{2}$
따라서 $A\left(\frac{2-\sqrt{10}}{2},\ 0\right)$,
$B=\left(\frac{2+\sqrt{10}}{2},\ 0\right)$이므로
$\overline{AB}=\frac{2+\sqrt{10}}{2}-\frac{2-\sqrt{10}}{2}=\sqrt{10}$

15 $y=-x^2-2ax+7$
$=-(x^2+2ax+a^2-a^2)+7$
$=-(x+a)^2+a^2+7$
이때 축의 방정식이 $x=-a$이므로
$-a=-1$ $\therefore a=1$

16 $y=-x^2+2x+2$
$=-(x^2-2x+1-1)+2$
$=-(x-1)^2+3$
⑤ $y=-x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프이다.

17 $y=-\frac{1}{2}x^2+x+a-1$
$=-\frac{1}{2}(x^2-2x+1-1)+a-1$
$=-\frac{1}{2}(x-1)^2+a-\frac{1}{2}$
이 그래프는 위로 볼록하고 꼭짓점의 좌표가 $\left(1,\ a-\frac{1}{2}\right)$이므로 이 그래프가 x축과 만나지 않으려면
$a-\frac{1}{2}<0$ $\therefore a<\frac{1}{2}$

18 $y=x^2+4x-3$
$=(x^2+4x+4-4)-3$
$=(x+2)^2-7$
의 그래프를 x축의 방향으로 5만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 포물선을 그래프로 갖는 이차함수의 식은
$y=(x+2-5)^2-7-2$
$=(x-3)^2-9$
$=x^2-6x$

19 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$로 놓고 세 점 $(-2,\ 1)$, $(0,\ -3)$, $(1,\ -8)$의 좌표를 각각 대입하면
$1=4a-2b+c$ ⋯ ㉠
$-3=c$
$-8=a+b+c$ ⋯ ㉡
$c=-3$을 ㉠, ㉡에 각각 대입하면
$4a-2b=4$, $a+b=-5$
위 두 식을 연립하여 풀면
$a=-1$, $b=-4$
$\therefore y=-x^2-4x-3$
$=-(x^2+4x+4-4)-3$
$=-(x+2)^2+1$
따라서 이 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-2,\ 1)$이다.

20 $y=ax+b$의 그래프에서 $a<0$, $b>0$
$y=-x^2+ax+b$의 그래프는 이차항의 계수가 $-1<0$이므로 위로 볼록하고, $(-1)\times a=-a>0$이므로 축은 y축의 왼쪽에 있다.
또 $b>0$이므로 y축과의 교점이 x축보다 위쪽에 있다.
따라서 그래프로 알맞은 것은 ③이다.

21 $y=-x^2+6x-5$
$=-(x^2-6x+9-9)-5$
$=-(x-3)^2+4$
이므로 $C(3, 4)$
x축과의 두 교점 A, B의 x좌표를 구하면
$0=-x^2+6x-5$, $x^2-6x+5=0$
$(x-1)(x-5)=0$
$\therefore x=1$ 또는 $x=5$
$\therefore A(1, 0)$, $B(5, 0)$
$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times4\times4=8$

22 $y=-x^2+2ax+4a$
$=-(x^2-2ax+a^2-a^2)+4a$
$=-(x-a)^2+a^2+4a$
이 이차함수의 축의 방정식이 $x=3$이므로 $a=3$
이때 $a^2+4a=9+12=21$이므로 꼭짓점의 좌표는 $(3, 21)$이다.

23 $y=x^2-2ax+15$
$=(x^2-2ax+a^2-a^2)+15$
$=(x-a)^2-a^2+15$
따라서 꼭짓점의 좌표는 $(a, 15-a^2)$이고, 이 점은 직선 $y=2x$ 위에 있으므로
$15-a^2=2a$, $a^2+2a-15=0$
$(a+5)(a-3)=0$
$\therefore a=-5$ 또는 $a=3$
그런데 $a<0$이므로 $a=-5$

24 $y=3x^2+12x+8=3(x+2)^2-4$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=3(x+2-p)^2-4+q$
이 식이
$y=3x^2-18x+15=3(x-3)^2-12$
와 같으므로
$2-p=-3$에서 $p=5$
$-4+q=-12$에서 $q=-8$
$\therefore p+q=5-8=-3$

25 ① 그래프가 점 $(1, 0)$을 지나므로
$a+b+c=0$
② 그래프에서 $x=-1$일 때의 y의 값이 음수이므로 $a-b+c<0$
③ 축이 y축의 왼쪽에 있으므로 $ab>0$
④ $a>0$, $b>0$, $c<0$이므로 $abc<0$
⑤ 그래프에서 $x=-2$일 때의 y의 값이 음수이므로 $4a-2b+c<0$
따라서 옳지 않은 것은 ①, ④이다.

26 $y=x^2+kx+1$의 그래프가 점 $(1, -2)$를 지나므로
$-2=1+k+1$
$\therefore k=-4$ … (i)
$\therefore y=x^2-4x+1$
$=(x^2-4x+4-4)+1$
$=(x-2)^2-3$ … (ii)
따라서 꼭짓점의 좌표는 $(2, -3)$이다. … (iii)

채점 기준
(i) k의 값 구하기
(ii) $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 나타내기
(iii) 꼭짓점의 좌표 구하기

27 주어진 그래프가 세 점 $(0, 4)$, $(-1, 0)$, $(4, 0)$을 지나므로
$y=ax^2+bx+c$에 세 점의 좌표를 각각 대입하면
$4=c$ … (i)
$0=a-b+c$ … ㉠
$0=16a+4b+c$ … ㉡
$c=4$를 ㉠, ㉡에 각각 대입하면
$a-b=-4$, $16a+4b=-4$
위 두 식을 연립하여 풀면
$a=-1$, $b=3$ … (ii)
$\therefore 2a-b+c=-2-3+4=-1$ … (iii)

| 다른 풀이 |
주어진 그래프가 x축과 두 점 $(-1, 0)$, $(4, 0)$에서 만나므로 이차함수의 식을 $y=a(x+1)(x-4)$라 하고 $x=0$, $y=4$를 대입하면
$4=-4a$ $\therefore a=-1$ … (i)
$\therefore y=-(x+1)(x-4)$
$=-x^2+3x+4$
따라서 $b=3$, $c=4$이므로 … (ii)
$2a-b+c=-2-3+4=-1$ … (iii)

채점 기준
(i), (ii) a, b, c의 값 각각 구하기
(iii) $2a-b+c$의 값 구하기

20강 이차함수의 최댓값과 최솟값

필수 예제 p. 94

1 (1) 최솟값은 0이고, 최댓값은 없다.
(2) 최댓값은 0이고, 최솟값은 없다.
(3) 최솟값은 -4이고, 최댓값은 없다.
(4) 최댓값은 2이고, 최솟값은 없다.

2 (1) 풀이 참조 (2) 풀이 참조
(3) 풀이 참조 (4) 풀이 참조
(1) $y=2x^2-12x+5$
$=2(x^2-6x+9-9)+5$
$=2(x-3)^2-13$
따라서 $x=3$일 때 최솟값은 -13이고, 최댓값은 없다.
(2) $y=-x^2-2x+2$
$=-(x^2+2x+1-1)+2$
$=-(x+1)^2+3$
따라서 $x=-1$일 때 최댓값은 3이고, 최솟값은 없다.
(3) $y=\frac{1}{3}x^2-4x+13$
$=\frac{1}{3}(x^2-12x+36-36)+13$
$=\frac{1}{3}(x-6)^2+1$
따라서 $x=6$일 때 최솟값은 1이고, 최댓값은 없다.
(4) $y=-3x^2-6x+1$
$=-3(x^2+2x+1-1)+1$
$=-3(x+1)^2+4$
따라서 $x=-1$일 때 최댓값은 4이고, 최솟값은 없다.

3 $\boldsymbol{y=-2x^2+4x-5}$
$y=-2x^2$과 그래프의 모양이 같으므로 x^2의 계수는 -2이고, $x=1$일 때 최댓값이 -3이므로 꼭짓점의 좌표는 $(1, -3)$이다.
따라서 구하는 이차함수의 식은
$y=-2(x-1)^2-3$
$=-2x^2+4x-5$

4 $\boldsymbol{y=x^2+4x+9}$
꼭짓점의 좌표가 $(-2, 5)$이므로 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x+2)^2+5$라고 하면 그래프가 점 $(0, 9)$를 지나므로
$9=4a+5$ $\therefore a=1$
$\therefore y=(x+2)^2+5=x^2+4x+9$

핵심 유형 익히기 p. 95

1 ①, ④

① 최솟값은 0이다.
② 최댓값은 0이고 최솟값은 없다.
③ 최댓값은 4이고 최솟값은 없다.
④ 최솟값은 0이다.
⑤ 최솟값은 3이다.
따라서 최솟값이 0인 것은 ①, ④이다.

2 $\frac{9}{2}$

$y=-4x^2+4x+3$
$=-4\left(x^2-x+\frac{1}{4}-\frac{1}{4}\right)+3$
$=-4\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+4$
이므로 $x=\frac{1}{2}$에서 최댓값은 4이다.
따라서 $p=\frac{1}{2}$, $q=4$이므로
$p+q=\frac{1}{2}+4=\frac{9}{2}$

확인 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 최댓값과 최솟값 구하기
① 주어진 식을 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 고친다.
② a의 부호와 꼭짓점 (p, q)를 이용하여 그래프를 그려서 판단한다.

3 ①

$y=-3x^2+12x+a$
$=-3(x^2-4x+4-4)+a$
$=-3(x-2)^2+12+a$
의 최댓값이 -4이므로
$12+a=-4$ $\quad\therefore a=-16$

4 -2

최댓값이 4이므로 $a<0$이고 $b=4$
이차함수 $y=a(x-3)^2+4$의 그래프가 점 $(1, 2)$를 지나므로
$2=4a+4$ $\quad\therefore a=-\frac{1}{2}$
$\therefore ab=-\frac{1}{2}\times4=-2$

5 $y=2x^2-4x+5$

$y=2x^2$과 그래프의 모양이 같으므로 x^2의 계수는 2이고, $x=1$일 때 최솟값이 3이므로 꼭짓점의 좌표는 $(1, 3)$이다.
$\therefore y=2(x-1)^2+3=2x^2-4x+5$

6 ⑤

$y=x^2+4x+k-1$
$=(x^2+4x+4-4)+k-1$
$=(x+2)^2+k-5$
y의 값의 범위가 $y\geq1$이므로
$k-5\geq1$ $\quad\therefore k\geq6$
따라서 상수 k의 값이 될 수 없는 것은 ⑤이다.

21강 이차함수의 활용

필수 예제 p. 96

1 (1) $y=(200-x)(300+2x)$
(2) 61250원 (3) 175원

(1) 과자 한 개의 가격은 $(200-x)$원, 팔리는 과자의 개수는 $(300+2x)$개이므로
$y=(200-x)(300+2x)$
(2) $y=(200-x)(300+2x)$
$=-2x^2+100x+60000$
$=-2(x^2-50x+625-625)+60000$
$=-2(x-25)^2+61250$
따라서 총 판매 금액의 최댓값은 61250원이다.
(3) $x=25$일 때 총 판매 금액이 최대이므로 한 개의 판매 가격은
$200-25=175$(원)

2 (1) $y=x(x-10)$ (2) -25 (3) -5, 5

(1) 두 수 중 큰 수를 x라고 하면 다른 한 수는 $x-10$이므로
$y=x(x-10)$
(2) $y=x(x-10)$
$=x^2-10x$
$=x^2-10x+25-25$
$=(x-5)^2-25$
따라서 두 수의 곱의 최솟값은 -25이다.
(3) $x=5$일 때 두 수의 곱이 최소이므로 구하는 두 수는 -5, 5이다.

3 (1) $y=x(26-x)$ (2) 169 cm^2
(3) 13 cm, 13 cm

(1) 가로의 길이를 x cm라고 하면 세로의 길이는 $(26-x)$ cm이므로
$y=x(26-x)$
(2) $y=x(26-x)$
$=-x^2+26x$
$=-(x^2-26x+169-169)$
$=-(x-13)^2+169$
따라서 직사각형의 넓이의 최댓값은 169 cm^2이다.
(3) $x=13$일 때 직사각형의 넓이가 최대이므로 가로, 세로의 길이는 각각 13 cm, 13 cm이다.

4 (1) 45 m (2) 3초

(1) 공의 높이를 y m라고 하면
$y=-5t^2+30t$
$=-5(t^2-6t+9-9)$
$=-5(t-3)^2+45$
따라서 공이 올라간 높이의 최댓값은 45 m이다.
(2) $t=3$일 때 공의 높이가 최대이므로 공이 가장 높이 올라갈 때까지 걸린 시간은 3초이다.

핵심 유형 익히기 p. 97

1 700원

빵 한 개의 가격은 $(400+20x)$원, 팔리는 빵의 개수는 $(500-10x)$개이므로 총 판매 금액을 y원이라고 하면
$y=(400+20x)(500-10x)$
$=-200x^2+6000x+200000$
$=-200(x^2-30x+225-225)+200000$
$=-200(x-15)^2+245000$
따라서 $x=15$일 때 총 판매 금액은 245000원으로 최대가 되므로 이때의 빵 한 개의 가격은
$400+20\times15=700$(원)이다.

2 16, 16

한 수를 x라고 하면 다른 한 수는 $32-x$이다.
두 수의 곱을 y라고 하면
$y=x(32-x)$
$=-x^2+32x$
$=-(x^2-32x+256-256)$
$=-(x-16)^2+256$
따라서 $x=16$일 때 두 수의 곱은 256으로 최대가 되므로 곱이 최대가 되는 두 수는 16, 16이다.

확인 합이 일정한 두 수의 곱이 최대가 될 때는 두 수가 서로 같은 경우이고, 차가 일정한 두 수의 곱이 최소가 될 때는 두 수의 절댓값이 서로 같은 경우이다.

3 **10 cm, 10 cm**

직사각형의 가로의 길이를 x cm라고 하면 세로의 길이는

$\frac{40-2x}{2}=20-x$(cm)

직사각형의 넓이를 y cm^{2}라고 하면

$y=x(20-x)$
$=-x^2+20x$
$=-(x^2-20x+100-100)$
$=-(x-10)^2+100$

따라서 $x=10$일 때 넓이는 100 cm^{2}로 최대가 되므로 이때의 가로의 길이와 세로의 길이는 각각 10 cm, 10 cm이다.

4 **36 cm^2**

반지름의 길이가 x cm이므로 호의 길이는 $(24-2x)$ cm이다.

부채꼴의 넓이를 y cm^{2}라고 하면

$y=\frac{1}{2}\times$(반지름의 길이)$\times$(호의 길이)
$=\frac{1}{2}x(24-2x)$
$=-x^2+12x$
$=-(x^2-12x+36-36)$
$=-(x-6)^2+36$

따라서 $x=6$일 때 부채꼴의 넓이는 36 cm^{2}로 최대가 된다.

5 **$\frac{1}{2}$초**

$y=-5x^2+5x+\frac{7}{4}$
$=-5\left(x^2-x+\frac{1}{4}-\frac{1}{4}\right)+\frac{7}{4}$
$=-5\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+3$

따라서 $x=\frac{1}{2}$일 때 농구공은 최고 높이 3 m에 도달하므로 이때까지 걸린 시간은 $\frac{1}{2}$초이다.

6 **(1) 25개 (2) 750만 원**

(1) 하루 이익금을 y만 원이라고 하면

$y=-2x^2+100x-500$
$=-2(x^2-50x+625-625)-500$
$=-2(x-25)^2+750$

따라서 하루 이익을 최대로 하려면 25개의 제품을 생산하여야 한다.

(2) $x=25$일 때, 하루 이익금은 750만 원으로 최대가 된다.

100점 잡는 족집게 기출 문제 p. 98~100

1 ①	**2** ④	**3** ③	**4** ①
5 5	**6** ②	**7** -8, 8	**8** ②
9 ②	**10** $a=-6$, $b=4$	**11** ①, ③	
12 ①	**13** ②	**14** 4 m	**15** ③
16 $a\geq1$	**17** $\frac{7}{4}$	**18** 26	

19 16 cm^2

20 $a=-8$, $b=14$, 과정은 풀이 참조

21 (1) 4 cm (2) 48 cm^2
과정은 풀이 참조

1 이차함수의 그래프가 위로 볼록해야 하므로 $a<0$, 꼭짓점의 좌표가 $(0, 3)$이므로 최댓값은 3이다.

2 ① 최솟값은 5이고, 최댓값은 없다.
② $y=-x^2+2x+5=-(x-1)^2+6$ 이므로 최댓값은 6이다.
③ 최댓값은 1이다.
④ 최댓값은 5이다.
⑤ 최댓값은 -5이다.
따라서 최댓값이 5인 것은 ④이다.

3 $y=-2(x+1)(x-5)$
$=-2(x^2-4x-5)$
$=-2(x^2-4x+4-9)$
$=-2(x-2)^2+18$
따라서 $x=2$에서 최댓값은 18이다.

4 주어진 이차함수의 그래프가 두 점 $(1, 0)$, $(0, -3)$을 지나므로
$0=1+a+b$, $-3=b$
$\therefore a=2$, $b=-3$
$y=x^2+2x-3$
$=(x^2+2x+1-1)-3$
$=(x+1)^2-4$
따라서 $x=-1$에서 최솟값은 -4이다.

5 $y=-x^2-2x+k$
$=-(x^2+2x+1-1)+k$
$=-(x+1)^2+k+1$
이 이차함수의 최댓값이 6이므로
$k+1=6$ $\therefore k=5$

6 $x=-3$에서 최댓값이 8이므로 이차함수의 식을 $y=a(x+3)^2+8$이라고 하자.
그래프가 점 $(-2, 7)$을 지나므로
$7=a+8$ $\therefore a=-1$
$\therefore y=-(x+3)^2+8$
$x=0$을 대입하면 $y=-1$
따라서 y축과 만나는 점의 좌표는 $(0, -1)$이다.

