정답과 해설

1. 유리수와 순환소수

P. 8~10 개념+대표 문제 확인하기

1 ④ **2** ③ **3** -3.241, $-3.2\dot{4}\dot{1}$ **4** 8
5 $a=25$, $b=75$, $c=0.075$ **6** ㄱ, ㄴ, ㄷ
7 132 **8** 3, 6, 9 **9** ② **10** $\frac{1}{9}$ **11** $0.0\dot{5}$
12 ④, ⑤

1 ① $3.14=\frac{314}{100}$와 같이 $\frac{(\text{정수})}{(0\text{이 아닌 정수})}$의 꼴로 나타낼 수 있으므로 유리수이다.
② $\frac{30}{6}=5$는 정수이다.
③ $0.151515\cdots$는 무한소수이다.
④ $\frac{3}{11}=0.272727\cdots$이므로 소수로 나타내면 무한소수가 된다.
⑤ $0.020020002\cdots$는 순환소수가 아닌 무한소수이다.
따라서 옳은 것은 ④이다.

2 ① $1.45333\cdots=1.45\dot{3}$ ② $0.123123123\cdots=0.\dot{1}2\dot{3}$
④ $0.101010\cdots=0.\dot{1}\dot{0}$ ⑤ $1.321321321\cdots=1.\dot{3}2\dot{1}$
따라서 옳은 것은 ③이다.

3 $3.241=3.2410$, $3.24\dot{1}=3.24111\cdots$, $3.2\dot{4}\dot{1}=3.2414141\cdots$,
$3.\dot{2}4\dot{1}=3.241241241\cdots$, $3.\dot{2}41\dot{0}=3.241024102410\cdots$
이므로 $3.2\dot{4}\dot{1}>3.\dot{2}4\dot{1}>3.24\dot{1}>3.\dot{2}41\dot{0}>3.241$이다.
따라서 $-3.2\dot{4}\dot{1}<-3.\dot{2}4\dot{1}<-3.24\dot{1}<-3.\dot{2}41\dot{0}<-3.241$
이므로 가장 큰 수는 -3.241, 가장 작은 수는 $-3.2\dot{4}\dot{1}$이다.

4 $\frac{2}{7}=0.\dot{2}8571\dot{4}$에서 순환마디는 285714이고, 순환마디를 이루는 숫자의 개수는 6개이다.
이때 $50=6\times8+2$이므로 소수점 아래 50번째 자리의 숫자는 순환마디 285714의 2번째 숫자인 8이다.

5 $\frac{3}{40}=\frac{3}{2^3\times5}=\frac{3\times5^2}{2^3\times5\times5^2}=\frac{3\times25}{10^3}=\frac{75}{1000}=0.075$
$\therefore a=25$, $b=75$, $c=0.075$

6 ㄱ. $-\frac{3}{8}=-\frac{3}{2^3}$ ㄴ. $\frac{9}{20}=\frac{3^2}{2^2\times5}$
ㄷ. $\frac{3}{75}=\frac{1}{25}=\frac{1}{5^2}$ ㄹ. $\frac{21}{3^2\times5\times7}=\frac{1}{3\times5}$
ㅁ. $\frac{11}{990}=\frac{1}{90}=\frac{1}{2\times3^2\times5}$
따라서 유한소수로 나타낼 수 있는 것은 분모의 소인수가 2 또는 5뿐인 것이므로 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

7 $\frac{20}{264}=\frac{5}{66}=\frac{5}{2\times3\times11}$를 유한소수로 나타내려면 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이어야 하므로 3과 11의 공배수, 즉 33의 배수를 곱해야 한다.
따라서 곱할 수 있는 가장 작은 세 자리의 자연수는 $132(=33\times4)$이다.

8 $\frac{28}{2^2\times5^2\times x}=\frac{7}{5^2\times x}$이 순환소수가 되려면 분모에 2 또는 5 이외의 소인수가 있어야 하므로 10 이하의 자연수 중 x의 값이 될 수 있는 수는 3, 6, 7, 9이다.
그런데 $x=7$이면 $\frac{7}{5^2\times7}=\frac{1}{5^2}$이므로 구하는 자연수 x의 값은 3, 6, 9이다.

9 순환소수 $x=35.2101010\cdots$을 분수로 나타내려면 소수점 아래의 부분이 같은 두 식을 만들어야 한다.
$$\begin{array}{rrl} & 1000x= & 35210.101010\cdots \\ -) & 10x= & 352.101010\cdots \\ \hline & 990x= & 34858 \end{array} \qquad \therefore x=\frac{34858}{990}=\frac{17429}{495}$$
따라서 가장 편리한 식은 ② $1000x-10x$이다.

10 $0.\dot{2}\dot{5}=2.5\times a$에서 $\frac{25}{99}=\frac{25}{10}\times a$ $\therefore a=\frac{25}{99}\times\frac{10}{25}=\frac{10}{99}$
$0.\dot{8}\dot{3}=83\times b$에서 $\frac{83}{99}=83\times b$ $\therefore b=\frac{83}{99}\times\frac{1}{83}=\frac{1}{99}$
$\therefore a+b=\frac{10}{99}+\frac{1}{99}=\frac{11}{99}=\frac{1}{9}$

11 $x+0.4\dot{3}=\frac{22}{45}$에서 $x+\frac{43-4}{90}=\frac{22}{45}$이므로
$x=\frac{22}{45}-\frac{39}{90}=\frac{44}{90}-\frac{39}{90}=\frac{5}{90}=0.0\dot{5}$

12 ① 순환소수가 아닌 무한소수는 유리수가 아니다.
② 모든 순환소수는 분수로 나타낼 수 있다.
③ 순환소수는 모두 유리수이다.
따라서 옳은 것은 ④, ⑤이다.

P. 11~15 내신 5% 따라잡기

1 ④ **2** 18 **3** 24 **4** 276 **5** 6
6 정칠각형, 정십팔각형 **7** 16개 **8** 7개
9 19개 **10** 5, 8 **11** 30 **12** 882 **13** $\frac{2}{11}$
14 ③ **15** $\frac{655}{3333}$ **16** 12 **17** $0.5\dot{2}$ **18** ㄱ, ㄴ
19 $0.\dot{5}\dot{6}$ **20** 91 **21** 5 **22** 8 **23** 22
24 ⑤ **25** ①, ④ **26** ㄷ **27** 22개 **28** 8

1 주권이의 방어율은 $\frac{8}{10}=0.8$, 세영이의 방어율은 $\frac{4}{9}=0.\dot{4}$,

현우의 방어율은 $\frac{5}{6}=0.8\dot{3}$이다.

④ 방어율이 가장 높은 선수는 현우이다.

2 주어진 분수의 분모는 222, 111, 259의 공약수이다.
이때 $222=2\times3\times37$, $111=3\times37$, $259=7\times37$이므로 주어진 분수의 분모는 37이다.
$\therefore \frac{236}{37}=6.378378378\cdots=6.\dot{3}7\dot{8}$
따라서 순환마디를 이루는 숫자는 3, 7, 8이므로
구하는 합은 $3+7+8=18$

3 순환소수 $0.\dot{a}b\dot{c}$의 순환마디는 abc이고, 순환마디를 이루는 숫자의 개수는 3개이다.
이때 $20=3\times6+2$이므로 순환마디의 2번째 숫자인 b는 소수점 아래 20번째 자리의 숫자와 같은 1이다.
$\therefore b=1$
또 $60=3\times20$이므로 순환마디의 3번째 숫자인 c는 소수점 아래 60번째 자리의 숫자와 같은 6이다.
$\therefore c=6$
또 $70=3\times23+1$이므로 순환마디의 1번째 숫자인 a는 소수점 아래 70번째 자리의 숫자와 같은 4이다.
$\therefore a=4$
$\therefore a+2b+3c=4+2\times1+3\times6=24$

4 $\frac{100}{13}=7.\dot{6}9230\dot{7}$이므로 순환마디는 692307이고, 순환마디를 이루는 숫자의 개수는 6개이다.
따라서 $61=6\times10+1$이므로 소수점 아래 첫째 자리의 숫자부터 소수점 아래 61번째 자리의 숫자까지의 합은
$(6+9+2+3+0+7)\times10+6=276$

5 $\frac{11}{18}=0.6\dot{1}$이므로 $a_1=6$, $a_2=a_3=a_4=\cdots=a_{30}=1$
$\therefore a_1a_2a_3\cdots a_{30}=6\times\underbrace{1\times1\times\cdots\times1}_{29개}=6$

6 각 도형의 둘레의 길이는 $\frac{75}{5}=15(\mathrm{m})$이므로

정육각형의 한 변의 길이는 $\frac{15}{6}=\frac{5}{2}(\mathrm{m})$

정칠각형의 한 변의 길이는 $\frac{15}{7}\mathrm{m}$

정십이각형의 한 변의 길이는 $\frac{15}{12}=\frac{5}{4}=\frac{5}{2^2}(\mathrm{m})$

정십육각형의 한 변의 길이는 $\frac{15}{16}=\frac{15}{2^4}(\mathrm{m})$

정십팔각형의 한 변의 길이는 $\frac{15}{18}=\frac{5}{6}=\frac{5}{2\times3}(\mathrm{m})$

따라서 한 변의 길이를 유한소수로 나타낼 수 없는 것은 정칠각형, 정십팔각형이다.

7

일	월	화	수	목	금	토
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30					

①
②
③
④

위의 그림에서 소수로 나타내면 순환소수가 되는 분수는

①에서 7개의 분수 중 $\frac{2}{9}$, $\frac{4}{11}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{6}{13}$의 4개,

②에서 7개의 분수 중 $\frac{8}{15}$, $\frac{10}{17}$, $\frac{11}{18}$, $\frac{12}{19}$, $\frac{14}{21}$의 5개,

③에서 7개의 분수 중 $\frac{15}{22}$, $\frac{16}{23}$, $\frac{17}{24}$, $\frac{19}{26}$, $\frac{20}{27}$의 5개,

④에서 2개의 분수 중 $\frac{22}{29}$, $\frac{23}{30}$의 2개이다.

따라서 구하는 분수의 개수는 $4+5+5+2=16$(개)

8 $\frac{3}{30}<\frac{1}{9}<\frac{4}{30}$이고 $\frac{9}{10}=\frac{27}{30}$이므로 $\frac{1}{9}$과 $\frac{9}{10}$ 사이에 있는 분모가 30인 분수는 분자가 4 이상 27 미만이어야 한다.
이 분수를 유한소수로 나타낼 수 있으려면 분자가 3의 배수이어야 하므로 구하는 분수는 $\frac{6}{30}$, $\frac{9}{30}$, $\frac{12}{30}$, $\frac{15}{30}$, $\frac{18}{30}$, $\frac{21}{30}$, $\frac{24}{30}$의 7개이다.

9 $\frac{27}{560}\times a=\frac{3^3\times a}{2^4\times5\times7}$, $\frac{32}{525}\times a=\frac{2^5\times a}{3\times5^2\times7}$를 모두 유한소수로 나타낼 수 있으려면 a는 3과 7의 공배수, 즉 21의 배수이어야 한다.
따라서 500보다 작은 21의 배수는 23개, 100보다 작은 21의 배수는 4개이므로 500보다 작은 세 자리의 자연수 a의 개수는 $23-4=19$(개)

10 $\frac{1044}{29x}=\frac{36}{x}=\frac{2^2\times3^2}{x}$을 유한소수로 나타낼 수 있으려면 x는 소인수가 2나 5뿐인 수 또는 9의 약수 또는 이들의 곱으로 이루어진 수이어야 한다.
이를 만족시키는 한 자리의 자연수 x의 값은 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9이다.
이때 x가 1, 2, 3, 4, 6, 9이면 주어진 수는 자연수가 된다.
따라서 구하는 x의 값은 5, 8이다.