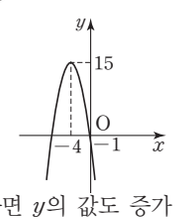
7 차가 16인 두 수를 x, $x+16$이라 하고 두 수의 곱을 y라고 하면
$y=x(x+16)$
$=x^2+16x$
$=x^2+16x+64-64$
$=(x+8)^2-64$
따라서 $x=-8$에서 최솟값이 -64이므로 구하는 두 수는 -8과 8이다.

8 새로 만든 직사각형의 가로의 길이는 $(4+x)$ cm, 세로의 길이는 $(8-x)$ cm이고, 직사각형의 넓이를 y cm^{2}라고 하면
$y=(4+x)(8-x)$
$=-x^2+4x+32$
$=-(x^2-4x+4-4)+32$
$=-(x-2)^2+36$
따라서 $x=2$일 때 직사각형의 넓이는 36 cm^{2}로 최대가 된다.

9 $y=-5x^2+20x+10$
$=-5(x^2-4x+4-4)+10$
$=-5(x-2)^2+30$
따라서 $x=2$일 때 물체는 최고 높이 30 m에 도달하므로 이 물체가 최고 높이에 도달하는 데 걸리는 시간은 2초이다.

10 $y=3x^2+ax+b$
$=3\left(x^2+\frac{a}{3}x+\frac{a^2}{36}-\frac{a^2}{36}\right)+b$
$=3\left(x+\frac{a}{6}\right)^2+b-\frac{a^2}{12}$
이 이차함수는 $x=1$에서 최솟값이 1이므로
$-\frac{a}{6}=1$ $\therefore a=-6$
$b-\frac{a^2}{12}=1$에서 $b-3=1$ $\therefore b=4$

11 $y=-x^2-8x-1$
$=-(x^2+8x+16-16)-1$
$=-(x+4)^2+15$
이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



① 제2, 제3, 제4사분면을 지난다.
③ $x<-4$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

12 이차함수 $y=-2x^2$의 그래프와 모양이 같고 꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ -2)$인 이차함수의 식은

$y=-2(x+1)^2-2$

$=-2x^2-4x-4$

$\therefore a=-2,\ b=-4,\ c=-4$

$\therefore a+b+c=-2-4-4$

$=-10$

13 $y=x^2+4mx-2m$

$=x^2+4mx+4m^2-4m^2-2m$

$=(x+2m)^2-4m^2-2m$

이므로

$M=-4m^2-2m$

$=-4\left(m^2+\frac{1}{2}m+\frac{1}{16}-\frac{1}{16}\right)$

$=-4\left(m+\frac{1}{4}\right)^2+\frac{1}{4}$

따라서 M은 $m=-\frac{1}{4}$에서 최댓값이 $\frac{1}{4}$이다.

14 양쪽에서 구부리는 철망의 길이를 x m라 하고, 울타리 안의 넓이를 y m^{2}라고 하면

$y=x(16-2x)$

$=-2x^2+16x$

$=-2(x^2-8x+16-16)$

$=-2(x-4)^2+32$

따라서 철망의 양쪽을 4 m씩 구부리면 울타리 안의 넓이가 최대 32 m^{2}가 된다.

15 ① $x=2$를 $y=-5x^2+40x+1$에 대입하면

$y=-20+80+1=61$

② $y=-5x^2+40x+1$

$=-5(x^2-8x+16-16)+1$

$=-5(x-4)^2+81$

따라서 $x=4$에서 최댓값이 81이므로 4초 후에 물이 가장 높이 올라간다.

③ 물이 가장 높이 올라갔을 때의 높이는 81 m이다.

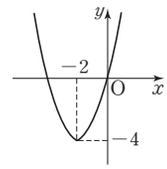
④ 지면의 높이는 0 m이므로 물이 지면에 떨어지는 데 걸리는 시간을 구하는 방정식은

$-5x^2+40x+1=0$이다.

⑤ $x=0$일 때, $y=1$이므로 분수대의 높이는 1 m이다.

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

16 $y=a(x+2)^2-4$의 그래프가 제4사분면을 지나지 않으려면 오른쪽 그림과 같이 y축과의 교점의 y좌표가 0 이상이어야 한다.



$x=0$을 대입하면 $4a-4\geq0$

$\therefore a\geq1$

17 두 점 P, Q의 x좌표를 a라고 하면 점 P의 y좌표는 a^2+1이고 점 Q의 y좌표는 $a-1$이다.

$\therefore \overline{PQ}=a^2+1-(a-1)$

$=a^2-a+2$

$=a^2-a+\frac{1}{4}-\frac{1}{4}+2$

$=\left(a-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{7}{4}$

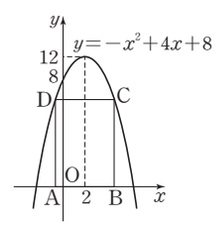
따라서 $\overline{PQ}$의 길이의 최솟값은 $\frac{7}{4}$이다.

18 $y=-x^2+4x+8$

$=-(x^2-4x+4-4)+8$

$=-(x-2)^2+12$

이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같이 직선 $x=2$에 대하여 대칭이다.



점 B의 x좌표를 a라고 하면

$\overline{AB}=2(a-2)$, $\overline{BC}=-a^2+4a+8$

$\therefore$ (□ABCD의 둘레의 길이)

$=2(\overline{AB}+\overline{BC})$

$=2\times\{2(a-2)+(-a^2+4a+8)\}$

$=-2a^2+12a+8$

$=-2(a^2-6a+9-9)+8$

$=-2(a-3)^2+26$

따라서 □ABCD의 둘레의 길이의 최댓값은 26이다.

19 $\overline{AP}=\overline{AQ}=x$cm라고 하면

$\overline{BQ}=\overline{BR}=(8-x)$cm

이때 두 사각형 ABRP와 PRCD의 넓이는 같으므로

△PQR

$=$□ABRP$-$(△AQP$+$△BRQ)

$=\frac{1}{2}\times8\times8-\left\{\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}(8-x)^2\right\}$

$=32-(x^2-8x+32)$

$=-x^2+8x$

$=-(x^2-8x+16-16)$

$=-(x-4)^2+16$

따라서 △PQR의 넓이의 최댓값은 16 cm^{2}이다.

20 $y=\frac{1}{2}x^2-4x+6$

$=\frac{1}{2}(x^2-8x+16-16)+6$

$=\frac{1}{2}(x-4)^2-2$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(4,\ -2)$이다. … (i)

$y=x^2+ax+b$

$=\left(x^2+ax+\frac{a^2}{4}-\frac{a^2}{4}\right)+b$

$=\left(x+\frac{a}{2}\right)^2+b-\frac{a^2}{4}$

이므로 꼭짓점의 좌표는

$\left(-\frac{a}{2},\ b-\frac{a^2}{4}\right)$이다. … (ii)

즉, $4=-\frac{a}{2}$ $\quad\therefore a=-8$ … (iii)

$-2=b-\frac{a^2}{4}$에서 $-2=b-16$

$\therefore b=14$ … (iv)

채점 기준
(i) $y=\frac{1}{2}x^2-4x+6$의 그래프의 꼭짓점의 좌표 구하기
(ii) $y=x^2+ax+b$의 그래프의 꼭짓점의 좌표 구하기
(iii) a의 값 구하기
(iv) b의 값 구하기

21 (1) $\overline{AP}=x$ cm라고 하면

$\overline{BP}=(12-x)$cm

두 도형의 넓이의 합을 y cm^{2}라고 하면

$y=x^2+\frac{1}{2}(12-x)^2$ … (i)

$=\frac{3}{2}x^2-12x+72$

$=\frac{3}{2}(x^2-8x+16-16)+72$

$=\frac{3}{2}(x-4)^2+48$

따라서 두 도형의 넓이의 합이 최소일 때의 $\overline{AP}$의 길이는 4 cm이다. … (ii)

(2) $\overline{AP}=4$ cm일 때, 두 도형의 넓이의 합은 48 cm^{2}로 최소이다. … (iii)

채점 기준
(i) 이차함수의 식 세우기
(ii) 넓이의 합이 최소일 때의 $\overline{AP}$의 길이 구하기
(iii) 두 도형의 넓이의 합의 최솟값 구하기

실전 테스트

1~2강 p. 102~104

1 ①	2 ⑤	3 ⑤	4 ⑤
5 ④	6 ②	7 ③	8 ②
9 ②	10 $5a+2b$		11 ⑤
12 1	13 ④	14 2가지	15 ②

16 $2, \sqrt{3}, 0, -2, -\sqrt{5}$

17 1, 과정은 풀이 참조

18 (1) 없다. (2) -1 (3) 없다.
과정은 풀이 참조

19 3, 과정은 풀이 참조

20 8, 과정은 풀이 참조

1 어떤 수 x를 제곱하여 a가 될 때, 즉 $x^2=a$일 때, x를 a의 제곱근이라고 한다.

확인 (a의 제곱근)
=(제곱해서 a가 되는 수)
=($x^2=a$를 만족하는 x)
$=\begin{pmatrix} a>0\text{일 때, } x=\pm\sqrt{a} \\ a=0\text{일 때, } x=0 \\ a<0\text{일 때, } x\text{는 없다.} \end{pmatrix}$

2 ⑤9의 제곱근은 ±3이다.

3 $0.\dot{1}=\frac{1}{9}$이므로 $\frac{1}{9}$의 제곱근은
$\pm\sqrt{\frac{1}{9}}=\pm\frac{1}{3}=\pm0.\dot{3}$

4 ⑤ $\sqrt{36}=6$의 제곱근은 $\pm\sqrt{6}$이다.

5 ① $\sqrt{4}=\sqrt{2^2}=2$
② $\sqrt{25}=\sqrt{5^2}=5$
③ $\sqrt{0.04}=\sqrt{0.2^2}=0.2$
④ $0.9=\frac{9}{10}$는 유리수의 제곱이 아니므로 $\sqrt{0.9}$는 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 없다.
⑤ $\sqrt{\frac{36}{121}}=\sqrt{\left(\frac{6}{11}\right)^2}=\frac{6}{11}$
따라서 ④이다.

6 ①, ③, ④, ⑤ -7
② 7

7 $(-3)^2=9$의 음의 제곱근은 -3이므로
$A=-3$
$\sqrt{36}=6$의 양의 제곱근은 $\sqrt{6}$이므로
$B=\sqrt{6}$
$\therefore A+B^2=-3+(\sqrt{6})^2$
$=-3+6=3$

8 ① $\sqrt{9}+\sqrt{16}=3+4=7$
② $\sqrt{12^2}-\sqrt{(-11)^2}=12-11=1$
③ $(\sqrt{2})^2\times(-\sqrt{7})^2=2\times7=14$
④ $\sqrt{169}\div13=13\div13=1$
⑤ $\sqrt{8^2}\div(\sqrt{2})^2=8\div2=4$
따라서 옳은 것은 ②이다.

9 $\sqrt{225}-2\sqrt{(-6)^2}-\sqrt{(-3)^4}$
$=\sqrt{15^2}-2\times6-\sqrt{9^2}$
$=15-12-9=-6$

10 $a>0$, $ab<0$이므로 $b<0$
$\sqrt{(-a)^2}-\sqrt{(3b)^2}+\sqrt{(b-4a)^2}$
$=-(-a)-(-3b)-(b-4a)$
$=a+3b-b+4a$
$=5a+2b$

11 $a>-1$이면 $a+1>0$이므로
$\sqrt{(a+1)^2}=a+1=3$
$\therefore a=2$
$a<-1$이면 $a+1<0$이므로
$\sqrt{(a+1)^2}=-(a+1)=3$
$\therefore a=-4$
따라서 a의 값은 -4, 2이다.

12 $1<x<2$이므로 $x-2<0$, $x-1>0$
$\therefore \sqrt{(x-2)^2}+\sqrt{(x-1)^2}$
$=-(x-2)+(x-1)=1$

13 $0\le30-n<30$이므로
$\sqrt{30-n}$이 정수가 되기 위해서는
$30-n=0, 1, 4, 9, 16, 25$이어야 한다.
$\therefore n=30, 29, 26, 21, 14, 5$
따라서 자연수 n의 값으로 옳지 않은 것은 ④이다.

14 $\sqrt{135ab}=\sqrt{3^3\times5\times ab}$가 자연수가 되려면 $ab=3\times5=15$이어야 한다.
따라서 두 수의 곱이 15인 경우의 순서쌍 (a, b)는 $(3, 5)$, $(5, 3)$이므로 경우의 수는 2가지이다.

15 ② $\frac{2}{3}$와 $\frac{3}{4}$의 분모를 통분하여 대소를 비교하면 $\frac{8}{12}<\frac{9}{12}$이므로
$\sqrt{\frac{8}{12}}<\sqrt{\frac{9}{12}}$ $\therefore \sqrt{\frac{2}{3}}<\sqrt{\frac{3}{4}}$

16 주어진 수들을 모두 근호를 사용하여 나타내면 $\sqrt{0}$, $\sqrt{3}$, $-\sqrt{4}$, $-\sqrt{5}$, $\sqrt{4}$이므로 대소를 비교하면
$-\sqrt{5}<-\sqrt{4}<0<\sqrt{3}<\sqrt{4}$
$\therefore -\sqrt{5}<-2<0<\sqrt{3}<2$

17 $A=\sqrt{6^2}\times(-\sqrt{3})^2\div9$
$=6\times3\div9=2$ … (i)
$B=\left(-\sqrt{\frac{3}{5}}\right)^2\div\sqrt{9}\times\sqrt{(-5)^2}$
$=\frac{3}{5}\div3\times5=1$ … (ii)
$\therefore A-B=2-1=1$ … (iii)

채점 기준	배점
(i) A의 값 구하기	2점
(ii) B의 값 구하기	2점
(iii) $A-B$의 값 구하기	1점

18 (1) $x<-3$이므로 $x+3<0$,
$x-3<0$
식을 정리하면
$-(x+3)-\{-(x-3)\}=3x+1$
$-6=3x+1$ $\therefore x=-\frac{7}{3}$
그런데 $x<-3$이므로 주어진 식을 만족하는 x의 값은 없다. … (i)
(2) $-3<x<3$이므로 $x+3>0$,
$x-3<0$
식을 정리하면
$(x+3)-\{-(x-3)\}=3x+1$
$2x=3x+1$ $\therefore x=-1$ … (ii)
(3) $x>3$이므로 $x+3>0$, $x-3>0$
식을 정리하면
$(x+3)-(x-3)=3x+1$
$6=3x+1$ $\therefore x=\frac{5}{3}$
그런데 $x>3$이므로 주어진 식을 만족하는 x의 값은 없다. … (iii)

채점 기준	배점
(i) $x<-3$일 때, x의 값 구하기	2점
(ii) $-3<x<3$일 때, x의 값 구하기	2점
(iii) $x>3$일 때, x의 값 구하기	2점

19 $5<\sqrt{30}<6$에서 $\sqrt{30}$보다 작은 자연수는 5개이므로 $a=5$ … (i)

$8<\sqrt{80}<9$에서 $\sqrt{80}$보다 작은 자연수는 8개이므로 $b=8$ … (ii)

$\therefore b-a=8-5=3$ … (iii)

채점 기준	배점
(i) a의 값 구하기	2점
(ii) b의 값 구하기	2점
(iii) $b-a$의 값 구하기	2점

20 $-8<-\sqrt{3x}<-6$의 각 변에 -1을 곱하면 $6<\sqrt{3x}<8$ … (i)

$\sqrt{36}<\sqrt{3x}<\sqrt{64}$에서 $36<3x<64$

$\therefore 12<x<\frac{64}{3}$ … (ii)

따라서 가장 큰 정수 $a=21$이고

가장 작은 정수 $b=13$이므로 … (iii)

$a-b=21-13=8$ … (iv)

채점 기준	배점
(i) 각 변에 -1 곱하기	2점
(ii) x의 값의 범위 구하기	2점
(iii) a, b의 값 각각 구하기	2점
(iv) $a-b$의 값 구하기	1점

3~4강 p. 105~107

1 ①, ⑤ **2** ③ **3** 2개
4 (1), (2), (3), (4) 풀이 참조 **5** ①, ②
6 $-1-\sqrt{2}$ **7** ② **8** ⑤
9 ③
10 예 $\sqrt{6}+1$, $\sqrt{18}-1$, $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{18}}{2}$
11 ④ **12** ⑤ **13** ⑤ **14** ①
15 $2+\sqrt{5}$ **16** 풀이 참조
17 $1+\pi$, 과정은 풀이 참조
18 $3-\sqrt{17}$, 과정은 풀이 참조
19 $2+\sqrt{7}$, 과정은 풀이 참조

1 ② 순환소수(유리수)
④ $-\sqrt{0.04}=-0.2$(유리수)
따라서 무리수인 것은 ①, ⑤이다.

2 ① 순환소수는 모두 유리수이다.
② $\frac{a}{b}$(a, b는 정수, $b\neq0$)의 꼴로 나타낼 수 있는 수는 유리수이다.
④ 정수가 아닌 유리수도 유리수이다.
⑤ $\sqrt{4}=2$에서 $\sqrt{4}$는 근호가 있지만 무리수가 아니다.
따라서 무리수에 대한 설명으로 옳은 것은 ③이다.

3 ㄱ. 7의 제곱근은 $\pm\sqrt{7}$
ㄴ. 10의 제곱근은 $\pm\sqrt{10}$] 무리수
ㄷ. 1의 제곱근은 ±1
ㄹ. 0.01의 제곱근은 ±0.1
ㅁ. $\frac{9}{16}$의 제곱근은 $\pm\frac{3}{4}$
ㅂ. $(-5)^2=25$의 제곱근은 ±5
따라서 무리수인 것은 2개이다.

4 $\sqrt{0.\dot{1}}=\sqrt{\frac{1}{9}}=\frac{1}{3}$, $1+\sqrt{4}=1+2=3$
(1) $1+\sqrt{4}$, 11
(2) -2.1, $\sqrt{0.\dot{1}}$, $1+\sqrt{4}$, 11
(3) $\sqrt{15}$, π
(4) -2.1, $\sqrt{15}$, π, $\sqrt{0.\dot{1}}$, $1+\sqrt{4}$, 11

5 $a=\sqrt{2}$를 각각 대입하면
① $a-\sqrt{2}=\sqrt{2}-\sqrt{2}=0$(유리수)
② $2a^2=2\times(\sqrt{2})^2=4$(유리수)
③ $\sqrt{a^2}=\sqrt{2}$(무리수)
④ $\frac{a}{4}=\frac{\sqrt{2}}{4}$(무리수)
⑤ $-2a=-2\sqrt{2}$(무리수)

6 $\overline{PS}=\overline{PT}=\sqrt{2}$이고 점 T는 점 P$(-1)$의 왼쪽에 위치하므로 점 T에 대응하는 수는 $-1-\sqrt{2}$이다.

7 한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$이므로
A$(-\sqrt{2})$, B$(-1+\sqrt{2})$, C$(2-\sqrt{2})$
D$(1+\sqrt{2})$, E$(2+\sqrt{2})$
따라서 점의 좌표로 옳은 것은 ②이다.

8 ⑤ $1=\sqrt{1}<\sqrt{2}<\sqrt{3}<\sqrt{4}=2$이므로 두 무리수 $\sqrt{2}$와 $\sqrt{3}$ 사이에는 정수가 존재하지 않는다.

9 ③ $\sqrt{2}+\frac{2}{5}=\sqrt{2}+0.4>\sqrt{3}$

10 예 $2<\sqrt{6}<3$, $4<\sqrt{18}<5$이므로
$3<\sqrt{6}+1<4$, $3<\sqrt{18}-1<4$
$3<\frac{\sqrt{6}+\sqrt{18}}{2}<4$

11 ④ $(3+\sqrt{2})-(\sqrt{2}+\sqrt{8})$
$=3-\sqrt{8}=\sqrt{9}-\sqrt{8}>0$
$\therefore 3+\sqrt{2}>\sqrt{2}+\sqrt{8}$

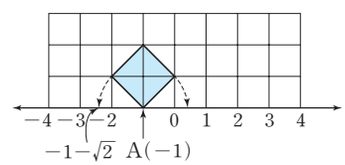
12 ① $1<\sqrt{3}<2$이므로 $0<\sqrt{3}-1<1$
② $1<\sqrt{2}<2$이므로 $-2<-\sqrt{2}<-1$
⑤ $1<\sqrt{2}<2$이므로 $2<1+\sqrt{2}<3$
따라서 가장 큰 수는 ⑤ $1+\sqrt{2}$이다.

13 $a-b=(\sqrt{5}+\sqrt{3})-(\sqrt{5}+1)$
$=\sqrt{3}-1>0$
이므로 $a>b$
$c-a=(3+\sqrt{3})-(\sqrt{5}+\sqrt{3})$
$=3-\sqrt{5}>0$
이므로 $c>a$
$\therefore c>a>b$

14 $1<\sqrt{3}<2$이므로 $-2<-\sqrt{3}<-1$
$\therefore 3<5-\sqrt{3}<4$
따라서 $5-\sqrt{3}$의 정수 부분 $a=3$
소수 부분 $b=(5-\sqrt{3})-3=2-\sqrt{3}$
$\therefore b-a=(2-\sqrt{3})-3=-1-\sqrt{3}$

15 $2<\sqrt{5}<3$이므로 $\sqrt{5}$의 정수 부분 $a=2$, 소수 부분 $b=\sqrt{5}-2$
$\therefore \sqrt{2a}+\sqrt{(b+2)^2}=\sqrt{4}+\sqrt{(\sqrt{5})^2}$
$=2+\sqrt{5}$

16 한 변의 길이가 $\sqrt{2}$이고 한 꼭짓점이 수직선 위의 점 A(-1)에 있는 정사각형을 그린다. … (i)
점 A를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\sqrt{2}$인 반원을 그렸을 때, 수직선과 점 A의 왼쪽에서 만나는 점에 대응하는 수가 $-1-\sqrt{2}$이다. … (ii)



채점 기준	배점
(i) 정사각형 그리기	3점
(ii) $-1-\sqrt{2}$에 대응하는 점 나타내기	3점

17 주어진 원을 수직선 위에서 시계 방향으로 반 바퀴 굴렸을 때, 굴러간 길이는 원주의 $\frac{1}{2}$과 같다. … (i)
즉, $\frac{1}{2}\times2\pi\times1=\pi$ … (ii)
따라서 점 A가 수직선과 만나는 점에 대응하는 수는 $1+\pi$이다. … (iii)

채점 기준	배점
(i) 굴러간 길이가 원주의 $\frac{1}{2}$과 같음을 알기	3점
(ii) 굴러간 길이 구하기	2점
(iii) 점에 대응하는 수 구하기	2점

18 수직선 위에 나타낼 때, 가장 왼쪽에 위치하는 점에 대응하는 수가 가장 작은 수이다.
$1<\sqrt{2}<2$이므로 $0<-1+\sqrt{2}<1$
$-2<-\sqrt{2}<-1$이므로
$-1<1-\sqrt{2}<0$
$4<\sqrt{17}<5$에서 $-5<-\sqrt{17}<-4$
이므로 $-2<3-\sqrt{17}<-1$
$1<\sqrt{3}<2$이므로 $2<1+\sqrt{3}<3$ … (i)
주어진 수를 작은 수부터 순서대로 나열하면
$3-\sqrt{17}$, $1-\sqrt{2}$, 0, $-1+\sqrt{2}$, $1+\sqrt{3}$ … (ii)
따라서 가장 왼쪽에 위치하는 수는 $3-\sqrt{17}$이다. … (iii)

채점 기준	배점
(i) 각 수가 속하는 범위 알기	2점
(ii) 주어진 수의 대소 관계 알기	2점
(iii) 가장 왼쪽에 위치하는 수 구하기	2점

19 $1<\sqrt{2}<2$에서 $4<3+\sqrt{2}<5$이므로
$3+\sqrt{2}$의 정수 부분 $a=4$ … (i)
$2<\sqrt{7}<3$에서 $4<2+\sqrt{7}<5$이므로
$2+\sqrt{7}$의 정수 부분은 4
소수 부분 $b=(2+\sqrt{7})-4$
$=-2+\sqrt{7}$ … (ii)
$\therefore a+b=4-2+\sqrt{7}$
$=2+\sqrt{7}$ … (iii)

채점 기준	배점
(i) a의 값 구하기	2점
(ii) b의 값 구하기	2점
(iii) $a+b$의 값 구하기	2점

5~7강 p. 108~110

1 ④	2 ②	3 ②	4 ③
5 1	6 ④	7 ⑤	8 ③
9 ③	10 ③	11 ①	12 ④
13 ⑤	14 ③	15 ②	16 ④

17 30, 과정은 풀이 참조
18 $11\sqrt{2}$ cm, 과정은 풀이 참조
19 $19-27\sqrt{3}$, 과정은 풀이 참조
20 2, 과정은 풀이 참조

1 ①, ②, ③, ⑤ $\sqrt{10}$
④ $\sqrt{2}+\sqrt{8}=\sqrt{2}+2\sqrt{2}=3\sqrt{2}$

2 $2\sqrt{18}\div(-3\sqrt{6})\times\sqrt{48}$
$=6\sqrt{2}\times\left(-\frac{1}{3\sqrt{6}}\right)\times4\sqrt{3}$
$=-8$

3 $\sqrt{18}\times\sqrt{24}=3\sqrt{2}\times2\sqrt{6}$
$=6\sqrt{12}=12\sqrt{3}$
이므로 $a=12$

4 $\sqrt{45}=\sqrt{3^2\times5}=(\sqrt{3})^2\times\sqrt{5}=a^2b$

5 $\sqrt{150}=\sqrt{5^2\times6}=5\sqrt{6}$이므로
$a=5$
$\sqrt{0.24}=\sqrt{\frac{24}{100}}=\frac{2\sqrt{6}}{10}=\frac{\sqrt{6}}{5}$이므로
$b=\frac{1}{5}$
$\therefore ab=5\times\frac{1}{5}=1$

6 $a\sqrt{\frac{4b}{a}}+b\sqrt{\frac{4a}{b}}$
$=\sqrt{a^2\times\frac{4b}{a}}+\sqrt{b^2\times\frac{4a}{b}}$
$=2\sqrt{ab}+2\sqrt{ab}$
$=4\sqrt{ab}$
$=4\times5=20$

7 ⑤ $\frac{4}{\sqrt{20}}=\frac{4}{2\sqrt{5}}=\frac{2}{\sqrt{5}}$
$=\frac{2\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$

8 $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2\sqrt{3}}=\frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})\times\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$
$=\frac{3-\sqrt{6}}{6}$

9 $\sqrt{280}=\sqrt{2.8\times100}=10\sqrt{2.8}$
$=10\times1.673=16.73$

10 (삼각형 모양의 땅의 넓이)
$=\frac{1}{2}\times80\times35$
$=1400(\text{m}^2)$
정사각형 모양의 땅의 한 변의 길이를 x m라고 하면 $x^2=1400$
$\therefore x=\sqrt{1400}=10\sqrt{14}$
$=10\times3.742=37.42$
따라서 한 변의 길이를 37.42 m로 해야 한다.

11 ① $(\sqrt{27}-\sqrt{12})\div\sqrt{3}$
$=(3\sqrt{3}-2\sqrt{3})\div\sqrt{3}$
$=\sqrt{3}\div\sqrt{3}=1$

12 $\sqrt{2}(\sqrt{3}+1)-\sqrt{3}(\sqrt{6}-\sqrt{8})$
$=\sqrt{6}+\sqrt{2}-3\sqrt{2}+2\sqrt{6}$
$=3\sqrt{6}-2\sqrt{2}$

13 $\sqrt{2}(a+4\sqrt{2})-\sqrt{3}(\sqrt{3}+\sqrt{6})$
$=a\sqrt{2}+8-3-3\sqrt{2}$
$=5+(a-3)\sqrt{2}$
이 수가 유리수가 되려면 $a-3=0$이어야 하므로 $a=3$

14 (정사각형 E의 넓이)$=1$
(정사각형 D의 넓이)$=1\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$
(정사각형 C의 넓이)$=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$
(정사각형 B의 넓이)$=\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$
따라서 정사각형 B의 한 변의 길이는
$\sqrt{\frac{1}{8}}=\frac{1}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{4}$

15 $\frac{3\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}(2-\sqrt{2})}{(2+\sqrt{2})(2-\sqrt{2})}$
$=-3+3\sqrt{2}$
이므로 $a=-3$, $b=2$
$\therefore a+b=-3+2=-1$

16 $2<\sqrt{5}<3$에서 $4<\sqrt{5}+2<5$이므로
$\sqrt{5}+2$의 정수 부분 $a=4$
소수 부분 $b=(\sqrt{5}+2)-4=\sqrt{5}-2$
$\therefore \frac{a}{b}=\frac{4}{\sqrt{5}-2}$
$=\frac{4(\sqrt{5}+2)}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)}$
$=4\sqrt{5}+8$

17 $\sqrt{90a}=\sqrt{2\times3^2\times5\times a}$이므로
$\sqrt{2\times3^2\times5\times a}=\sqrt{3\times b^2}$ … (i)
이때 $2\times3\times5\times a=b^2$이고, b가 가장 작은 자연수이려면 $a=2\times3\times5$이다. … (ii)
즉, $b^2=(2\times3\times5)^2=30^2$이므로
$b=30$ … (iii)

채점 기준	배점
(i) 소인수분해하여 식 나타내기	2점
(ii) a의 값 구하기	3점
(iii) b의 값 구하기	2점

18 $\overline{AB}^2=2\text{cm}^2$, $\overline{BC}^2=8\text{cm}^2$,
$\overline{DE}^2=18\text{cm}^2$이므로
$\overline{AB}=\sqrt{2}$ cm, $\overline{BC}=2\sqrt{2}$ cm,
$\overline{DE}=3\sqrt{2}$ cm … (i)

$\overline{AC}=\overline{AB}+\overline{BC}$
$=\sqrt{2}+2\sqrt{2}=3\sqrt{2}\,(\text{cm})$
$\overline{CD}=\overline{BC}+\overline{DE}$
$=2\sqrt{2}+3\sqrt{2}=5\sqrt{2}\,(\text{cm})$ … (ii)
$\therefore\ \overline{AC}+\overline{CD}+\overline{DE}$
$=3\sqrt{2}+5\sqrt{2}+3\sqrt{2}$
$=11\sqrt{2}\,(\text{cm})$ … (iii)

채점 기준	배점
(i) $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{DE}$의 길이 각각 구하기	3점
(ii) $\overline{AC}$, $\overline{CD}$의 길이 각각 구하기	2점
(iii) $\overline{AC}+\overline{CD}+\overline{DE}$의 값 구하기	1점

19 $A=\sqrt{3}(\sqrt{3}-2)+5(1-2\sqrt{12})$
$=3-2\sqrt{3}+5-10\sqrt{12}$
$=8-2\sqrt{3}-20\sqrt{3}$
$=8-22\sqrt{3}$ … (i)
$B=\left(3\sqrt{3}+\dfrac{9}{\sqrt{3}}-4\right)\div(\sqrt{3}+1)$
$=(3\sqrt{3}+3\sqrt{3}-4)\times\dfrac{1}{\sqrt{3}+1}$
$=\dfrac{(6\sqrt{3}-4)(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}$
$=\dfrac{22-10\sqrt{3}}{2}$
$=11-5\sqrt{3}$ … (ii)
$\therefore\ A+B$
$=(8-22\sqrt{3})+(11-5\sqrt{3})$
$=19-27\sqrt{3}$ … (iii)

채점 기준	배점
(i) A의 값 구하기	2점
(ii) B의 값 구하기	2점
(iii) $A+B$의 값 구하기	1점

20 $\dfrac{1}{1+\sqrt{3}}=\dfrac{1-\sqrt{3}}{(1+\sqrt{3})(1-\sqrt{3})}$
$=\dfrac{1-\sqrt{3}}{-2}$
$\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{5}}{(\sqrt{3}+\sqrt{5})(\sqrt{3}-\sqrt{5})}$
$=\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{5}}{-2}$
$\dfrac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{7}}=\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{7}}{(\sqrt{5}+\sqrt{7})(\sqrt{5}-\sqrt{7})}$
$=\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{7}}{-2}$
⋮
$\dfrac{1}{\sqrt{23}+\sqrt{25}}$
$=\dfrac{\sqrt{23}-\sqrt{25}}{(\sqrt{23}+\sqrt{25})(\sqrt{23}-\sqrt{25})}$
$=\dfrac{\sqrt{23}-\sqrt{25}}{-2}$ … (i)
$\therefore$ (주어진 식)
$=\dfrac{1-\sqrt{3}}{-2}+\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{5}}{-2}+\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{7}}{-2}$
$+\cdots+\dfrac{\sqrt{23}-\sqrt{25}}{-2}$
$=\dfrac{1-\sqrt{25}}{-2}=\dfrac{1-5}{-2}=2$ … (ii)

채점 기준	배점
(i) 각 분수 유리화하기	4점
(ii) 식의 값 구하기	2점

8강 p. 111~112

1 ②	2 ④	3 ③	4 ①
5 ⑤	6 ③, ⑤	7 ②	8 ①
9 ④	10 ①	11 ⑤	12 3

13 $6a-6b$, 과정은 풀이 참조
14 $(x+6)(x-4)$, 과정은 풀이 참조

1 $2ax-4ay=2a(x-2y)$이므로 인수가 아닌 것은 ②이다.

2 $xy(a-b)+y(b-a)$
$=xy(a-b)-y(a-b)$
$=(xy-y)(a-b)$
$=y(x-1)(a-b)$

3 $16x^2-40x+A$
$=(4x)^2-2\times4x\times5+5^2$
$=(4x-5)^2$
에서 $A=5^2=25$, $B=-5$
$\therefore\ A-B=25-(-5)=30$

4 $(2x+3)(2x-1)+k$
$=4x^2+4x-3+k$
$=(2x)^2+2\times2x\times1-3+k$
이 식이 완전제곱식이 되려면
$-3+k=1^2$이어야 하므로 $k=4$

5 $a<b<0$이므로 $a-b<0$, $a+b<0$
$\therefore$ (주어진 식)
$=\sqrt{(a-b)^2}-\sqrt{(a+b)^2}$
$=-(a-b)-\{-(a+b)\}$
$=2b$

6 x^8-1
$=(x^4+1)(x^4-1)$
$=(x^4+1)(x^2+1)(x^2-1)$
$=(x^4+1)(x^2+1)(x+1)(x-1)$
따라서 x^8-1의 인수는 ③, ⑤이다.

7 $x^2+2x-15=(x+5)(x-3)$이므로
$a=5$, $b=-3$ 또는 $a=-3$, $b=5$
$\therefore\ |a-b|=|5-(-3)|$
$=|-3-5|=8$

8 각 대수막대의 넓이는 x^2, x, 1이므로
$x^2+6x+5=(x+1)(x+5)$

9 ④ $4x^2-12xy+9y^2=(2x-3y)^2$

10 $4x^2-9y^2=(2x+3y)(2x-3y)$
$8x^2-10xy-3y^2=(2x-3y)(4x+y)$
따라서 두 다항식의 공통인 인수는
$2x-3y$이다.