11 $\frac{a}{175}=\frac{a}{5^2\times7}$를 유한소수로 나타낼 수 있으려면 a는 7의 배수이어야 한다.
이때 $20<a<40$이므로 $a=21$, 28, 35
(i) $a=21$일 때, $\frac{21}{5^2\times7}=\frac{3}{25}\neq\frac{1}{b}$
(ii) $a=28$일 때, $\frac{28}{5^2\times7}=\frac{4}{25}\neq\frac{1}{b}$
(iii) $a=35$일 때, $\frac{35}{5^2\times7}=\frac{1}{5}=\frac{1}{b}$
따라서 (i)~(iii)에 의해 $a=35$, $b=5$이므로
$a-b=35-5=30$

12 $\frac{a}{120}=\frac{a}{2^3\times3\times5}$이므로 ㈎에서 a는 3의 배수가 아니어야 한다.
㈏에서 a는 7의 배수인 세 자리의 자연수이므로 이를 만족시키는 가장 큰 수는 $7\times142=994$, 가장 작은 수는 $7\times16=112$이다.
따라서 구하는 두 수의 차는 $994-112=882$

13 $\frac{9}{11}=0.818181\cdots=0.\dot{8}\dot{1}=0.\dot{a}\dot{b}$이므로 $a=8$, $b=1$

$\therefore\ 0.\dot{b}\dot{a}=0.\dot{1}\dot{8}=\frac{18}{99}=\frac{2}{11}$

14 $0.\dot{2}\dot{6}=0.262626\cdots$, $\frac{3}{10}=0.3$, $\frac{4}{11}=0.363636\cdots$,
$0.2\dot{6}=0.2666\cdots$이므로
$0.\dot{2}\dot{6}<0.2\dot{6}<\frac{3}{10}<\frac{4}{11}$
따라서 가장 큰 수는 $\frac{4}{11}$이고, 가장 작은 수는 $0.\dot{2}\dot{6}$이므로
두 수의 차는 $\frac{4}{11}-0.\dot{2}\dot{6}=\frac{36}{99}-\frac{26}{99}=\frac{10}{99}=0.\dot{1}\dot{0}$

15 주어진 악보의 각 음에 대응하는 수는 오른쪽 그림과 같다.

이때 구하는 기약분수는 0보다 크고 1보다 작으므로
$0.\dot{1}96\dot{5}=\frac{1965}{9999}=\frac{655}{3333}$

16 $\frac{90}{11}\times\left(\frac{1}{100}+\frac{1}{1000}+\frac{1}{10000}+\cdots\right)$
$=\frac{90}{11}\times(0.01+0.001+0.0001+\cdots)$
$=\frac{90}{11}\times0.0111\cdots=\frac{90}{11}\times0.0\dot{1}=\frac{90}{11}\times\frac{1}{90}=\frac{1}{11}$
이므로 $\frac{a}{b}=\frac{1}{11}$에서 $a=1$, $b=11$
$\therefore\ a+b=1+11=12$

17 지우는 분자를 제대로 보았고, 준영이는 분모를 제대로 보았다.
$0.\dot{4}\dot{7}=\frac{47}{99}$이므로 처음 기약분수의 분자는 47이다.
$0.7\dot{4}=\frac{74-7}{90}=\frac{67}{90}$이므로 처음 기약분수의 분모는 90이다.
따라서 처음 기약분수는 $\frac{47}{90}$이므로 $\frac{47}{90}=0.5222\cdots=0.5\dot{2}$

18 ㄱ. $x=9$일 때, $\frac{9}{33}=0.\dot{2}\dot{7}$이므로 $y=2+7=9$
ㄴ. $\frac{x}{33}=\frac{3x}{99}$에서 분자는 11의 배수가 아니고 분모는 99이므로 순환소수로 나타내면 순환마디를 이루는 숫자의 개수는 항상 2개이다.
ㄷ. $x=1$일 때, $\frac{1}{33}=0.\dot{0}\dot{3}$이므로 $y=0+3=3$
즉, y의 값이 항상 9의 배수인 것은 아니다.
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

19 $0.\dot{3}\dot{4}=34\times a$에서 $\frac{34}{99}=34\times a$이므로 $a=\frac{1}{99}$
$\frac{17}{30}=b+0.0\dot{1}$에서 $\frac{17}{30}=b+\frac{1}{90}$이므로
$b=\frac{17}{30}-\frac{1}{90}=\frac{50}{90}=\frac{5}{9}$
$\therefore\ a+b=\frac{1}{99}+\frac{5}{9}=\frac{56}{99}=0.\dot{5}\dot{6}$

20 $2.\dot{4}\times\frac{a}{b}=(0.\dot{4})^2$에서 $\frac{24-2}{9}\times\frac{a}{b}=\left(\frac{4}{9}\right)^2$
$\frac{22}{9}\times\frac{a}{b}=\frac{16}{81}$, $\frac{a}{b}=\frac{16}{81}\times\frac{9}{22}=\frac{8}{99}$
따라서 $a=8$, $b=99$이므로 $b-a=99-8=91$

21 $5.\dot{8}x-5.8x=0.\dot{4}$이므로 $\frac{58-5}{9}x-\frac{58}{10}x=\frac{4}{9}$
$\frac{53}{9}x-\frac{58}{10}x=\frac{4}{9}$, $530x-522x=40$
$8x=40$ $\quad\therefore\ x=5$

22 $0.3\dot{a}=\frac{(30+a)-3}{90}=\frac{27+a}{90}$이므로
$\frac{27+a}{90}=\frac{a-1}{18}$, $27+a=5a-5$
$4a=32$ $\quad\therefore\ a=8$

23 $0.\dot{a}=\frac{a}{9}$이므로 $\frac{1}{6}<\left(\frac{a}{9}\right)^2<\frac{3}{4}$, $\frac{1}{6}<\frac{a^2}{81}<\frac{3}{4}$
$\frac{27}{2}<a^2<\frac{243}{4}$ $\quad\therefore\ 13.5<a^2<60.75$
따라서 한 자리의 자연수 a의 값은 4, 5, 6, 7이므로 구하는 합은
$4+5+6+7=22$

24 $0.5\dot{3}=\frac{53-5}{90}=\frac{48}{90}=\frac{8}{15}=\frac{2^3}{15}$이므로 자연수 a는
$15\times2\times(\text{자연수})^2$의 꼴이어야 한다.
따라서 a의 값이 될 수 있는 것은 ⑤ $120(=15\times2\times2^2)$이다.