11 $9x^2-14x+a=(x-1)(9x-a)$
$=9x^2-(a+9)x+a$
$a+9=14$ $\therefore\ a=5$

12 $(2x+B)(Cx-1)$
$=2Cx^2+(BC-2)x-B$
에서 $2C=6$, $BC-2=7$, $-B=A$
이므로 $C=3$, $B=3$, $A=-3$
$\therefore\ A+B+C=-3+3+3=3$

13 $2a^2-5ab+2b^2$
$=(a-2b)(2a-b)$ … (i)
꽃밭의 가로의 길이가 $a-2b$이므로
세로의 길이는 $2a-b$이다. … (ii)
따라서 꽃밭의 둘레의 길이는
$2\{(a-2b)+(2a-b)\}$
$=2(3a-3b)=6a-6b$ … (iii)

채점 기준	배점
(i) 주어진 식 인수분해하기	3점
(ii) 세로의 길이 구하기	2점
(iii) 둘레의 길이 구하기	3점

14 $(x+8)(x-3)=x^2+5x-24$에서
처음 이차식의 상수항은 -24 … (i)
$(x+4)(x-2)=x^2+2x-8$에서
처음 이차식의 x의 계수는 2 … (ii)
따라서 처음 이차식은
$x^2+2x-24$이므로 … (iii)
식을 바르게 인수분해하면
$x^2+2x-24=(x+6)(x-4)$
… (iv)

채점 기준	배점
(i) 처음 이차식의 상수항 구하기	2점
(ii) 처음 이차식의 x의 계수 구하기	2점
(iii) 처음 이차식 구하기	2점
(iv) 인수분해하기	2점

9~10강 p. 113~115

1 6 **2** ④ **3** ③ **4** ④
5 $2x-y-1$ **6** ① **7** ②
8 ⑤ **9** $(3x-4)(x+2)$
10 ③ **11** $4\sqrt{2}$ **12** ① **13** ③
14 ③ **15** $4+2\sqrt{3}$ **16** $4\sqrt{2}$
17 $4x-8$, 과정은 풀이 참조
18 $x+y-2$, 과정은 풀이 참조
19 40π, 과정은 풀이 참조
20 $20\sqrt{2}+5$, 과정은 풀이 참조

1 $3x+1=A$, $2x=B$로 놓으면
$(3x+1)^2-4x^2$
$=A^2-B^2$
$=(A+B)(A-B)$
$=(3x+1+2x)(3x+1-2x)$
$=(5x+1)(x+1)$
따라서 $a=5$, $b=1$ 또는 $a=1$, $b=5$이므로 $a+b=6$

2 $x+2y=A$로 놓으면
$(x+2y+3)(x+2y-1)+3$
$=(A+3)(A-1)+3$
$=A^2+2A$
$=A(A+2)$
$=(x+2y)(x+2y+2)$
$\therefore \square=x+2y+2$

3 $x-2=A$로 놓으면
$(x-2)^2-(x-2)-6$
$=A^2-A-6$
$=(A-3)(A+2)$
$=(x-2-3)(x-2+2)$
$=x(x-5)$

4 $a+2=A$로 놓으면
$(a+2)^4-1$
$=A^4-1$
$=(A^2+1)(A^2-1)$
$=(A^2+1)(A+1)(A-1)$
$=(a^2+4a+5)(a+3)(a+1)$
따라서 인수가 아닌 것은 ④이다.

5 $x^2-xy-x+2y-2$
$=(x^2-x-2)-(xy-2y)$
$=(x-2)(x+1)-y(x-2)$
$=(x-2)(x-y+1)$
따라서 두 일차식의 합은
$(x-2)+(x-y+1)=2x-y-1$

6 a^2-ac-b^2+bc
$=(a+b)(a-b)-c(a-b)$
$=(a-b)(a+b-c)=0$
그런데 $a+b-c\neq0$이므로 $a=b$
따라서 $a=b$인 이등변삼각형이다.

7 $1-x^2+2xy-y^2$
$=1-(x^2-2xy+y^2)$
$=1-(x-y)^2$
$=(1+x-y)(1-x+y)$
따라서 $a=1$, $b=-1$, $c=-1$이므로
$a+b+c=1-1-1=-1$

8 $x^2-2xy+y^2-2x+2y-8$
$=(x-y)^2-2(x-y)-8$
$x-y=A$로 놓으면
(주어진 식)$=A^2-2A-8$
$=(A-4)(A+2)$
$=(x-y-4)(x-y+2)$

9 $(2x◎1)-(x◎3)$
$=(2x-1)^2-(x-3)^2$
$=\{(2x-1)+(x-3)\}\{(2x-1)-(x-3)\}$
$=(3x-4)(x+2)$

10 $999^2-1=999^2-1^2$
$=(999+1)(999-1)$
$=1000\times998$
$=998000$
따라서 가장 알맞은 공식은 ③이다.

11 $x-\frac{1}{x}=2$이므로
$\left(x+\frac{1}{x}\right)^2=\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+4$
$=2^2+4=8$
그런데 $x>0$이므로
$x+\frac{1}{x}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$
$\therefore x^2-\frac{1}{x^2}=\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(x-\frac{1}{x}\right)$
$=2\sqrt{2}\times2=4\sqrt{2}$

12 $1^2-4^2+7^2-10^2+13^2-16^2$
$=(1+4)(1-4)+(7+10)(7-10)+(13+16)(13-16)$
$=-3\times(5+17+29)$
$=-153$

13 $5^4-1=(5^2)^2-1$
$=(5^2+1)(5^2-1)$
$=(5^2+1)(5+1)(5-1)$
$=26\times6\times4$
$=2^4\times3\times13$
따라서 5^4-1의 약수의 개수는
$(4+1)\times(1+1)\times(1+1)=20$(개)

14 $2<\sqrt{5}<3$에서
$\sqrt{5}$의 정수 부분은 2이므로
소수 부분 $a=\sqrt{5}-2$
a^3+6a^2+8a
$=a(a^2+6a+8)$
$=a(a+4)(a+2)$
$=(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)\sqrt{5}$
$=\sqrt{5}$

15 $x^2+6xy+9y^2=(x+3y)^2$이고,
$x+3y=(4-2\sqrt{3})+3(\sqrt{3}-1)$
$=\sqrt{3}+1$
이므로
$x^2+6xy+9y^2=(\sqrt{3}+1)^2$
$=4+2\sqrt{3}$

16 색칠한 부분의 둘레의 길이가 $40\sqrt{2}$ cm이므로
$4x+4y=40\sqrt{2}$
$\therefore x+y=10\sqrt{2}$
색칠한 부분의 넓이가 80 cm^2이므로
$x^2-y^2=(x+y)(x-y)$
$=10\sqrt{2}(x-y)=80$
$\therefore x-y=\frac{80}{10\sqrt{2}}=4\sqrt{2}$

17 $x+4=A$로 놓으면
$(x+4)^2-12(x+4)+36$
$=A^2-12A+36$
$=(A-6)^2$
$=(x+4-6)^2$
$=(x-2)^2$ … (i)
이므로 정사각형 모양의 화단의 한 변의 길이는 $x-2$이다. … (ii)
따라서 이 화단의 둘레의 길이는
$4(x-2)=4x-8$ … (iii)

채점 기준	배점
(i) 인수분해하기	2점
(ii) 화단의 한 변의 길이 구하기	1점
(iii) 화단의 둘레의 길이 구하기	1점

18 $x^2-y^2-x+3y-2$
$=x^2-x-(y^2-3y+2)$
$=x^2-x-(y-2)(y-1)$
$=\{x+(y-2)\}\{x-(y-1)\}$
$=(x+y-2)(x-y+1)$ … (i)
따라서 구하는 일차식은 $x+y-2$이다. … (ii)

채점 기준	배점
(i) 인수분해하기	4점
(ii) 일차식 구하기	2점

19 큰 피자와 작은 피자 한 조각의 넓이는 각각 $\frac{\pi}{8}\times24^2$, $\frac{\pi}{8}\times16^2$ … (i)
이때 두 피자 한 조각의 넓이의 차는
$\frac{\pi}{8}\times24^2-\frac{\pi}{8}\times16^2$ … (ii)
$=\frac{\pi}{8}(24^2-16^2)$
$=\frac{\pi}{8}(24+16)(24-16)$
$=\frac{\pi}{8}\times40\times8$
$=40\pi$
따라서 40π만큼 더 크다. … (iii)

채점 기준	배점
(i) 피자 한 조각의 넓이 구하기	2점
(ii) 식 세우기	2점
(iii) 넓이의 차 구하기	1점

20 $x=\frac{1}{3-2\sqrt{2}}$
$=\frac{3+2\sqrt{2}}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})}$
$=3+2\sqrt{2}$ … (i)
$y=\frac{1}{3+2\sqrt{2}}$
$=\frac{3-2\sqrt{2}}{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})}$
$=3-2\sqrt{2}$ … (ii)
$\therefore x^2-y^2+2y-1$
$=x^2-(y^2-2y+1)$
$=x^2-(y-1)^2$
$=\{x+(y-1)\}\{x-(y-1)\}$
$=(x+y-1)(x-y+1)$ … (iii)
$=(6-1)\times(4\sqrt{2}+1)$
$=20\sqrt{2}+5$ … (iv)

채점 기준	배점
(i) x의 분모를 유리화하기	1점
(ii) y의 분모를 유리화하기	1점
(iii) 인수분해하기	2점
(iv) 식의 값 구하기	2점

11~12강 p. 116~118

1 ②	2 ④	3 ①, ③	4 ④
5 ②	6 ④	7 ③	8 ③
9 ⑤	10 6	11 ④	12 21
13 14	14 ④	15 ①, ⑤	16 5

17 2, 과정은 풀이 참조
18 $a=5$, $b=7$, 과정은 풀이 참조
19 $a=-1$, $b=1$, 과정은 풀이 참조
20 -56, 과정은 풀이 참조

1 ② $x^2+x-2=0$
④ $2x^2-2x=5+2x^2$
$-2x-5=0$
⑤ $x^4+2x^2+1=x$
$x^4+2x^2-x+1=0$
따라서 이차방정식인 것은 ②이다.

2 이차항의 계수가 0이면 이차방정식이 될 수 없으므로
$a-1\neq0$ $\therefore a\neq1$

3 $x=-1$을 주어진 이차방정식에 각각 대입하면
① $(-1)^2-1=0$
② $(-1)^2-(-1)=2\neq0$
③ $(-1)^2-(-1)-2=0$
④ $(-1-1)\times\{2\times(-1)-3\}$
$=10\neq0$
⑤ $(-1+1)^2-9=-9\neq0$
따라서 $x=-1$이 해가 되는 것은 ①, ③이다.

4 $x=-2$일 때,
$(-2)^2+3\times(-2)-4=-6\neq0$
$x=-1$일 때,
$(-1)^2+3\times(-1)-4=-6\neq0$
$x=0$일 때,
$0^2+3\times0-4=-4\neq0$
$x=1$일 때, $1^2+3\times1-4=0$
$x=2$일 때, $2^2+3\times2-4=6\neq0$
따라서 해는 $x=1$이다.

5 $3x^2+10x+3=0$
$(x+3)(3x+1)=0$
$\therefore x=-3$ 또는 $x=-\frac{1}{3}$

6 $x=a$를 $(x+2)^2=x+6$에 대입하면
$(a+2)^2=a+6$, $a^2+3a-2=0$
$\therefore a^2+3a=2$

7 $2x^2+5x-12=0$
$(x+4)(2x-3)=0$
$\therefore x=-4$ 또는 $x=\frac{3}{2}$
그런데 $a>b$이므로 $a=\frac{3}{2}$, $b=-4$
$\therefore 2a+b=2\times\frac{3}{2}-4=-1$

8 $2x^2-7x+3=0$
$(2x-1)(x-3)=0$
$\therefore x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=3$
$3x^2-4x-15=0$
$(3x+5)(x-3)=0$
$\therefore x=-\frac{5}{3}$ 또는 $x=3$
따라서 공통인 근은 $x=3$이다.

9 $x=-3$을 $x^2-(a+1)x+a=0$에 대입하면
$9+3(a+1)+a=0$
$4a=-12$ $\therefore a=-3$
$a=-3$을 $x^2-(a+1)x+a=0$에 대입하면
$x^2+2x-3=0$, $(x+3)(x-1)=0$
$\therefore x=-3$ 또는 $x=1$
따라서 다른 한 근은 $x=1$이다.

10 $(x+1)(2x+a)=0$
$\therefore x=-1$ 또는 $x=-\frac{a}{2}$
이때 $x=-1$은 $4x^2+bx+2=0$의 해이므로
$4-b+2=0$ $\therefore b=6$
$b=6$을 $4x^2+bx+2=0$에 대입하면
$4x^2+6x+2=0$, $2x^2+3x+1=0$
$(x+1)(2x+1)=0$
$\therefore x=-1$ 또는 $x=-\frac{1}{2}$
따라서 $-\frac{a}{2}=-\frac{1}{2}$이므로 $a=1$
$\therefore ab=1\times6=6$

11 ① $x=0$ 또는 $x=1$
② $x=\pm1$
③ $2x^2+2x=0$, $2x(x+1)=0$
$\therefore x=-1$ 또는 $x=0$
④ $x^2-4x+4=0$, $(x-2)^2=0$
$\therefore x=2$(중근)
⑤ $x=4\pm4\sqrt{2}$
따라서 중근을 갖는 것은 ④이다.

12 주어진 이차방정식이 중근을 가지므로

$m-5=\left(\frac{-8}{2}\right)^2=16 \qquad \therefore m=21$

13 $(x+3)^2=A,\ x+3=\pm\sqrt{A}$

$\therefore x=-3\pm\sqrt{A}$

따라서 $A=17,\ B=-3$이므로

$A+B=17-3=14$

14 $x^2-6x-5=0,\ x^2-6x=5$

$x^2-6x+9=5+9$

$(x-3)^2=14,\ x-3=\pm\sqrt{14}$

$\therefore x=3\pm\sqrt{14}$

따라서 ㉠ : 9, ㉡ : $\pm\sqrt{14}$이다.

15 ① $x^2-9x+14=0$

$(x-2)(x-7)=0$

$\therefore x=2$ 또는 $x=7$

② $(x+6)^2=0$이므로 $x=-6$(중근)

③ $x^2=\frac{2}{9} \qquad \therefore x=\pm\frac{\sqrt{2}}{3}$

④ $x-1=\pm\sqrt{6} \qquad \therefore x=1\pm\sqrt{6}$

⑤ $x+1=\pm2,\ x=-1\pm2$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=1$

따라서 옳은 것은 ①, ⑤이다.

16 $(x-1)(x-5)=4$

$x^2-6x+5=4,\ x^2-6x=-1$

$x^2-6x+9=-1+9$

$(x-3)^2=8$

따라서 $a=-3,\ b=8$이므로

$a+b=-3+8=5$

17 $x^2-6x+8=0,\ (x-2)(x-4)=0$

$x-2=0$ 또는 $x-4=0$

$\therefore x=2$ 또는 $x=4$ … (i)

$3(x-2)\le 2x-3,\ 3x-6\le 2x-3$

$\therefore x\le 3$ … (ii)

따라서 주어진 이차방정식과 일차부등식을 동시에 만족하는 자연수 x는 2이다. … (iii)

채점 기준	배점
(i) 이차방정식의 해 구하기	2점
(ii) 일차부등식의 해 구하기	2점
(iii) 자연수 x의 값 구하기	2점

18 $x=-5$를 $x^2+7x+2a=0$에 대입하면 $25-35+2a=0$

$2a=10 \qquad \therefore a=5$ … (i)

$a=5$를 $x^2+7x+2a=0$에 대입하면

$x^2+7x+10=0$

$(x+5)(x+2)=0$

$x+5=0$ 또는 $x+2=0$

$\therefore x=-5$ 또는 $x=-2$ … (ii)

따라서 $x=-2$가 $5x^2+bx-6=0$의 한 근이므로

$20-2b-6=0,\ -2b=-14$

$\therefore b=7$ … (iii)

채점 기준	배점
(i) a의 값 구하기	2점
(ii) $x^2+7x+2a=0$의 해 구하기	2점
(iii) b의 값 구하기	2점

19 주어진 이차방정식이 중근을 가지므로

$b=\left(\frac{2a}{2}\right)^2=a^2$ … (i)

$b=a^2$을 $x^2+2ax+b=0$에 대입하면

$x^2+2ax+a^2=0,\ (x+a)^2=0$

이 이차방정식이 중근 $x=1$을 가지므로 $a=-1$ … (ii)

$b=a^2$에서 $b=1$ … (iii)

채점 기준	배점
(i) 중근을 갖는 조건 알기	2점
(ii) a의 값 구하기	3점
(iii) b의 값 구하기	2점

20 $6x^2-5x-2=0$

$x^2-\frac{5}{6}x-\frac{1}{3}=0,\ x^2-\frac{5}{6}x=\frac{1}{3}$

$x^2-\frac{5}{6}x+\left(\frac{5}{12}\right)^2=\frac{1}{3}+\left(\frac{5}{12}\right)^2$

$\left(x-\frac{5}{12}\right)^2=\frac{73}{144}$

$x-\frac{5}{12}=\pm\frac{\sqrt{73}}{12}$

$\therefore x=\frac{5\pm\sqrt{73}}{12}$ … (i)

따라서 $A=5,\ B=73,\ C=12$이므로 … (ii)

$A-B+C=5-73+12=-56$ … (iii)

채점 기준	배점
(i) 이차방정식의 해 구하기	2점
(ii) A, B, C의 값 각각 구하기	3점
(iii) $A-B+C$의 값 구하기	1점

13강 p. 119~120

1 ④	2 ③, ⑤	3 ①	4 ③
5 ⑤	6 ④	7 8	8 ①
9 ②	10 ③	11 ①	12 ④

13 -24, 과정은 풀이 참조

14 16, 과정은 풀이 참조

1 짝수 공식에 의해

① $x=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-2\times(-1)}}{2}$

$=\frac{2\pm\sqrt{6}}{2}$

② $x=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-2\times(-3)}}{2}$

$=\frac{1\pm\sqrt{7}}{2}$

③ $x=-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-1\times1}$

$=2\pm\sqrt{3}$

④ $x=-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-1\times(-1)}$

$=2\pm\sqrt{5}$

⑤ $x=-1\pm\sqrt{1^2-1\times(-1)}$

$=-1\pm\sqrt{2}$

따라서 ④이다.

2 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$이 서로 다른 두 근을 가지려면

$b^2-4ac>0$

③ $b^2-4ac=(-3)^2-4\times1\times(-1)$

$=13>0$

⑤ $b'^2-ac=(-3)^2-2\times(-1)$

$=11>0$

3 주어진 이차방정식이 서로 다른 두 근을 가지므로

b^2-4ac

$=(-3)^2-4\times1\times(-k)>0$

$9+4k>0 \qquad \therefore k>-\frac{9}{4}$

따라서 상수 k의 값으로 옳지 않은 것은 ①이다.

4 주어진 이차방정식이 중근을 가지려면

b'^2-ac

$=\{-(k+1)\}^2-(2k^2-4k+6)$

$=0$

이므로 $k^2-6k+5=0$

$(k-1)(k-5)=0$

$\therefore k=1$ 또는 $k=5$

따라서 모든 상수 k의 값의 합은

$1+5=6$

5 ㄱ. $x^2+10x-25=0$에서

$10^2-4\times1\times(-25)>0$이므로 서로 다른 두 근을 갖는다.

ㄴ. $x^2+10x+39=0$에서

$10^2-4\times1\times39<0$이므로 근이 없다.

ㄷ. $x^2+10x+25=0$에서

$10^2-4\times1\times25=0$이므로 중근을 갖는다.

ㄹ. $x^2+10x-12=0$에서 두 근의 곱은 -12이다.
따라서 옳은 것은 ㄷ, ㄹ이다.

6 $\alpha+\beta=-a$, $\alpha\beta=-2$이므로
$\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{1}{2}$에서 $\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\frac{1}{2}$
$\frac{-a}{-2}=\frac{1}{2}$ $\quad\therefore a=1$

7 계수가 모두 유리수인 이차방정식의 한 근이 $4+\sqrt{5}$이면 다른 한 근은 $4-\sqrt{5}$이다.
(두 근의 합)$=k$
$=(4+\sqrt{5})+(4-\sqrt{5})$
$=8$

8 $2x^2-2x+k=0$의 두 근을 α, $\alpha+5$라고 하면
(두 근의 합)$=-\left(\frac{-2}{2}\right)$
$=\alpha+(\alpha+5)$
$1=2\alpha+5$ $\quad\therefore \alpha=-2$
따라서 두 근은 -2, 3이므로
(두 근의 곱)$=\frac{k}{2}=(-2)\times3$
$\therefore k=-12$

9 두 근을 $3k$, $4k$라고 하면
(두 근의 합)$=14=3k+4k$
$14=7k$ $\quad\therefore k=2$
따라서 두 근은 6, 8이므로
(두 근의 곱)$=6a=6\times8$
$\therefore a=8$

10 두 근이 2, -4이고 이차항의 계수가 3인 이차방정식은
$3(x-2)(x+4)=0$
$3x^2+6x-24=0$
$\therefore a=6$, $b=-24$

11 두 근이 $-\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$이고 x^2의 계수가 6인 이차방정식은
$6\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{3}\right)=0$
$\therefore 6x^2+x-1=0$
따라서 상수항은 -1이다.

12 $x^2-6x+4=0$의 두 근이 a, b이므로
$a+b=6$, $ab=4$
$x^2+px+q=0$의 두 근이 $a+1$, $b+1$이므로
$-p=(a+1)+(b+1)$
$=a+b+2$
$=6+2=8$
$\therefore p=-8$
$q=(a+1)(b+1)$
$=ab+a+b+1$
$=4+6+1=11$
$\therefore p+q=-8+11=3$

13 근의 공식에 의해
$x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times1\times(-3)}}{2\times1}$
$=\frac{-3\pm\sqrt{21}}{2}$ $\cdots$ (i)
$\frac{-3\pm\sqrt{21}}{2}=\frac{A\pm\sqrt{B}}{2}$이므로
$A=-3$, $B=21$ $\cdots$ (ii)
$\therefore A-B=-3-21=-24$ $\cdots$ (iii)

채점 기준	배점
(i) 이차방정식의 해 구하기	3점
(ii) A, B의 값 각각 구하기	3점
(iii) $A-B$의 값 구하기	1점

14 (두 근의 합)$=-\left(\frac{-a}{4}\right)=-1$
$\therefore a=-4$ $\cdots$ (i)
(두 근의 곱)$=\frac{-b}{4}=-5$
$-b=-20$ $\quad\therefore b=20$ $\cdots$ (ii)
$\therefore a+b=-4+20=16$ $\cdots$ (iii)

채점 기준	배점
(i) a의 값 구하기	3점
(ii) b의 값 구하기	3점
(iii) $a+b$의 값 구하기	2점

14~15강 p. 121~123

1 ③ **2** ② **3** ③ **4** ④
5 $x=3$ **6** ⑤ **7** ② **8** ③
9 ③ **10** ④ **11** ⑤ **12** ③
13 ① **14** 5 cm
15 $(-3+3\sqrt{5})$cm **16** 9초 후
17 두 근 : 2, 8, $a=4$, 과정은 풀이 참조
18 $x=\frac{-1+\sqrt{37}}{6}$ 또는 $x=\frac{1-\sqrt{37}}{6}$
과정은 풀이 참조
19 29, 과정은 풀이 참조
20 $\frac{2-\sqrt{2}}{4}$m, 과정은 풀이 참조

1 양변에 4를 곱하면 $3x^2-4x-2=0$
짝수 공식에 의해
$x=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-3\times(-2)}}{3}$
$=\frac{2\pm\sqrt{10}}{3}$
$\therefore A=10$

2 양변에 10을 곱하면 $x^2-10x-3=0$
짝수 공식에 의해
$x=-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-1\times(-3)}$
$=5\pm\sqrt{28}=5\pm2\sqrt{7}$

3 양변에 12를 곱하면
$9x^2-6x-10=0$
짝수 공식에 의해
$x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-9\times(-10)}}{9}$
$=\frac{3\pm\sqrt{99}}{9}=\frac{1\pm\sqrt{11}}{3}$
$\therefore A=1$

4 양변에 4를 곱하면
$x+1=2(x+3)(x-1)$
$2x^2+3x-7=0$
근의 공식에 의해
$x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times2\times(-7)}}{2\times2}$
$=\frac{-3\pm\sqrt{65}}{4}$

5 $\frac{1}{2}x^2-\frac{7}{6}x-1=0$의 양변에 6을 곱하면
$3x^2-7x-6=0$
$(3x+2)(x-3)=0$
$\therefore x=-\frac{2}{3}$ 또는 $x=3$
$(x-1)(x-2)=-2(x-4)$의 괄호를 풀고 정리하면
$x^2-x-6=0$
$(x+2)(x-3)=0$
$\therefore x=-2$ 또는 $x=3$
따라서 공통인 근은 $x=3$이다.

6 $x-2=X$로 놓으면
$X^2-3X-4=0$
$(X+1)(X-4)=0$
$\therefore X=-1$ 또는 $X=4$
즉, $x-2=-1$ 또는 $x-2=4$
$\therefore x=1$ 또는 $x=6$
따라서 $\alpha=1$, $\beta=6$ 또는 $\alpha=6$, $\beta=1$이므로
$\alpha^2+\beta^2=37$

7 $x-y=A$로 놓으면
$A(A-2)=8$, $A^2-2A-8=0$
$(A+2)(A-4)=0$
$\therefore A=-2$ 또는 $A=4$
$\therefore x-y=-2$ 또는 $x-y=4$
그런데 $x<y$이므로 $x-y=-2$

8 연속한 두 자연수를 x, $x+1$이라고 하면
$(x+1)^2=9x+1$
$x^2-7x=0$, $x(x-7)=0$
$\therefore x=0$ 또는 $x=7$
그런데 x는 자연수이므로 $x=7$
따라서 두 자연수는 7, 8이고 이 중 큰 수는 8이다.

9 $30+3n-n^2=20$에서
$n^2-3n-10=0$
$(n+2)(n-5)=0$
$\therefore n=-2$ 또는 $n=5$
그런데 $n>0$이므로 $n=5$
따라서 실내 온도는 5℃이다.

10 n각형의 대각선의 총 개수는
$\frac{n(n-3)}{2}$개이므로
$\frac{n(n-3)}{2}=65$
$n^2-3n-130=0$
$(n+10)(n-13)=0$
$\therefore n=-10$ 또는 $n=13$
그런데 $n>3$이므로 $n=13$
따라서 십삼각형이다.

11 가로의 길이를 x cm라고 하면 세로의 길이는 $(x-3)$ cm이므로
$x(x-3)=40$, $x^2-3x-40=0$
$(x+5)(x-8)=0$
$\therefore x=-5$ 또는 $x=8$
그런데 $x>3$이므로 $x=8$
따라서 가로의 길이는 8 cm, 세로의 길이는 5 cm이므로 둘레의 길이는
$2\times(8+5)=26$ (cm)

12 사다리꼴의 높이를 x cm라고 하면
$\frac{1}{2}x(4+x)=48$
$x^2+4x-96=0$
$(x+12)(x-8)=0$
$\therefore x=-12$ 또는 $x=8$
그런데 $x>0$이므로 $x=8$
따라서 사다리꼴의 높이는 8 cm이다.

13 $(20-x)(35-x)=450$
$x^2-55x+250=0$
$(x-5)(x-50)=0$
$\therefore x=5$ 또는 $x=50$
그런데 $0<x<20$이므로 $x=5$

14 철판을 직각으로 접어 올린 부분의 길이를 x cm라고 하면 단면의 넓이가 50 cm^2이므로
$x(20-2x)=50$
$x^2-10x+25=0$, $(x-5)^2=0$
$\therefore x=5$(중근)
따라서 물받이의 높이는 5 cm이다.

15 $\overline{AB}=\overline{AE}=x$cm라고 하면
$\overline{ED}=(6-x)$cm
$\overline{AD}:\overline{AB}=\overline{EF}:\overline{ED}$이므로
$6:x=x:(6-x)$, $x^2=36-6x$
$x^2+6x-36=0$
$\therefore x=-3\pm3\sqrt{5}$
그런데 $x>0$이므로 $x=-3+3\sqrt{5}$
따라서 $\overline{AB}$의 길이는
$(-3+3\sqrt{5})$ cm이다.

16 지면의 높이가 0 m이므로
$0=-5t^2+40t+45$
$t^2-8t-9=0$
$(t+1)(t-9)=0$
$\therefore t=-1$ 또는 $t=9$
그런데 $t>0$이므로 $t=9$
따라서 이 물체가 지면에 떨어지는 순간은 쏘아 올린 지 9초 후이다.

17 $\frac{1}{4}x^2-\frac{5}{2}x+a=0$의 양변에 4를 곱하면
$x^2-10x+4a=0$
두 근을 k, $4k$라고 하면
(두 근의 합)$=10=k+4k$
$10=5k$ $\quad\therefore k=2$
따라서 이차방정식의 두 근은 2, 8이다. … (i)
(두 근의 곱)$=4a=2\times8$
$4a=16$ $\quad\therefore a=4$ … (ii)

채점 기준	배점
(i) 두 근 구하기	4점
(ii) a의 값 구하기	2점

18 $\sqrt{\frac{x^2}{9}}=\sqrt{\left(\frac{x}{3}\right)^2}$이므로
$x\geq0$일 때, 주어진 이차방정식은
$x^2+\frac{x}{3}=1$
양변에 3을 곱하여 정리하면
$3x^2+x-3=0$
근의 공식에 의해
$x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\times3\times(-3)}}{2\times3}$
$=\frac{-1\pm\sqrt{37}}{6}$
그런데 $x\geq0$이므로
$x=\frac{-1+\sqrt{37}}{6}$ … (i)
또 $x<0$일 때, 주어진 이차방정식은
$x^2-\frac{x}{3}=1$
양변에 3을 곱하여 정리하면
$3x^2-x-3=0$
근의 공식에 의해
$x=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\times3\times(-3)}}{2\times3}$
$=\frac{1\pm\sqrt{37}}{6}$
그런데 $x<0$이므로
$x=\frac{1-\sqrt{37}}{6}$ … (ii)
따라서 주어진 이차방정식의 해는
$x=\frac{-1+\sqrt{37}}{6}$ 또는 $x=\frac{1-\sqrt{37}}{6}$
이다. … (iii)

채점 기준	배점
(i) $x\geq0$일 때, 이차방정식의 해 구하기	3점
(ii) $x<0$일 때, 이차방정식의 해 구하기	3점
(iii) 주어진 이차방정식의 해 구하기	1점

19 두 쪽수를 각각 x, $x+1$이라고 하면
$x(x+1)=210$ … (i)
$x^2+x-210=0$
$(x+15)(x-14)=0$
$\therefore x=-15$ 또는 $x=14$
그런데 x는 자연수이므로
$x=14$ … (ii)
따라서 두 쪽수는 14, 15이므로 두 쪽수의 합은 $14+15=29$이다. … (iii)

채점 기준	배점
(i) 식 세우기	2점
(ii) 이차방정식의 해 구하기	2점
(iii) 두 쪽수의 합 구하기	1점

20 긴 끈의 길이를 x m라고 하면 짧은 끈의 길이는 $(1-x)$ m이다.
큰 정사각형과 작은 정사각형의 한 변의 길이는 각각 $\frac{x}{4}$ m, $\frac{1-x}{4}$ m이므로

$\left(\frac{x}{4}\right)^2=2\left(\frac{1-x}{4}\right)^2$ … (i)

$\frac{x^2}{16}=\frac{2(x^2-2x+1)}{16}$

$x^2-4x+2=0$

짝수 공식에 의해

$x=-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-1\times2}$

$=2\pm\sqrt{2}$

그런데 $\frac{1}{2}<x<1$이므로

$x=2-\sqrt{2}$ … (ii)

따라서 큰 정사각형의 한 변의 길이는

$\frac{2-\sqrt{2}}{4}$ m이다. … (iii)

채점 기준	배점
(i) 식 세우기	2점
(ii) 이차방정식의 해 구하기	2점
(iii) 큰 정사각형의 한 변의 길이 구하기	2점

16강 p. 124~125

1 ②, ⑤ **2** ⑤ **3** ③ **4** ⑤
5 $y=\frac{1}{9}x^2$ **6** ④ **7** ⑤
8 ① **9** ② **10** ② **11** ⑤
12 3, 과정은 풀이 참조
13 4, 과정은 풀이 참조

1 ③ 식을 정리하면 $y=2x$
⑤ 식을 정리하면 $y=2x^2+4x-2$
따라서 이차함수인 것은 ②, ⑤이다.

2 ① $y=15-x$ ② $y=900x$
③ $y=2\pi x$ ④ $y=x^3$
⑤ $y=\frac{x(x-3)}{2}=\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{2}x$
따라서 이차함수인 것은 ⑤이다.

3 $y=(x-2)^2-2ax^2+5x$
$=(1-2a)x^2+x+4$
이므로 이차함수가 되려면
$1-2a\neq0$ $\therefore a\neq\frac{1}{2}$

4 $f(-1)=2\times(-1)^2+5\times(-1)-3$
$=-6$
$f(1)=2\times1^2+5\times1-3=4$
$\therefore f(-1)+f(1)=-6+4=-2$

5 구하는 이차함수의 식을 $y=ax^2$이라고 하면 점 $(-6, 4)$를 지나므로
$4=36a$ $\therefore a=\frac{1}{9}$
$\therefore y=\frac{1}{9}x^2$

6 $y=ax^2$의 그래프가 점 $(2, -4)$를 지나므로
$-4=4a$ $\therefore a=-1$
따라서 $y=-x^2$의 그래프가
점 $(k, -9)$를 지나므로
$-9=-k^2$, $k^2=9$
$\therefore k=\pm3$

7 ① 점 $(-2, 4)$를 지난다.
② 이차항의 계수가 양수이므로 아래로 볼록한 포물선이다.
③ y축에 대하여 대칭이다.
④ $x<0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.
따라서 옳은 것은 ⑤이다.

8 조건 (가), (나)에서 이차함수의 식은
$y=ax^2(a<0)$
조건 (다)에서 $|a|>\frac{2}{3}$
따라서 조건을 모두 만족하는 이차함수의 식은 ①이다.

9 $a\neq0$일 때, 이차함수 $y=ax^2$과 이차함수 $y=-ax^2$의 그래프는 x축에 대하여 대칭이다.
따라서 $y=-2x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭인 그래프의 식은 $y=2x^2$이다.