25 ② 순환소수가 아닌 무한소수는 분수로 나타낼 수 없다.
③ $1.\dot{5}=\frac{15-1}{9}=\frac{14}{9}$
④ 기약분수 $\frac{1}{3}$은 $\frac{1}{3}=0.333\cdots$이므로 유한소수로 나타낼 수 없다.
⑤ $0.\dot{3}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$, $0.0\dot{3}=\frac{3}{90}=\frac{1}{30}$이므로 $0.\dot{3}$과 $0.0\dot{3}$을 기약분수로 나타내면 그 분모는 서로 다르다.
따라서 옳은 것은 ①, ④이다.

26 길잡이 a, b, c, d에 적당한 수를 대입하여 유한소수로 나타낼 수 있는 경우가 있는지 생각한다.

ㄱ. $a=\frac{3}{2}$, $c=\frac{1}{3}$일 때, $ac=\frac{3}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{2}(=0.5)$

ㄴ. $c=\frac{7}{3}$, $d=\frac{3}{14}$일 때, $cd=\frac{7}{3}\times\frac{3}{14}=\frac{1}{2}(=0.5)$

ㄷ. $a=\frac{1}{2}$, $c=\frac{1}{3}$일 때, $a=0.5$, $c=0.\dot{3}$이므로

$a+c=0.5+0.333\cdots=0.8333\cdots=0.8\dot{3}$

이와 같이 순환소수에 어떤 유한소수를 더해도 순환마디는 존재하므로 $a+c$를 소수로 나타내면 항상 순환소수가 된다.

ㄹ. $c=\frac{1}{3}$, $d=\frac{1}{6}$일 때, $c+d=\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=\frac{1}{2}(=0.5)$

따라서 항상 순환소수가 되는 것은 ㄷ이다.

27 길잡이 $\frac{\square}{\square}$ 꼴의 분수로 가능한 경우를 모두 찾고, 그에 따른 $\frac{\square}{\square\square}$ 꼴의 분수를 생각한다.

순환소수로 나타낼 수 있는 분수는 분모에 2 또는 5 이외의 소인수가 있어야 하므로 1부터 5까지의 자연수 중 $\frac{\square}{\square}$ 꼴의 분수에서 분모가 될 수 있는 수는 3뿐이다.

(i) $\frac{\square}{\square}$ 꼴이 $\frac{1}{3}$일 때

남은 세 수 2, 4, 5 중 $\frac{\square}{\square\square}$ 꼴의 분모가 될 수 있는 수는 24, 42, 45, 52, 54의 5개이다.

(ii) $\frac{\square}{\square}$ 꼴이 $\frac{2}{3}$일 때

남은 세 수 1, 4, 5 중 $\frac{\square}{\square\square}$ 꼴의 분모가 될 수 있는 수는 14, 15, 41, 45, 51, 54의 6개이다.

(iii) $\frac{\square}{\square}$ 꼴이 $\frac{4}{3}$일 때

남은 세 수 1, 2, 5 중 $\frac{\square}{\square\square}$ 꼴의 분모가 될 수 있는 수는 12, 15, 21, 51, 52의 5개이다.

(iv) $\frac{\square}{\square}$ 꼴이 $\frac{5}{3}$일 때

남은 세 수 1, 2, 4 중 $\frac{\square}{\square\square}$ 꼴의 분모가 될 수 있는 수는 12, 14, 21, 24, 41, 42의 6개이다.

따라서 (i)~(iv)에 의해 두 분수의 순서쌍 $\left(\frac{\square}{\square}, \frac{\square}{\square\square}\right)$는 모두 $5+6+5+6=22$(개)이다.

28 길잡이 세 기약분수 $\frac{n}{11}$, $\frac{n}{55}$, $\frac{n}{909}$의 분모를 각각 연속하는 9와 0으로 이루어진 적당한 수로 나타낸다.

$\frac{n}{11}=\frac{9n}{99}$이므로 $a=2$

$\frac{n}{55}=\frac{18n}{990}$이므로 $b=2$

$\frac{n}{909}=\frac{11n}{9999}$이므로 $c=4$

$\therefore a+b+c=2+2+4=8$

P. 16~17 **내신 1% 뛰어넘기**

01 1 **02** 11개 **03** ⑤ **04** 5개 **05** 396
06 (4, 5), (4, 6), (4, 7)

01 길잡이 1^2, 2^2, 3^2, $\cdots$의 일의 자리의 숫자를 각각 구하여 a_1, a_2, a_3, $\cdots$의 값을 찾는다.

$a_1=1$, $a_2=4$, $a_3=9$, $a_4=6$, $a_5=5$, $a_6=6$, $a_7=9$, $a_8=4$, $a_9=1$, $a_{10}=0$, $a_{11}=1$, $a_{12}=4$, $a_{13}=9$, $\cdots$이므로 무한소수 $0.a_1a_2a_3\cdots$는 순환마디가 1496569410이고, 순환마디를 이루는 숫자의 개수가 10개인 순환소수이다.

따라서 $2019=10\times201+9$이므로 소수점 아래 2019번째 자리의 숫자는 순환마디 1496569410의 9번째 숫자인 1이다.

02 길잡이 $\frac{1}{3}<\frac{39}{n}<\frac{4}{5}$에서 분자를 같은 수로 만들고 분모의 크기를 비교한다.

$\frac{39}{n}$를 유한소수로 나타낼 수 있으려면 n은 소인수가 2나 5뿐인 수 또는 39의 약수 또는 이들의 곱으로 이루어진 수이어야 한다.