10 이차함수의 식과 그 그래프를 바르게 짝지으면
ㄱ-a, ㄴ-e, ㄷ-b, ㄹ-c, ㅁ-d

11 (i) $a>0$일 때
이차함수 $y=\frac{1}{3}x^2$의 그래프보다 폭이 넓으므로 $0<a<\frac{1}{3}$
(ii) $a<0$일 때
이차함수 $y=-x^2$의 그래프보다 폭이 넓으므로 $-1<a<0$
(i), (ii)에 의해
$-1<a<0$, $0<a<\frac{1}{3}$

12 두 점 A, B의 x좌표를 각각 a, b라고 하자.
$y=4x^2$의 그래프가 점 $(a, 4)$를 지나므로
$4=4a^2$, $a^2=1$ $\therefore a=\pm1$
그런데 $a>0$이므로 $a=1$
따라서 점 A의 x좌표는 1이다. … (i)
$y=\frac{1}{4}x^2$의 그래프가 점 $(b, 4)$를 지나므로
$4=\frac{1}{4}b^2$, $b^2=16$ $\therefore b=\pm4$
그런데 $b>0$이므로 $b=4$
따라서 점 B의 x좌표는 4이다. … (ii)
$\therefore \overline{AB}=4-1=3$ … (iii)

채점 기준	배점
(i) 점 A의 x좌표 구하기	3점
(ii) 점 B의 x좌표 구하기	3점
(iii) $\overline{AB}$의 길이 구하기	3점

13 점 A의 좌표는 $(-2, 2)$
점 B의 좌표는 $(2, 2)$이므로 … (i)
$\overline{AB}=2-(-2)=4$ … (ii)
따라서 $\triangle AOB$의 밑변의 길이는 4, 높이는 2이므로
$\triangle AOB=\frac{1}{2}\times4\times2=4$ … (iii)

채점 기준	배점
(i) 점 A, B의 좌표 각각 구하기	4점
(ii) 밑변의 길이 구하기	2점
(iii) $\triangle AOB$의 넓이 구하기	3점

17~18강 p. 126~128

1 ② **2** ① **3** ⑤ **4** ①
5 ① **6** -3 **7** ③ **8** ①
9 ④ **10** ④ **11** ③ **12** ⑤
13 ⑤ **14** ④ **15** 11
16 32, 과정은 풀이 참조
17 $\frac{4}{3}$, 과정은 풀이 참조
18 $\frac{7}{4}$, 과정은 풀이 참조
19 $-\frac{3}{4}$, 과정은 풀이 참조

1 $y=-x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=-x^2-3$

2 이차함수 $y=2x^2+q$의 그래프가 점 $(-1,\ 5)$를 지나므로
$5=2\times(-1)^2+q \quad \therefore q=3$

3 두 점 $(-1,\ -1)$, $(3,\ 15)$의 좌표를 $y=ax^2+q$에 각각 대입하면
$-1=a+q,\ 15=9a+q$
위 두 식을 연립하여 풀면
$a=2,\ q=-3$
$\therefore a-q=2-(-3)=5$

4 $y=-2x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -5만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=-2(x+5)^2$
위 식에 $x=-3$, $y=m$을 대입하면
$m=-2\times(-3+5)^2=-8$

5 축의 방정식이 $x=3$인 것은 ①, ③, ⑤이고, 이 중 위로 볼록한 것은 ①, ③이다.
이때 폭이 $y=-x^2$의 그래프보다 좁은 것은 ①이다.

6 축의 방정식이 $x=-1$이므로 $b=-1$
$y=a(x+1)^2+3$의 그래프가 점 $(-2,\ 1)$을 지나므로
$1=a(-2+1)^2+3 \quad \therefore a=-2$
$\therefore a+b=-2-1=-3$

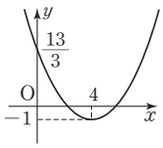
7 $y=-2x^2-a \xrightarrow[\text{대칭이동}]{x\text{축}} y=2x^2+a$
$y=2x^2+a \xrightarrow[\text{4만큼 평행이동}]{y\text{축의 방향으로}} y=2x^2+a+4$
$y=2x^2+a+4$의 그래프가
$y=bx^2+1$의 그래프와 일치하므로
$a=-3,\ b=2$
$\therefore a+b=-3+2=-1$

8 $y=(x+1+2)^2+3+k$, 즉
$y=(x+3)^2+3+k$
위 식에 $x=-2$, $y=2$를 대입하면
$2=1+3+k \quad \therefore k=-2$

9 ④ 축의 방정식이 $x=1$이고 위로 볼록한 포물선이므로 $x<1$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

10 축의 방정식이 $x=-2$이고 위로 볼록하므로 $x>-2$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

11 $y=\frac{1}{3}(x-4)^2-1$
$=\frac{1}{3}x^2-\frac{8}{3}x+\frac{13}{3}$
의 그래프는 아래로 볼록하고, 꼭짓점의 좌표가 $(4,\ -1)$, y축과 만나는 점의 y좌표가 $\frac{13}{3}$이다.
따라서 오른쪽 그림과 같이 제1, 제2, 제4사분면을 지난다.



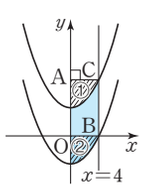
12 꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ 3)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x+1)^2+3$이라고 하면 그래프가 점 $(0,\ 1)$을 지나므로
$1=a(0+1)^2+3 \quad \therefore a=-2$
$\therefore y=-2(x+1)^2+3$

13 $y=-ax+b$의 그래프에서
$-a>0,\ b>0 \quad \therefore a<0,\ b>0$
$y=ax^2-b$의 그래프는 $a<0$이므로 위로 볼록하고, $-b<0$이므로 y축과의 교점이 x축보다 아래쪽에 있다.
따라서 그래프로 알맞은 것은 ⑤이다.

14 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$, 꼭짓점 $(p,\ q)$가 제4사분면에 있으므로 $p>0,\ q<0$이다.

15 주어진 이차함수의 그래프는 직선 $x=p$에 대하여 대칭이므로
$p=\frac{0+6}{2}=3$
점 B의 좌표가 $(p,\ q)$이므로
$\triangle BOA=\frac{1}{2}\times6\times q=27$
$3q=27 \quad \therefore q=9$
따라서 $y=a(x-3)^2+9$의 그래프가 원점 $(0,\ 0)$을 지나므로
$0=a(0-3)^2+9 \quad \therefore a=-1$
$\therefore a+p+q=-1+3+9=11$

16 그래프를 평행이동하여도 그 모양은 변하지 않으므로 오른쪽 그림에서 빗금 친 ①과 ②의 넓이는 서로 같다.



따라서 구하는 넓이는 직사각형 AOBC의 넓이와 같다. … (i)
점 B의 좌표는 $(4,\ 0)$
점 C의 좌표는 $\left(4,\ \frac{1}{4}\times4^2+4\right)$, 즉 $(4,\ 8)$ … (ii)
따라서 구하는 넓이는 $4\times8=32$ … (iii)

채점 기준	배점
(i) 구하는 넓이가 직사각형의 넓이와 같음을 알기	3점
(ii) 점 B, C의 좌표 각각 구하기	3점
(iii) 넓이 구하기	1점

17 이차함수 $y=x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=(x-m)^2+n$ … (i)
$=(x-1)^2+\frac{1}{3}$
따라서 $m=1,\ n=\frac{1}{3}$이므로 … (ii)
$m+n=1+\frac{1}{3}=\frac{4}{3}$ … (iii)

채점 기준	배점
(i) 평행이동한 그래프의 식 구하기	3점
(ii) m, n의 값 각각 구하기	2점
(iii) $m+n$의 값 구하기	1점

18 주어진 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ 4)$이므로
$p=-2,\ q=4$ … (i)
$y=a(x+2)^2+4$의 그래프가 점 $(0,\ 3)$을 지나므로
$3=a(0+2)^2+4$
$3=4a+4 \quad \therefore a=-\frac{1}{4}$ … (ii)
$\therefore a+p+q=-\frac{1}{4}-2+4=\frac{7}{4}$ … (iii)

채점 기준	배점
(i) p, q의 값 각각 구하기	2점
(ii) a의 값 구하기	2점
(iii) $a+p+q$의 값 구하기	2점

19 $y=\frac{1}{4}(x-8)^2+2$의 그래프를 x축의 방향으로 -5만큼, y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y+3=\frac{1}{4}\{(x+5)-8\}^2+2$
$\therefore y=\frac{1}{4}(x-3)^2-1$ … (i)
위 식에 $x=4$, $y=a$를 대입하면
$a=\frac{1}{4}\times(4-3)^2-1$
$\therefore a=-\frac{3}{4}$ … (ii)

채점 기준	배점
(i) 평행이동한 그래프의 식 구하기	3점
(ii) a의 값 구하기	2점

19강 p. 129~130

1 ② 2 ① 3 ① 4 ⑤
5 ④ 6 ① 7 ② 8 ⑤
9 ④ 10 $y=-x^2+3x+4$
11 ① 12 ④
13 -11, 과정은 풀이 참조
14 3, 과정은 풀이 참조

1 $y=3x^2-12x+2=3(x-2)^2-10$
① 아래로 볼록한 포물선이다.
③ y축과 점 $(0, 2)$에서 만난다.
④ 축의 방정식은 $x=2$이다.
⑤ 이차함수 $y=3x^2-10$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.
따라서 옳은 것은 ②이다.

2 꼭짓점의 좌표가 $(2, -3)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-2)^2-3$이라고 하면 그래프가 점 $(0, 1)$을 지나므로
$1=a(0-2)^2-3 \quad \therefore a=1$
따라서 $y=(x-2)^2-3=x^2-4x+1$이므로 $a=1$, $b=-4$, $c=1$
$\therefore a+b+c=1-4+1=-2$

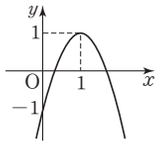
3 $y=-2x^2+4x-1$
$=-2(x-1)^2+1$
의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(1, 1)$이므로 $y=ax+3$에 대입하면
$1=a+3 \quad \therefore a=-2$

4 $y=x^2+kx-3$
$=\left(x+\frac{k}{2}\right)^2-\frac{k^2}{4}-3$
따라서 축의 방정식은 $x=-\frac{k}{2}$이므로
$-\frac{k}{2}=-3 \quad \therefore k=6$

5 이차항의 계수가 다르면 평행이동하여 서로 포갤 수 없다.
따라서 서로 포갤 수 없는 것은 ④이다.

6 $y=2x^2+4x-1=2(x+1)^2-3$
이므로 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $(-1, -3)$이고 아래로 볼록하며, 점 $(0, -1)$을 지난다.
따라서 주어진 이차함수의 그래프가 될 수 있는 것은 ①이다.

7 $y=-2x^2+4x+c$에 $x=3$, $y=-7$을 대입하면
$-7=-18+12+c \quad \therefore c=-1$
$y=-2x^2+4x-1$
$=-2(x-1)^2+1$
따라서 이차함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제2사분면을 지나지 않는다.

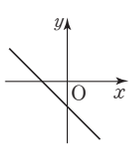


8 $y=-2x^2-12x-19$
$=-2(x+3)^2-1$
의 그래프를 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동하면
$y=-2(x+3-a)^2-1+b$
이 그래프가 이차함수
$y=-2x^2-8x-7=-2(x+2)^2+1$
의 그래프와 일치하므로
$3-a=2$, $-1+b=1$
$\therefore a=1$, $b=2$
$\therefore a+b=1+2=3$

9 이차함수의 식을 $y=a(x+3)(x-1)$이라 하고 $x=0$, $y=-2$를 대입하면
$-2=-3a \quad \therefore a=\frac{2}{3}$
$\therefore y=\frac{2}{3}(x+3)(x-1)$

10 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$라 하고 세 점 $(-1, 0)$, $(0, 4)$, $(1, 6)$의 좌표를 각각 대입하면
$0=a-b+c$, $4=c$, $6=a+b+c$
$c=4$를 나머지 두 식에 대입하면
$a-b=-4$, $a+b=2$
위 두 식을 연립하여 풀면
$a=-1$, $b=3$
$\therefore y=-x^2+3x+4$

11 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$이고, y축과의 교점이 x축보다 아래쪽에 있으므로 $c<0$이다.
따라서 $y=ax+c$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 제1사분면을 지나지 않는다.



12 그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$, 축이 y축의 오른쪽에 위치하므로 $ab<0$에서 $b<0$, y축과의 교점이 x축보다 위쪽에 있으므로 $c>0$이다.
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

13 y축과의 교점의 y좌표가 -5이므로
$c=-5$ … (i)
꼭짓점의 좌표가 $(-1, q)$이므로
$y=-(x+1)^2+q$
$=-x^2-2x-1+q$
$=-x^2+bx-5$
따라서 $b=-2$이고 $-5=-1+q$에서 $q=-4$이므로 … (ii)
$b+c+q=-2-5-4=-11$ … (iii)

채점 기준	배점
(i) c의 값 구하기	2점
(ii) b, q의 값 각각 구하기	4점
(iii) $b+c+q$의 값 구하기	2점

14 $y=x^2+x-2$에 $y=0$을 대입하면
$x^2+x-2=0$
$(x+2)(x-1)=0$
$\therefore x=-2$ 또는 $x=1$
$\therefore A(-2, 0)$, $B(1, 0)$ … (i)
$y=x^2+x-2$에 $x=0$을 대입하면
$y=-2 \quad \therefore C(0, -2)$ … (ii)
$\overline{AB}=1-(-2)=3$이므로
$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times3\times2=3$ … (iii)

채점 기준	배점
(i) 점 A, B의 좌표 각각 구하기	4점
(ii) 점 C의 좌표 구하기	2점
(iii) △ABC의 넓이 구하기	2점

20~21강 p. 131~133

1 ① 2 ③
3 최솟값은 3이고, 최댓값은 없다.
4 ② 5 ⑤ 6 ④ 7 9
8 ① 9 ③, ⑤ 10 ④ 11 ⑤
12 ③ 13 ④ 14 ③ 15 8
16 $k=3$, $(-3, 1)$, 과정은 풀이 참조
17 -2, 과정은 풀이 참조
18 8, 과정은 풀이 참조
19 $9\,m^2$, 과정은 풀이 참조

1 $y=2x^2-4$의 그래프는 아래로 볼록하고, 꼭짓점이 점 $(0, -4)$이므로 최솟값은 $x=0$일 때, $y=-4$이다.

2 $y=\frac{1}{2}x^2+4x-a+1$의 그래프가 점 $(-1, 2)$를 지나므로
$2=\frac{1}{2}-4-a+1 \quad \therefore a=-\frac{9}{2}$

따라서 $y=\frac{1}{2}x^2+4x+\frac{11}{2}$
$=\frac{1}{2}(x+4)^2-\frac{5}{2}$
이므로 최솟값은 $-\frac{5}{2}$이다.

3 $y=\frac{1}{3}(x-4)^2+3$이므로 $x=4$에서 최솟값은 3이고, 최댓값은 없다.

4 ② $y=-x^2+2x-3$
$=-(x-1)^2-2$
이므로 $x=1$에서 최댓값은 -2이다.

5 꼭짓점의 좌표가 $(0,\ -1)$이므로 이차함수의 식을 $y=ax^2-1$이라 하고
$x=2,\ y=-9$를 대입하면
$-9=4a-1 \quad \therefore a=-2$
$\therefore y=-2x^2-1$

6 $y=x^2-8x-7a+2$
$=(x-4)^2-7a-14$
$x=b$에서 최솟값이 7이므로 $b=4$
$-7a-14=7 \quad \therefore a=-3$
$\therefore a+b=-3+4=1$

7 $y=-x^2+4$의 최댓값은 4이므로
$M=4$
$y=3x^2-12x+17=3(x-2)^2+5$
의 최솟값은 5이므로 $m=5$
$\therefore M+m=4+5=9$

8 꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ 6)$이므로
$y=a(x+2)^2+6$
그래프가 제1사분면을 지나지 않으므로 (y축과의 교점의 y좌표)≤ 0
$4a+6\le 0 \quad \therefore a\le -\frac{3}{2}$

9 ① 아래로 볼록한 포물선이다.
② $y=2x^2-4x+1=2(x-1)^2-1$
이므로 꼭짓점의 좌표는 $(1,\ -1)$이다.
④ $x<1$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.
따라서 옳은 것은 ③, ⑤이다.

10 두 수를 x, $10-x$라 하고 두 수의 제곱의 합을 y라고 하면
$y=x^2+(10-x)^2$
$=2x^2-20x+100$
$=2(x-5)^2+50$
따라서 두 수가 5, 5일 때 최소가 된다.

11 사다리꼴의 넓이를 $y\,\text{cm}^2$라고 하면
$y=\frac{1}{2}\times(8-x+12-x)\times x$
$=-x^2+10x$
$=-(x-5)^2+25$
따라서 $x=5$일 때 넓이가 최대가 된다.

12 $\angle B=\angle C=45^\circ$이므로
$\overline{BQ}=\overline{PQ}=\overline{SR}=\overline{RC}=x\,\text{cm}$라고 하면 $\overline{PS}=\overline{QR}=(16-2x)\,\text{cm}$
$\square PQRS=x(16-2x)$
$=-2x^2+16x$
$=-2(x-4)^2+32$
따라서 직사각형 PQRS의 넓이의 최댓값은 $32\,\text{cm}^2$이다.

13 상품의 가격을 $100x$원 올릴 때의 하루 매출액을 y원이라고 하면
$y=(1000+100x)(400-20x)$
$=-2000(x^2-10x-200)$
$=-2000(x-5)^2+450000$
따라서 상품의 가격이
$1000+100\times 5=1500$(원)일 때, 하루 매출액은 450000원으로 최대가 된다.

14 $h=-5t^2+5t=-5\left(t-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{5}{4}$
따라서 이 물체가 가장 높이 올라갔을 때의 높이는 $\frac{5}{4}$ m이다.

15 꼭짓점의 좌표가 $(0,\ 4)$인 이차함수의 식을 $y=ax^2+4$로 놓고, 점 $(2,\ 5)$의 좌표를 대입하면
$5=a\times 2^2+4 \quad \therefore a=\frac{1}{4}$
$\therefore y=\frac{1}{4}x^2+4$
따라서 P지점에서 4 m 떨어진 곳의 기둥의 높이가 h m이므로 위 식에
$x=4,\ y=h$를 대입하면
$h=\frac{1}{4}\times 4^2+4=8$

16 $y=2x^2+4kx+6k+1$
$=2(x^2+2kx+k^2-k^2)+6k+1$
$=2(x+k)^2-2k^2+6k+1$ … (i)
이 이차함수의 최솟값이 1이므로
$-2k^2+6k+1=1,\ -2k^2+6k=0$
$-2k(k-3)=0$
$\therefore k=0$ 또는 $k=3$
그런데 $k>0$이므로 $k=3$ … (ii)
따라서 꼭짓점의 좌표는 $(-3,\ 1)$이다. … (iii)

채점 기준	배점
(i) 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 나타내기	2점
(ii) k의 값 구하기	2점
(iii) 꼭짓점의 좌표 구하기	2점

17 $y=-x^2+4ax+4a-1$
$=-(x^2-4ax+4a^2-4a^2)+4a-1$
$=-(x-2a)^2+4a^2+4a-1$ … (i)
이므로 최댓값 M은
$M=4a^2+4a-1$ … (ii)
$=4\left(a^2+a+\frac{1}{4}-\frac{1}{4}\right)-1$
$=4\left(a+\frac{1}{2}\right)^2-2$
따라서 M의 최솟값은 -2이다.
… (iii)

채점 기준	배점
(i) 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 나타내기	2점
(ii) M 구하기	2점
(iii) M의 최솟값 구하기	2점

18 $y=-x^2+3$의 그래프는 y축에 대하여 대칭이므로 점 B의 x좌표를 a라고 하면 $\overline{AB}=2a$
점 C의 좌표가 $(a,\ -a^2+3)$이므로
$\overline{BC}=-a^2+3$ … (i)
$\therefore$ ($\square$ABCD의 둘레의 길이)
$=2\{2a+(-a^2+3)\}$ … (ii)
$=-2a^2+4a+6$
$=-2(a^2-2a+1-1)+6$
$=-2(a-1)^2+8$
따라서 직사각형 ABCD의 둘레의 길이의 최댓값은 8이다. … (iii)

채점 기준	배점
(i) $\overline{AB}$, $\overline{BC}$의 길이 각각 구하기	3점
(ii) 이차함수의 식 세우기	2점
(iii) 최댓값 구하기	2점

19 구부리는 철망의 한 쪽 길이를 x m라 하고, 공간의 넓이를 $y\,\text{m}^2$라고 하면
$y=x(6-x)$ … (i)
$=-x^2+6x$
$=-(x^2-6x+9-9)$
$=-(x-3)^2+9$
따라서 공간의 최대 넓이는 $9\,\text{m}^2$이다.
… (ii)

채점 기준	배점
(i) 이차함수의 식 세우기	3점
(ii) 최대 넓이 구하기	3점

중간/기말 대비 실전 모의고사

1학기 중간고사 제1회 p. 1~2

1 ②	2 ⑤	3 ①, ③	4 ④
5 ②	6 ③	7 ②	8 ③
9 ①	10 ②	11 ④	12 ④
13 ④	14 ④	15 ③	16 ⑤
17 ⑤	18 ①	19 $\frac{5\sqrt{3}}{3}-\frac{3\sqrt{6}}{2}$	

20 $a-b$ 21 $4+2\sqrt{2}$

22 $\sqrt{13}$ cm, 과정은 풀이 참조

23 $4x$, 과정은 풀이 참조

1 $\pm\sqrt{0}=0$, $\pm\sqrt{(-0.3)^2}=\pm0.3$

한편 5.4, $\sqrt{\frac{1}{36}}=\frac{1}{6}$, $\sqrt{8}-1$은 유리수의 제곱이 아니므로 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 없다.

2 ⑤ $(-\sqrt{2})^2=2$

3 유리수가 아닌 실수는 무리수이므로 무리수인 것을 고르면 ①, ③이다.

4 $\overline{AC}=\sqrt{2}$이므로 점 P에 대응하는 수는 $3-\sqrt{2}$, 점 Q에 대응하는 수는 $3+\sqrt{2}$이다.

$\therefore (3-\sqrt{2})(3+\sqrt{2})=9-2=7$

5 ㄱ. $3=\sqrt{9}$이므로 $\sqrt{8}<3$

ㄴ. $0.5=\sqrt{0.25}$이므로 $0.5<\sqrt{0.5}$

ㄷ. $2-(\sqrt{8}-1)=3-\sqrt{8}$
$=\sqrt{9}-\sqrt{8}>0$
이므로 $2>\sqrt{8}-1$

ㄹ. $(2+\sqrt{3})-4=-2+\sqrt{3}$
$=-\sqrt{4}+\sqrt{3}<0$
이므로 $2+\sqrt{3}<4$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄹ이다.

6 ③ $\sqrt{5}-\sqrt{2}<\sqrt{2}$이므로 $\sqrt{5}-\sqrt{2}$는 $\sqrt{2}$와 $\sqrt{5}$ 사이에 있는 수가 아니다.

7 $1<\sqrt{3}<2$에서 $3<2+\sqrt{3}<4$이므로

정수 부분 $a=3$

소수 부분 $b=(2+\sqrt{3})-3$
$=-1+\sqrt{3}$

$\therefore 3a+b^2=9+(-1+\sqrt{3})^2$
$=13-2\sqrt{3}$

8 $\sqrt{0.0225}=\sqrt{\frac{2.25}{100}}=\sqrt{\left(\frac{1.5}{10}\right)^2}$
$=\frac{1.5}{10}=0.15$

9 $\sqrt{48n}$이 자연수가 되려면 $48n$은 어떤 자연수의 제곱이 되어야 한다.

$48n=2^4\times3\times n$이므로 가장 작은 자연수 n의 값은 3이다.

10 $\sqrt{0.004}=\sqrt{\frac{4}{1000}}=\frac{2}{10\sqrt{10}}$
$=\frac{1}{50}\sqrt{10}$

따라서 $\sqrt{0.004}$는 $\sqrt{10}$의 $\frac{1}{50}$배이다.

11 ① $4\sqrt{5}+\sqrt{20}=4\sqrt{5}+2\sqrt{5}=6\sqrt{5}$

② $5\sqrt{2}-\frac{9}{\sqrt{2}}=5\sqrt{2}-\frac{9\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

③ $\sqrt{6}(3\sqrt{3}-\sqrt{6})=3\sqrt{18}-6$
$=9\sqrt{2}-6$

④ $4\sqrt{27}\div6\sqrt{3}\times3\sqrt{2}$
$=12\sqrt{3}\times\frac{1}{6\sqrt{3}}\times3\sqrt{2}=6\sqrt{2}$

⑤ $\sqrt{\frac{14}{24}}\times\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{7}}\div\sqrt{\frac{2}{9}}$
$=\frac{\sqrt{14}}{2\sqrt{6}}\times\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{7}}\times\frac{3}{\sqrt{2}}$
$=\frac{3}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

12 $5(\sqrt{2}+\sqrt{3})-2(3\sqrt{2}-\sqrt{3})$
$=5\sqrt{2}+5\sqrt{3}-6\sqrt{2}+2\sqrt{3}$
$=-\sqrt{2}+7\sqrt{3}$

따라서 $a=-1$, $b=7$이므로

$2a+b=-2+7=5$

13 $101^2-6\times101+5$
$=(101-5)(101-1)$
$=96\times100=9600$

이므로 계산하는 데 가장 알맞은 인수분해 공식은 ④이다.

14 $x+y=2\sqrt{5}$, $xy=2$이므로

$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{x+y}{xy}=\frac{2\sqrt{5}}{2}=\sqrt{5}$

15 $20x^3-5x=5x(4x^2-1)$
$=5x(2x+1)(2x-1)$

이므로 인수가 아닌 것은 ③ $4x^2+1$이다.

16 ① $x^2+6x+9=(x+3)^2$

② $4x^2+12xy+9y^2=(2x+3y)^2$

③ $x^2-2x+1=(x-1)^2$

④ $x^2+x+\frac{1}{4}=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2$

17 합이 13이 되는 경우의 두 자연수 a, b의 순서쌍 (a, b)는

$(1, 12)$, $(2, 11)$, $(3, 10)$, $(4, 9)$, $(5, 8)$, $(6, 7)$이므로

$k=ab=1\times12$, 2×11, 3×10, 4×9, 5×8, 6×7

따라서 k의 최댓값은 42이다.

18 $(2x+1)^2-(x-2)^2$
$=(2x+1+x-2)(2x+1-x+2)$
$=(3x-1)(x+3)$

이므로 $a=-1$, $b=3$

$\therefore 2a+b=-2+3=1$

| 다른 풀이 |

$(2x+1)^2-(x-2)^2$
$=4x^2+4x+1-x^2+4x-4$
$=3x^2+8x-3$
$=(3x-1)(x+3)$

이므로 $a=-1$, $b=3$

$\therefore 2a+b=-2+3=1$

19 $\frac{2}{\sqrt{3}}+\frac{3}{\sqrt{6}}-\sqrt{3}(\sqrt{8}-1)$
$=\frac{2\sqrt{3}}{3}+\frac{\sqrt{6}}{2}-2\sqrt{6}+\sqrt{3}$
$=\frac{5\sqrt{3}}{3}-\frac{3\sqrt{6}}{2}$

20 $a-b>0$, $ab<0$이므로 $a>0$, $b<0$

따라서 $-2a<0$, $b-a<0$이므로

$\sqrt{(-2a)^2}-\sqrt{(b-a)^2}+\sqrt{4b^2}$
$=-(-2a)+(b-a)-2b$
$=2a+b-a-2b=a-b$

21 x^3-x^2-x+1
$=x^2(x-1)-(x-1)$
$=(x-1)(x^2-1)$
$=(x-1)(x+1)(x-1)$
$=(x-1)^2(x+1)$

위 식에 $x=\sqrt{2}+1$을 대입하면

$(\sqrt{2})^2\times(\sqrt{2}+2)=4+2\sqrt{2}$

22 반지름의 길이가 2 cm, 3 cm인 두 원의 넓이는 각각 4π cm^2, 9π cm^{2}이다. … (i)

이때 두 원의 넓이의 합은
$4\pi+9\pi=13\pi\ (\text{cm}^2)$ … (ii)
넓이가 $13\pi\ \text{cm}^2$인 원의 반지름의 길이를 r cm라고 하면
$\pi r^2=13\pi,\ r^2=13 \quad \therefore r=\pm\sqrt{13}$
그런데 $r>0$이므로 $r=\sqrt{13}$
따라서 원의 반지름의 길이는 $\sqrt{13}$ cm이다. … (iii)

채점 기준	배점
(i) 반지름의 길이가 2 cm, 3 cm인 원의 넓이 각각 구하기	2점
(ii) 두 원의 넓이의 합 구하기	2점
(iii) 원의 반지름의 길이 구하기	3점

23 $x^2=A$로 놓으면 … (i)
x^4-13x^2+36
$=A^2-13A+36$
$=(A-4)(A-9)$ … (ii)
$=(x^2-4)(x^2-9)$
$=(x+2)(x-2)(x+3)(x-3)$ … (iii)
따라서 일차식인 인수들의 합은
$(x+2)+(x-2)+(x+3)+(x-3)$
$=4x$ … (iv)

채점 기준	배점
(i) $x^2=A$로 놓기	1점
(ii) A로 놓은 식 인수분해하기	2점
(iii) $A=x^2$을 대입하여 인수분해하기	2점
(iv) 일차식인 인수들의 합 구하기	1점

1학기 중간고사 제2회 p. 3~4

1 ②, ⑤	2 ②	3 ④	4 ③
5 ②, ⑤	6 ④	7 ③	8 ①
9 ②	10 ②	11 ①	12 ③
13 ③	14 ④	15 ⑤	16 ③
17 ③	18 ⑤	19 2	20 14개

21 250000
22 6, 과정은 풀이 참조
23 $(2a+3)$ cm, 과정은 풀이 참조

1 ① $\sqrt{36}=6$의 제곱근은 $\pm\sqrt{6}$이다.
③ 0의 제곱근은 0이다.
④ 음수의 제곱근은 없고, 0의 제곱근은 0의 1개이다.
따라서 옳은 것은 ②, ⑤이다.

2 순환하지 않는 무한소수는 무리수이므로 ② $\sqrt{20}$이다.

3 $\overline{CA}=\overline{CP}=\sqrt{2}$이고 점 P는 점 C$(-2)$의 왼쪽에 있으므로 P$(-2-\sqrt{2})$

4 ① $(\sqrt{2}+1)-3=\sqrt{2}-2$
$=\sqrt{2}-\sqrt{4}<0$
$\therefore \sqrt{2}+1<3$
② $4-(\sqrt{3}+2)=2-\sqrt{3}$
$=\sqrt{4}-\sqrt{3}>0$
$\therefore 4>\sqrt{3}+2$
③ $(\sqrt{5}-1)-(\sqrt{3}-1)=\sqrt{5}-\sqrt{3}>0$
$\therefore \sqrt{5}-1>\sqrt{3}-1$
④ $(5-\sqrt{10})-(5-2\sqrt{2})$
$=-\sqrt{10}+\sqrt{8}<0$
$\therefore 5-\sqrt{10}<5-2\sqrt{2}$
⑤ $(3+\sqrt{5})-(\sqrt{5}+\sqrt{8})$
$=3-\sqrt{8}=\sqrt{9}-\sqrt{8}>0$
$\therefore 3+\sqrt{5}>\sqrt{5}+\sqrt{8}$
따라서 옳은 것은 ③이다.

5 ② $\sqrt{531}=\sqrt{5.31\times100}$
$=10\sqrt{5.31}=23.04$
⑤ $\sqrt{0.0531}=\sqrt{\dfrac{5.31}{100}}$
$=\dfrac{\sqrt{5.31}}{10}=0.2304$

6 $150=2\times3\times5^2$이므로
$\sqrt{150}=\sqrt{2\times3\times5^2}=5\sqrt{2}\sqrt{3}=5ab$

7 $\sqrt{a}=\dfrac{\sqrt{15}}{6}\times2\sqrt{3}=\dfrac{\sqrt{45}}{3}$
$=\dfrac{3\sqrt{5}}{3}=\sqrt{5}$
$\therefore a=5$

8 $3\sqrt{2}\times(-2\sqrt{24})\div\dfrac{\sqrt{3}}{2}$
$=3\sqrt{2}\times(-4\sqrt{6})\times\dfrac{2}{\sqrt{3}}$
$=-48$

9 $a\sqrt{\dfrac{8bc}{a}}+b\sqrt{\dfrac{2ac}{b}}-c\sqrt{\dfrac{32ab}{c}}$
$=\sqrt{a^2\times\dfrac{8bc}{a}}+\sqrt{b^2\times\dfrac{2ac}{b}}$
$-\sqrt{c^2\times\dfrac{32ab}{c}}$
$=2\sqrt{2abc}+\sqrt{2abc}-4\sqrt{2abc}$
$=-\sqrt{2abc}=-\sqrt{50}=-5\sqrt{2}$

10 $(2-3\sqrt{5})(a-6\sqrt{5})$
$=2a+90-(12+3a)\sqrt{5}$
따라서 $12+3a=0$이어야 하므로
$a=-4$

11 $\sqrt{2}A-\sqrt{6}B$
$=\sqrt{2}(\sqrt{6}+\sqrt{2})-\sqrt{6}(\sqrt{6}-\sqrt{2})$
$=2\sqrt{3}+2-6+2\sqrt{3}$
$=-4+4\sqrt{3}$

12 $x+\dfrac{1}{x}=\dfrac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}+\dfrac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$
$=\dfrac{(\sqrt{2}-1)^2+(\sqrt{2}+1)^2}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}$
$=(3-2\sqrt{2})+(3+2\sqrt{2})=6$

| 다른 풀이 |
$x=\dfrac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}$
$=\dfrac{(\sqrt{2}-1)^2}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}=3-2\sqrt{2}$
$\dfrac{1}{x}=\dfrac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$
$=\dfrac{(\sqrt{2}+1)^2}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}=3+2\sqrt{2}$
$\therefore x+\dfrac{1}{x}=3-2\sqrt{2}+3+2\sqrt{2}=6$

13 $-8a^3b+18ab^3$
$=-2ab(4a^2-9b^2)$
$=-2ab(2a+3b)(2a-3b)$
따라서 인수가 아닌 것은 ③ $-2a^2b$이다.

14 $(x-1)(x-5)+k$
$=x^2-6x+5+k$
가 완전제곱식이 되려면
$\left(\dfrac{-6}{2}\right)^2=5+k,\ 9=5+k$
$\therefore k=4$

15 ① $a^2+6a^2b=a^2(1+6b)$
② $49x-x^3=x(7+x)(7-x)$
③ $9x^2-12xy+4y^2=(3x-2y)^2$
④ $4x^2-4x-3=(2x+1)(2x-3)$
따라서 옳은 것은 ⑤이다.

16 $ab+a-b-1=a(b+1)-(b+1)$
$=(a-1)(b+1)$

17 $18=1\times18=(-1)\times(-18)$
$=2\times9=(-2)\times(-9)$
$=3\times6=(-3)\times(-6)$
이므로 $A=a+b$가 될 수 있는 수는
19, -19, 11, -11, 9, -9이다.

18 $a+b=2\sqrt{2}$, $a-b=2\sqrt{3}$이므로
$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$
$=2\sqrt{2}\times2\sqrt{3}=4\sqrt{6}$

19 $\sqrt{81}=9$의 음의 제곱근 $a=-3$
$(-\sqrt{25})^2=25$의 양의 제곱근 $b=5$
$\therefore a+b=2$

20 $3<2\sqrt{x}\le 8$, $\sqrt{9}<\sqrt{4x}\le\sqrt{64}$
$9<4x\le 64$
$\therefore \frac{9}{4}<x\le 16$
따라서 $x=3, 4, 5, \cdots, 16$이므로 14개이다.