$\frac{1}{3}<\frac{39}{n}<\frac{4}{5}$에서 $\frac{156}{468}<\frac{156}{4n}<\frac{156}{195}$이므로

$195<4n<468 \quad \therefore 48.75<n<117$

따라서 n의 값이 될 수 있는 수는

$2\times5^2(=50)$, $2^2\times13(=52)$, $2^2\times3\times5(=60)$,
$2^6(=64)$, $5\times13(=65)$, $3\times5^2(=75)$,
$2\times3\times13(=78)$, $2^4\times5(=80)$, $2^5\times3(=96)$,
$2^2\times5^2(=100)$, $2^3\times13(=104)$의 11개이다.

03 길잡이 점 A_n의 좌표를 구하여 소수로 나타낸다.

주어진 방법으로 점이 계속 오른쪽 방향으로 이동할 때 점 A_n의 좌표는

$A_n\left(\frac{3}{10}+\frac{3}{10^2}+\frac{3}{10^3}+\cdots+\frac{3}{10^n}\right)$

즉, $A_n(\underbrace{0.333\cdots3}_{n\text{개}})$

따라서 가까워지는 점에 대응하는 수는

$0.333\cdots=0.\dot{3}=\frac{1}{3}$

04 길잡이 $0.\dot{x}y\dot{z}=\frac{xyz}{999}$임을 생각한다.

주어진 조건을 만족시키는 순환소수 a는 분모가 999인 분수로 나타낼 수 있다.

$0<a<1$이므로 a를 기약분수로 나타낼 때, 분모가 될 수 있는 수는 1을 제외한 999의 약수인 3, 9, 27, 37, 111, 333, 999이다.

이때 분모가 3, 9인 기약분수는 순환마디를 이루는 숫자의 개수가 1개이므로 (나)를 만족시키지 않는다.

따라서 구하는 수는 27, 37, 111, 333, 999의 5개이다.

05 길잡이 $0.\dot{1}+0.\dot{2}+0.\dot{3}+\cdots+0.\dot{8}$의 값을 먼저 구한 후 a_1, a_2, a_3, $\cdots$, a_9의 값을 각각 구한다.

$$0.\dot{1}+0.\dot{2}+0.\dot{3}+\cdots+0.\dot{8}=\frac{1}{9}+\frac{2}{9}+\frac{3}{9}+\cdots+\frac{8}{9}$$
$$=\frac{36}{9}=4 \quad \cdots ㉠$$

이때 a_1, a_2, a_3, $\cdots$, a_9의 값은

$a_1=1.\dot{1}+1.\dot{2}+1.\dot{3}+\cdots+1.\dot{8}$
$=(1+0.\dot{1})+(1+0.\dot{2})+(1+0.\dot{3})+\cdots+(1+0.\dot{8})$
$=(1+1+1+\cdots+1)+(0.\dot{1}+0.\dot{2}+0.\dot{3}+\cdots+0.\dot{8})$
$=1\times8+4$ ($\because$ ㉠)

$a_2=2.\dot{1}+2.\dot{2}+2.\dot{3}+\cdots+2.\dot{8}$
$=(2+0.\dot{1})+(2+0.\dot{2})+(2+0.\dot{3})+\cdots+(2+0.\dot{8})$
$=(2+2+2+\cdots+2)+(0.\dot{1}+0.\dot{2}+0.\dot{3}+\cdots+0.\dot{8})$
$=2\times8+4$ ($\because$ ㉠)

$a_3=3.\dot{1}+3.\dot{2}+3.\dot{3}+\cdots+3.\dot{8}$
$=(3+0.\dot{1})+(3+0.\dot{2})+(3+0.\dot{3})+\cdots+(3+0.\dot{8})$
$=(3+3+3+\cdots+3)+(0.\dot{1}+0.\dot{2}+0.\dot{3}+\cdots+0.\dot{8})$
$=3\times8+4$ ($\because$ ㉠)

⋮

$a_9=9.\dot{1}+9.\dot{2}+9.\dot{3}+\cdots+9.\dot{8}$
$=(9+0.\dot{1})+(9+0.\dot{2})+(9+0.\dot{3})+\cdots+(9+0.\dot{8})$
$=(9+9+9+\cdots+9)+(0.\dot{1}+0.\dot{2}+0.\dot{3}+\cdots+0.\dot{8})$
$=9\times8+4$ ($\because$ ㉠)

$\therefore a_1+a_2+a_3+\cdots+a_9$
$=(1\times8+4)+(2\times8+4)+(3\times8+4)+\cdots+(9\times8+4)$
$=(1+2+3+\cdots+9)\times8+4\times9$
$=45\times8+4\times9$
$=396$

06 길잡이 $0.x\dot{y}=\frac{10x+y-x}{90}$, $0.\dot{x}\dot{y}=\frac{10x+y}{99}$임을 이용한다.

(가)에서 $\frac{3}{9}<\frac{10a+2-a}{90}<\frac{45-4}{90}$

$\frac{30}{90}<\frac{9a+2}{90}<\frac{41}{90}$, $30<9a+2<41$, $28<9a<39$

$3.\dot{1}<a<4.\dot{3}$ $\quad\therefore a=4$

(나)에서 $\frac{4}{9}<\frac{10a+b}{99}<\frac{16}{33}$

$\frac{44}{99}<\frac{10a+b}{99}<\frac{48}{99}$, $44<10a+b<48$

이때 $a=4$이므로 $44<40+b<48$

$4<b<8$ $\quad\therefore b=5, 6, 7$

따라서 순서쌍 (a, b)는 $(4, 5)$, $(4, 6)$, $(4, 7)$이다.

2. 식의 계산

P. 20~22 개념+대표 문제 확인하기

1 ③, ④	**2** 4	**3** 1	**4** 2	**5** ④
6 5, 6, 7	**7** ④	**8** $x=2$, $y=3$		**9** $64xy^{18}$
10 24	**11** $\frac{1}{2}ab^2$	**12** $\frac{a^2}{6b^2}$	**13** $\frac{1}{8}$	**14** $2x-y$
15 $-2x^2+10x-11$		**16** $-9a^2+8a^2b$		**17** -5
18 ⑤	**19** $4x^2+3xy-y^2$			

1 ① $a^2\times a^3\times a^4=a^{2+3+4}=a^9$
② $\{(b^2)^3\}^2=(b^6)^2=b^{12}$
③ $x^6\div x^3\div x^2=x^3\div x^2=x$
④ $\{(-2xy^2)^2\}^3=(4x^2y^4)^3=64x^6y^{12}$
⑤ $n^3\div n^5\times n^2=\frac{1}{n^2}\times n^2=1$
따라서 옳은 것은 ③, ④이다.