21 $396^2+396\times 208+104^2$
$=396^2+2\times 396\times 104+104^2$
$=(396+104)^2$
$=500^2=250000$

22 $a=\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}}=\sqrt{16}=4$ $\cdots$ (i)
$b=\frac{12}{\sqrt{18}}\times\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{12}{6}=2$ $\cdots$ (ii)
$\therefore a+b=4+2=6$ $\cdots$ (iii)

채점 기준	배점
(i) a의 값 구하기	2점
(ii) b의 값 구하기	2점
(iii) $a+b$의 값 구하기	2점

23 두 직사각형의 넓이의 합은
$(5a^2+6a+1)+(a^2+5a+2)$
$=6a^2+11a+3$ $\cdots$ (i)
$=(3a+1)(2a+3)(\text{cm}^2)$ $\cdots$ (ii)
따라서 직사각형의 한 변의 길이가 $(3a+1)$ cm이므로 나머지 한 변의 길이는 $(2a+3)$ cm이다. $\cdots$ (iii)

채점 기준	배점
(i) 두 직사각형의 넓이의 합 구하기	2점
(ii) (i)의 식을 인수분해하기	3점
(iii) 나머지 한 변의 길이 구하기	2점

1학기 기말고사 제1회 p. 5~6

1 ①, ③	2 ④	3 ③	4 ①
5 ④	6 ④	7 ③	8 ⑤
9 ⑤	10 ①	11 ③	12 ④
13 ⑤	14 ①	15 ⑤	16 ⑤
17 ③	18 ④	19 -4	20 16

21 $k>0$
22 $x=4+2\sqrt{7}$, 과정은 풀이 참조
23 3, 과정은 풀이 참조

1 각 방정식을 정리하면
① $3x^2-15=0$
② $4x-4=0$
③ $x^2-3x-6=0$
④ $x^3-2x-9=0$
⑤ $-x-6=0$
따라서 이차방정식인 것은 ①, ③이다.

2 $x=1$을 각각 대입하면
ㄱ. $1^2+1=2\neq 0$
ㄴ. $(1-1)\times(1+2)=0$
ㄷ. $(1+1)^2=4\neq 0$
ㄹ. $2\times 1^2+1-3=0$
따라서 ㄴ, ㄹ이다.

3 $x=1$을 이차방정식에 대입하면
$3+a-2a+2=0$
$-a+5=0$ $\therefore a=5$
$3x^2+5x-8=0$에서
$(3x+8)(x-1)=0$
$\therefore x=-\frac{8}{3}$ 또는 $x=1$
따라서 다른 한 근은 $x=-\frac{8}{3}$이다.

4 $(x-2)^2=5$, $x-2=\pm\sqrt{5}$
$\therefore x=2\pm\sqrt{5}$
따라서 $a=2$, $b=5$이므로
$a-b=2-5=-3$

5 근의 공식에 의해 $x=\frac{3\pm\sqrt{9-8A}}{4}$
이므로 $B=3$
$9-8A=17$에서 $A=-1$
$\therefore A+B=-1+3=2$

6 $x-1=A$로 놓으면
$6A^2+4A-2=0$
$3A^2+2A-1=0$
$(A+1)(3A-1)=0$
$\therefore A=-1$ 또는 $A=\frac{1}{3}$
즉, $x-1=-1$ 또는 $x-1=\frac{1}{3}$
$\therefore x=0$ 또는 $x=\frac{4}{3}$
따라서 $\alpha=0$, $\beta=\frac{4}{3}$ 또는
$\alpha=\frac{4}{3}$, $\beta=0$이므로
$\alpha^2+\beta^2=\frac{16}{9}$

| 다른 풀이 |
$6(x-1)^2+4(x-1)-2=0$을 정리하면 $6x^2-8x=0$
$2x(3x-4)=0$
$\therefore x=0$ 또는 $x=\frac{4}{3}$
따라서 $\alpha=0$, $\beta=\frac{4}{3}$ 또는
$\alpha=\frac{4}{3}$, $\beta=0$이므로
$\alpha^2+\beta^2=\frac{16}{9}$

7 근과 계수의 관계에 의해
$\alpha+\beta=2$, $\alpha\beta=-1$
$\therefore \frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\frac{2}{-1}=-2$

8 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라고 하면
$(x+3)(x+2)=2x^2$
$x^2-5x-6=0$
$(x+1)(x-6)=0$
$\therefore x=-1$ 또는 $x=6$
그런데 $x>0$이므로 $x=6$
따라서 처음 정사각형의 한 변의 길이가 6 cm이므로 넓이는 36 cm^2이다.

9 ⑤ $y=\frac{1}{2}x^2$에 $x=-4$, $y=4$를 대입하면
$4\neq\frac{1}{2}\times(-4)^2=8$

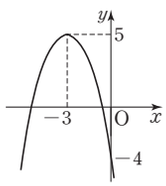
10 그래프가 위로 볼록한 것은 ①, ②, ③이고, 이 중 폭이 가장 좁은 것은 이차항의 계수의 절댓값이 가장 큰 ①이다.

11 $y=-x^2+4$의 그래프의 꼭짓점의 좌표 A$(0, 4)$
또 $y=0$을 대입하면 $0=-x^2+4$
$x^2-4=0$, $(x+2)(x-2)=0$
$\therefore x=-2$ 또는 $x=2$
$\therefore$ B$(-2, 0)$, C$(2, 0)$ 또는
B$(2, 0)$, C$(-2, 0)$
따라서 △ABC의 밑변의 길이는 $\overline{BC}=4$, 높이는 4이므로
△ABC$=\frac{1}{2}\times 4\times 4=8$

12 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 0)$이므로
$p=-1$
그래프가 점 $(0, 2)$를 지나므로
$y=a(x+1)^2$에 $x=0$, $y=2$를 대입하면
$2=a(0+1)^2$ $\therefore a=2$
$\therefore a+p=2-1=1$

13 이차항의 계수가 같은 것을 찾으면
⑤ $y=3(x+2)^2$이다.

14 주어진 이차함수의 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $(-3,\ 5)$이고, 위로 볼록하다. 또 y축과 만나는 점의 y좌표가 -4이므로 그래프는 다음 그림과 같이 제1사분면을 지나지 않는다.



15 $y=x^2+6x+8=(x+3)^2-1$
이므로 이 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-3,\ -1)$이다.

16 $y=x^2-ax+7$의 그래프가 점 $(2,\ -1)$을 지나므로 $x=2,\ y=-1$을 대입하면
$-1=4-2a+7 \qquad \therefore a=6$
즉, $y=x^2-6x+7=(x-3)^2-2$이므로 이 이차함수의 그래프의 축의 방정식은 $x=3$이다.

17 이차항의 계수가 양수이므로 최솟값을 갖는다.
따라서 $x=1$일 때 최솟값은 3이고, 최댓값은 없다.

18 $x=2$에서 최댓값이 $2k$이므로 꼭짓점의 좌표는 $(2,\ 2k)$이다.
$y=-(x-2)^2+2k$
$\quad =-x^2+4x-4+2k$
$-2(a-1)=4$에서 $a=-1$
$4=-4+2k$에서 $k=4$
$\therefore a+k=-1+4=3$

19 $a,\ b$가 주어진 이차방정식의 근이므로
$2a^2-4a-1=0$에서 $2a^2-4a=1$
$2b^2-4b-1=0$에서 $2b^2-4b=1$
$\therefore b^2-2b=\frac{1}{2}$
$$\therefore \frac{2a^2-4a+1}{b^2-2b-1}=\frac{1+1}{\frac{1}{2}-1}=\frac{2}{-\frac{1}{2}}=-4$$

20 중근을 가지므로
$b^2-4ac=(-6)^2-4(m-7)=0$
$-4m=-64 \qquad \therefore m=16$

21 $y=x^2-2kx+k^2+2k+1$
$\quad =(x-k)^2+2k+1$
이 이차함수의 그래프의 꼭짓점은 점 $(k,\ 2k+1)$이고 제1사분면 위에 있으므로
$k>0,\ 2k+1>0$
$\therefore k>0$

22 $\frac{2x+5}{3}<\frac{3x-10}{2}$의 양변에 6을 곱하면
$4x+10<9x-30$
$-5x<-40 \qquad \therefore x>8$ ⋯ (i)
또 $x^2-8x+16=28$에서
$(x-4)^2=28$
$x-4=\pm2\sqrt{7}$
$\therefore x=4\pm2\sqrt{7}$ ⋯ (ii)
그런데 $x>8$이므로
$x=4+2\sqrt{7}$ ⋯ (iii)

채점 기준	배점
(i) 일차부등식 풀기	2점
(ii) 이차방정식의 해 구하기	2점
(iii) 조건에 맞는 해 구하기	2점

23 $x=-1$에서 최솟값이 -3이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-1,\ -3)$이다.
이차항의 계수가 a이고 꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ -3)$인 이차함수의 식은
$y=a(x+1)^2-3$ ⋯ (i)
이 이차함수의 그래프가 점 $(1,\ 5)$를 지나므로
$5=a(1+1)^2-3$
$\therefore a=2$ ⋯ (ii)
따라서 구하는 이차함수의 식은
$y=2(x+1)^2-3=2x^2+4x-1$
이므로 $b=4,\ c=-1$ ⋯ (iii)
$\therefore 3a-b-c=3\times2-4-(-1)$
$\qquad =6-4+1$
$\qquad =3$ ⋯ (iv)

채점 기준	배점
(i) 이차함수의 식 세우기	2점
(ii) a의 값 구하기	2점
(iii) $b,\ c$의 값 각각 구하기	2점
(iv) $3a-b-c$의 값 구하기	1점

1학기 기말고사 제2회 p. 7~8

1 ②	2 ④	3 ④	4 ③
5 ③	6 ②	7 ①	8 ④
9 ①	10 ⑤	11 ②	12 ④
13 ①	14 ⑤	15 ③	16 ②
17 ④	18 ①	19 -4	

20 $a=1,\ b=30$ **21** 320 m
22 $a<0,\ b>0,\ c<0$
과정은 풀이 참조
23 54, 과정은 풀이 참조

1 $2(x^2-7x+6)=ax^2+3x^2+6x$
$(-a-1)x^2-20x+12=0$
따라서 $-a-1\neq0$이어야 하므로
$a\neq-1$

2 ① $3\times2^2-2\times2-1=7\neq0$
② $2\times\left(\frac{1}{3}\right)^2+\frac{1}{3}-1=-\frac{4}{9}\neq0$
③ $2\times2^2+7\times2-10=12\neq0$
④ $1^2-3\times1+2=0$
⑤ $\frac{1}{2}\times(-4)^2+3\times(-4)-3$
$\quad =-7\neq0$
따라서 해인 것은 ④이다.

3 $x^2+x-12=0,\ (x+4)(x-3)=0$
$\therefore x=-4$ 또는 $x=3$
$x^2+3x-18=0,\ (x+6)(x-3)=0$
$\therefore x=-6$ 또는 $x=3$
따라서 두 이차방정식을 동시에 만족하는 x의 값은 3이다.

4 $x^2-4x+\frac{1}{2}=0,\ x^2-4x=\boxed{-\frac{1}{2}}$
$x^2-4x+4=-\frac{1}{2}+4$
$(x-\boxed{2})^2=\boxed{\frac{7}{2}}$
$x-2=\pm\frac{\sqrt{14}}{2}$
$\therefore x=2\pm\frac{\sqrt{14}}{2}$
따라서 □ 안에 알맞은 수들의 합은
$-\frac{1}{2}+2+\frac{7}{2}=5$

5 근의 공식에 의해
$$x=\frac{-9\pm\sqrt{9^2-4\times3\times1}}{2\times3}=\frac{-9\pm\sqrt{69}}{6}$$

6 $\frac{2}{5}x^2-0.5x-1=0$의 양변에 10을 곱하면 $4x^2-5x-10=0$

$\therefore x=\frac{5\pm\sqrt{185}}{8}$

따라서 $a=5$, $b=8$이므로

$a-b=5-8=-3$

7 ① $(2x-3)^2=0$ $\quad\therefore x=\frac{3}{2}$(중근)

② $x^2=16$ $\quad\therefore x=\pm4$

③ $(x+1)(x-9)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=9$

④ $x-2=\pm4$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=6$

⑤ $x^2-2x-6=0$

$\therefore x=1\pm\sqrt{7}$

따라서 중근을 갖는 것은 ①이다.

8 근과 계수의 관계에 의해

$\alpha+\beta=-5$, $\alpha\beta=3$

$\therefore \alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$

$=(-5)^2-2\times3$

$=25-6=19$

9 두 짝수를 x, $x+2$라고 하면

$x(x+2)=288$

$x^2+2x-288=0$

$(x+18)(x-16)=0$

$\therefore x=-18$ 또는 $x=16$

그런데 $x>0$이므로 $x=16$

따라서 두 짝수는 16, 18이므로 두 짝수의 합은 $16+18=34$이다.

10 ⑤ 꼭짓점의 좌표는 $(0, 0)$이다.

11 $y=-\frac{1}{3}x^2+k$에 $x=-3$, $y=1$을 대입하면

$1=-\frac{1}{3}\times(-3)^2+k$

$1=-3+k$ $\quad\therefore k=4$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(0, 4)$이다.

12 $y=x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=(x-2)^2+3$

13 꼭짓점의 좌표가 $(2, -2)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-2)^2-2$로 놓고 $x=0$, $y=2$를 대입하면

$2=a(0-2)^2-2$ $\quad\therefore a=1$

$\therefore y=(x-2)^2-2$

14 ① $y=x^2+2x-3$

$=(x+1)^2-4$

⇨ 축의 방정식 : $x=-1$

② $y=(x+1)^2+2$

⇨ 축의 방정식 : $x=-1$

③ $y=3x^2+6x-5$

$=3(x+1)^2-8$

⇨ 축의 방정식 : $x=-1$

④ $y=-x^2-2x-1$

$=-(x+1)^2$

⇨ 축의 방정식 : $x=-1$

⑤ $y=-2x^2+4x+3$

$=-2(x-1)^2+5$

⇨ 축의 방정식 : $x=1$

따라서 축의 방정식이 다른 하나는 ⑤이다.

15 그래프의 모양이 아래로 볼록한 것은 ①, ②, ③이고, 이 중 폭이 가장 넓은 것은 이차항의 계수의 절댓값이 가장 작은 ③이다.

16 ① $y=x^2-6x+10$

$=(x-3)^2+1$

⇨ x축과 만나지 않는다.

② $y=-x^2+2x+2$

$=-(x-1)^2+3$

⇨ x축과 서로 다른 두 점에서 만난다.

③ $y=2x^2+4x+5$

$=2(x+1)^2+3$

⇨ x축과 만나지 않는다.

④ $y=-2x^2-8x-11$

$=-2(x+2)^2-3$

⇨ x축과 만나지 않는다.

⑤ $y=-3x^2+6x-3$

$=-3(x-1)^2$

⇨ x축과 한 점에서 만난다.

17 $y=-x^2+2x-6$

$=-(x-1)^2-5$

따라서 $x=1$일 때 최댓값은 -5이고, 최솟값은 없다.

18 $y=-x^2+6mx-9m$

$=-(x-3m)^2+9m^2-9m$

이므로 최댓값 M은

$M=9m^2-9m$

$=9\left(m-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{9}{4}$

따라서 M의 최솟값은 $-\frac{9}{4}$이다.

19 (두 근의 곱)$=(4+\sqrt{3})(4-\sqrt{3})=13$이므로

$-3k+1=13$ $\quad\therefore k=-4$

| 다른 풀이 |

$x=4\pm\sqrt{3}$에서 $x-4=\pm\sqrt{3}$

위 식의 양변을 제곱하면

$(x-4)^2=3$, $x^2-8x+13=0$

따라서 $-3k+1=13$이므로 $k=-4$

20 $x^2-5x-24=0$

$(x+3)(x-8)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=8$

따라서 $ax^2-x-b=0$의 두 근은

$-3-2=-5$, $8-2=6$이다.

이차항의 계수가 a이고 두 근이 -5, 6인 이차방정식은

$a(x+5)(x-6)=0$

$ax^2-ax-30a=0$

따라서 $-a=-1$, $-30a=-b$이므로 $a=1$, $b=30$

21 로켓의 t초 후의 높이를 y m라고 하면

$y=80t-5t^2=-5(t-8)^2+320$

따라서 $t=8$일 때, 로켓의 최대 높이는 320 m이다.

22 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$ … (i)

축의 위치가 y축의 오른쪽에 있으므로 a와 b의 부호는 서로 다르다.

$\therefore b>0$ … (ii)

y축과 만나는 점이 x축보다 아래쪽에 있으므로 $c<0$ … (iii)

채점 기준	배점
(i) a의 부호 정하기	2점
(ii) b의 부호 정하기	2점
(iii) c의 부호 정하기	2점

23 $y=2x^2-12x$

$=2(x^2-6x+9-9)$

$=2(x-3)^2-18$

이므로 꼭짓점의 좌표는

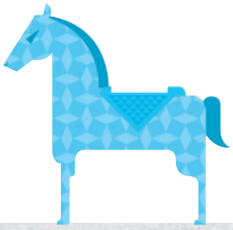
B$(3, -18)$ … (i)

$2x^2-12x=0$에서 $2x(x-6)=0$

$\therefore x=0$ 또는 $x=6$

따라서 A$(6, 0)$이므로 … (ii)

$\triangle OBA=\frac{1}{2}\times6\times18=54$ … (iii)

채점 기준	배점
(i) 점 B의 좌표 구하기	2점
(ii) 점 A의 좌표 구하기	2점
(iii) △OBA의 넓이 구하기	3점

MEMO