2 $(a^4)^2\div a^6\div a=a^8\div a^6\div a=a^2\div a=a=a^p$에서 $p=1$
$b^7\div b^4\div b^q=b^3\div b^q=1$에서 $q=3$
$\therefore p+q=1+3=4$

3 $\left(\frac{aw^3}{x^2y^bz^c}\right)^4=\frac{a^4w^{12}}{x^8y^{4b}z^{4c}}=\frac{81w^{12}}{x^dy^{16}z^8}$에서
$a^4=81$, $8=d$, $4b=16$, $4c=8$이므로
$a=3(\because a>0)$, $b=4$, $c=2$, $d=8$
$\therefore a+b+c-d=3+4+2-8=1$

4 $4^x+4^x+4^x+4^x=4\times4^x=4^{1+x}=(2^2)^{1+x}=2^{2(x+1)}=2^{2x+2}$
즉, $2^{2x+2}=2^6$에서 $2x+2=6$ $\quad\therefore x=2$

5 $8a=2^{x+4}=2^x\times2^4=2^x\times16$ $\quad\therefore 2^x=\frac{8a}{16}=\frac{a}{2}$
$\therefore 16^x=(2^4)^x=(2^x)^4=\left(\frac{a}{2}\right)^4=\frac{a^4}{16}$

6 각 항의 지수를 10으로 같게 하면
$(2^2)^{10}<x^{10}<(2^3)^{10}$, $4^{10}<x^{10}<8^{10}$
이때 지수가 같으면 밑이 큰 수가 더 크므로 $4<x<8$
이를 만족시키는 자연수 x의 값은 5, 6, 7이다.

7 ㄱ. $4x\times(-2xy)=-8x^2y$
ㄴ. $2a^3b\div(-2a^2b^4)=\frac{2a^3b}{-2a^2b^4}=-\frac{a}{b^3}$
ㄷ. $3xy\times(-2x^2y)\div(-6xy^2)=\frac{-6x^3y^2}{-6xy^2}=x^2$
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

8 (좌변)$=81a^{14}b^{2x}\div a^{4y}b^{12}=\frac{81a^{14}b^{2x}}{a^{4y}b^{12}}$에서
$\frac{81a^{14}b^{2x}}{a^{4y}b^{12}}=\frac{81a^2}{b^8}$이므로 $14-4y=2$, $12-2x=8$
$\therefore x=2$, $y=3$

9 $(-4xy^3)^2 \div \left(\dfrac{x}{y^2}\right)^3 \times (-2xy^3)^2$

$=16x^2y^6 \div \dfrac{x^3}{y^6} \times 4x^2y^6 = 16x^2y^6 \times \dfrac{y^6}{x^3} \times 4x^2y^6 = 64xy^{18}$

10 $-4a^2 \div (-3ab^4) \times (3a^2b)^2 = \dfrac{-4a^2}{-3ab^4} \times 9a^4b^2 = \dfrac{12a^5}{b^2}$

$a=2,\ b=-4$를 $\dfrac{12a^5}{b^2}$에 대입하면 $\dfrac{12\times2^5}{(-4)^2}=\dfrac{12\times32}{16}=24$

참고 주어진 식을 먼저 간단히 한 후 $a=2,\ b=-4$를 대입하는 것이 편리하다.

11 $-2a^3b^5 \times (-8a^3) \times \dfrac{1}{\boxed{}} \times \dfrac{1}{4a^3b^2} = 8a^2b$

$\therefore \boxed{} = -2a^3b^5 \times (-8a^3) \times \dfrac{1}{4a^3b^2} \div 8a^2b$

$= -2a^3b^5 \times (-8a^3) \times \dfrac{1}{4a^3b^2} \times \dfrac{1}{8a^2b} = \dfrac{1}{2}ab^2$

12 (사각기둥의 부피)$=2a\times3ab\times a^2b=6a^4b^2$

(원기둥의 부피)$=36a^2b^4\times$(높이)

이때 두 도형의 부피가 서로 같으므로

$6a^4b^2=36a^2b^4\times$(높이)　　$\therefore$ (높이)$=\dfrac{6a^4b^2}{36a^2b^4}=\dfrac{a^2}{6b^2}$

13 (좌변)$=\dfrac{1}{3}x-\dfrac{3}{2}y-\dfrac{1}{6}x+\dfrac{9}{4}y=\dfrac{1}{6}x+\dfrac{3}{4}y$

따라서 $a=\dfrac{1}{6},\ b=\dfrac{3}{4}$이므로 $ab=\dfrac{1}{6}\times\dfrac{3}{4}=\dfrac{1}{8}$

14 $-2x+3y-[x+2-\{5x-(y-2)\}+3y]$

$=-2x+3y-\{x+2-(5x-y+2)+3y\}$

$=-2x+3y-(x+2-5x+y-2+3y)$

$=-2x+3y-(-4x+4y)$

$=-2x+3y+4x-4y=2x-y$

15 어떤 식을 A라 하면 $A+(3x^2-5x+2)=4x^2-7$

$\therefore A=4x^2-7-(3x^2-5x+2)=x^2+5x-9$

따라서 바르게 계산한 식은

$(x^2+5x-9)-(3x^2-5x+2)=-2x^2+10x-11$

16 $-2a(4a-3ab)-(2a^3-4a^3b)\div2a$

$=-8a^2+6a^2b-a^2+2a^2b=-9a^2+8a^2b$

17 $(3a^2bc+ab^2c-abc^2)\div abc-(ab+4b^2-5bc)\div b$

$=3a+b-c-(a+4b-5c)=2a-3b+4c$

$=2\times(-1)-3\times2+4\times\dfrac{3}{4}=-2-6+3=-5$

18 $5(A+B)-3(A-2B)=5A+5B-3A+6B$

$=2A+11B$　　⋯ ㉠

$A=-3x+2y,\ B=x-4y$를 ㉠에 대입하면

$2(-3x+2y)+11(x-4y)=-6x+4y+11x-44y$

$=5x-40y$

19 주어진 원뿔의 높이를 h라 하면

(원뿔의 부피)$=\dfrac{1}{3}\times\pi\times(3x)^2\times h$

$=12\pi x^4+9\pi x^3y-3\pi x^2y^2$

$3\pi x^2h=12\pi x^4+9\pi x^3y-3\pi x^2y^2$

$\therefore h=(12\pi x^4+9\pi x^3y-3\pi x^2y^2)\div3\pi x^2=4x^2+3xy-y^2$

따라서 원뿔의 높이는 $4x^2+3xy-y^2$이다.

P. 23~29 내신 5% 따라잡기

1 128	**2** ③	**3** 2	**4** 5	**5** 23
6 $\dfrac{5}{10^5}$ m	**7** $\dfrac{1}{8}$	**8** 40	**9** ④	**10** ②
11 ⑤	**12** ②	**13** 5	**14** $\dfrac{2}{3}$	
15 ㅁ, ㄱ, ㄹ, ㄷ, ㄴ		**16** 11	**17** 21자리	**18** $\dfrac{1}{a^3}$
19 $A=16x^5y^3z^2,\ B=-16x^5y^4z^4,\ C=-4x^3y^4z^2$				
20 $8a^6b^9$	**21** ③	**22** $-16x^4y^3$		**23** $\dfrac{4x}{y^5}$배
24 $\dfrac{b}{2a}$	**25** ⑤	**26** 1	**27** $-x^2+2x-2$	
28 $2x^2+x+3$		**29** $\dfrac{-x^2-10x+22}{6}$		
30 $6x^2-14x-2$		**31** $4a^2b+6a-8b$		**32** $\dfrac{1}{2}$
33 46	**34** $(1+2y)$배		**35** $10a+6b-12$	
36 $6a^2+18a-16$		**37** ②	**38** 2^{13}	
39 풀이 참조		**40** 1400원, 9600원		

1 $x=8^{4a}=(2^3)^{4a}=2^{12a},\ y=4^{6b}=(2^2)^{6b}=2^{12b}$

$\therefore xy=2^{12a}\times2^{12b}=2^{12a+12b}=2^{12(a+b)}=2^{12\times\frac{7}{12}}=2^7=128$

2 b는 홀수이므로 2를 소인수로 갖지 않고, 4부터 14까지의 홀수를 곱한 것은 2를 소인수로 가질 수 없다.

즉, a는 4부터 14까지의 짝수를 각각 소인수분해하여 곱한 결과에서 2의 거듭제곱의 지수와 같다.

$4=2^2,\ 6=2\times3,\ 8=2^3,\ 10=2\times5,\ 12=2^2\times3,\ 14=2\times7$

이므로 $4\times5\times6\times\cdots\times14=2^{2+1+3+1+2+1}\times b=2^{10}\times b$

$\therefore a=10$

3 $(-1)^{n-1}\times[(-1)^{2n}+\{(-1)^n\}^{n+1}]\times(-1)^{n-3}$

$=(-1)^{n-1}\times\{(-1)^{\overset{\text{짝수}}{2n}}+(-1)^{\overset{(\text{짝수})\times(\text{홀수})=(\text{짝수})}{n(n+1)}}\}\times(-1)^{n-3}$

$=(-1)^{n-1}\times(1+1)\times(-1)^{n-3}$

$=(-1)^{n-1}\times2\times(-1)^{n-3}$

$=(-1)^{2n-4}\times2=(-1)^{\overset{\text{짝수}}{2(n-2)}}\times2=1\times2=2$

참고 양수 a에 대하여 $(-a)^{(\text{짝수})}=+a^{(\text{짝수})},\ (-a)^{(\text{홀수})}=-a^{(\text{홀수})}$

4 (좌변)$=(3\times7)^x\times(2\times3)^4\times(7^2)^{2x+1}$
$=3^x\times7^x\times2^4\times3^4\times7^{4x+2}=2^4\times3^{x+4}\times7^{5x+2}$
(우변)$=7^{4x+7}\times2^4\times3^{x+4}$
$7^{5x+2}=7^{4x+7}$에서 $5x+2=4x+7$ $\therefore x=5$

5 $(x^ay^bz^c)^d=x^{ad}y^{bd}z^{cd}=x^{18}y^{54}z^{30}$이므로
$ad=18$, $bd=54$, $cd=30$
이를 만족시키는 가장 큰 자연수 d는 18, 54, 30의 최대공약수인 6이므로 $a=3$, $b=9$, $c=5$
$\therefore a+b+c+d=3+9+5+6=23$

6 $1\,\text{nm}=\dfrac{1}{10^9}\,\text{m}$이므로
$1\,\mu\text{m}=10^3\times1\,\text{nm}=10^3\times\dfrac{1}{10^9}\,\text{m}=\dfrac{1}{10^6}\,\text{m}$
$\therefore 50\,\mu\text{m}=50\times\dfrac{1}{10^6}\,\text{m}=5\times10\times\dfrac{1}{10^6}\,\text{m}=\dfrac{5}{10^5}\,\text{m}$

7 $4^4=(2^2)^4=2^8$, $9^5=(3^2)^5=3^{10}$, $16^2=(2^4)^2=2^8$,
$27^3=(3^3)^3=3^9$이므로
(주어진 식)$=\dfrac{2^8+2^8}{3^{10}+3^{10}+3^{10}+3^{10}}\div\dfrac{2^8+2^8+2^8+2^8}{3^9+3^9+3^9}$
$=\dfrac{2\times2^8}{4\times3^{10}}\times\dfrac{3\times3^9}{4\times2^8}=\dfrac{1}{8}$

8 주어진 식의 모든 항을 2의 거듭제곱으로 나타내면
$(2^2)^{21}+(2^3)^{14}+2^{n+3}=(2^2)^{22}$
$2^{42}+2^{42}+2^{n+3}=2^{44}$, $2\times2^{42}+2^{n+3}=2^{44}$
$2^{43}+2^{n+3}=2\times2^{43}$, $2^{n+3}=2^{43}$
$n+3=43$ $\therefore n=40$

9 $2^{x+2}=32$에서 $2^x\times4=32$이므로 $2^x=8$
$\therefore \left(\dfrac{1}{8}\right)^x=\left(\dfrac{1}{2^3}\right)^x=\dfrac{1}{2^{3x}}=\dfrac{1}{(2^x)^3}=\dfrac{1}{8^3}=\dfrac{1}{512}$

10 $48^n\div18^n\div4^n\times9^n$
$=(2^4\times3)^n\div(2\times3^2)^n\div(2^2)^n\times(3^2)^n$
$=\{(2^n)^4\times3^n\}\div\{2^n\times(3^n)^2\}\div(2^n)^2\times(3^n)^2$
$=(a^4\times b)\div(a\times b^2)\div a^2\times b^2$
$=\dfrac{a^4\times b\times b^2}{a\times b^2\times a^2}=ab$

다른 풀이

$48^n\div18^n\div4^n\times9^n=\dfrac{48^n\times9^n}{18^n\times4^n}=\left(\dfrac{48\times9}{18\times4}\right)^n=6^n$
$=(2\times3)^n=2^n\times3^n=ab$

11 $A=2^{x-1}=\dfrac{2^x}{2}$에서 $2^x=2A$
$B=\dfrac{1}{5^{x+1}}$에서 $\dfrac{1}{B}=5^{x+1}=5\times5^x$ $\therefore 5^x=\dfrac{1}{5B}$
$\therefore 100^x=(2^2\times5^2)^x=2^{2x}\times5^{2x}=(2^x)^2\times(5^x)^2$
$=(2A)^2\times\left(\dfrac{1}{5B}\right)^2=\dfrac{4A^2}{25B^2}$

12 (좌변)$=3^{x-1}\times(3\times2^x)=3^x\times2^x=6^x$
따라서 $6^x=216=6^3$이므로 $x=3$

13 $2^n\times(3^{n+2}-3^{n+1})=2^n\times(3\times3^{n+1}-3^{n+1})$
$=2^n\times(2\times3^{n+1})$
$=2^{n+1}\times3^{n+1}$
약수의 개수가 49개이므로 $(n+2)^2=49=7^2$
$n+2=7$ $\therefore n=5$

14 (좌변)$=5^x\times3^x+5^x\times3^{x+2}=(5\times3)^x+3^2\times(5\times3)^x$
$=15^x+9\times15^x=10\times15^x$
(우변)$=a\times15\times15^x=15a\times15^x$
즉, $10\times15^x=15a\times15^x$이므로 $10=15a$ $\therefore a=\dfrac{2}{3}$

15 주어진 수의 지수를 모두 1111로 같게 하면
$2^{8888}=(2^8)^{1111}=256^{1111}$, $3^{6666}=(3^6)^{1111}=729^{1111}$
$5^{4444}=(5^4)^{1111}=625^{1111}$, $7^{3333}=(7^3)^{1111}=343^{1111}$
$9^{2222}=(9^2)^{1111}=81^{1111}$
이때 지수가 같으면 밑이 큰 수가 더 크므로
$81<256<343<625<729$에서
$81^{1111}<256^{1111}<343^{1111}<625^{1111}<729^{1111}$
$\therefore 9^{2222}<2^{8888}<7^{3333}<5^{4444}<3^{6666}$
따라서 작은 것부터 차례로 나열하면 ㅁ, ㄱ, ㄹ, ㄷ, ㄴ이다.

16 $5^7\times6^2\times8^2=5^7\times(2\times3)^2\times(2^3)^2=5^7\times2^2\times3^2\times2^6$
$=2^8\times3^2\times5^7=2\times3^2\times(2\times5)^7$
$=18\times10^7$
이므로 n의 값이 최대일 때, $a=18$, $n=7$
$\therefore a-n=18-7=11$

17 $\dfrac{2^{43}\times35^{20}}{14^{20}}=\dfrac{2^{43}\times(5\times7)^{20}}{(2\times7)^{20}}=\dfrac{2^{43}\times5^{20}\times7^{20}}{2^{20}\times7^{20}}$
$=2^{23}\times5^{20}=2^3\times2^{20}\times5^{20}=2^3\times(2\times5)^{20}$
$=2^3\times10^{20}=8\times10^{20}$
따라서 21자리의 자연수이다.

참고 주어진 수를 $a\times10^n$의 꼴(단, a, n은 자연수)로 나타냈을 때, a가 k자리의 자연수이면 주어진 수는 $(k+n)$자리의 수이다.

18 $\left(\dfrac{3}{2}ab^2\right)^4\div(ab^2)^3\div\left(-\dfrac{9}{4}a^2b\right)^2$
$=\dfrac{81}{16}a^4b^8\div a^3b^6\div\dfrac{81}{16}a^4b^2$
$=\dfrac{81}{16}a^4b^8\times\dfrac{1}{a^3b^6}\times\dfrac{16}{81a^4b^2}=\dfrac{1}{a^3}$

19 $C\div8x^3y^4z^2=-\dfrac{1}{2}$이므로 $C=-\dfrac{1}{2}\times8x^3y^4z^2=-4x^3y^4z^2$
$B\div(-2xz)^2=C$이므로
$B=C\times(-2xz)^2=-4x^3y^4z^2\times4x^2z^2=-16x^5y^4z^4$
$A\times(-yz^2)=B$이므로
$A=B\div(-yz^2)=-16x^5y^4z^4\times\dfrac{1}{-yz^2}=16x^5y^3z^2$

20 $A\div\left(-\frac{2}{3}a^2b^3\right)=18a^2b^3$이므로

$A=18a^2b^3\times\left(-\frac{2}{3}a^2b^3\right)=-12a^4b^6$

따라서 바르게 계산한 식은 $-12a^4b^6\times\left(-\frac{2}{3}a^2b^3\right)=8a^6b^9$

21 $A^2\div\frac{2}{B^4}=A^2\times\frac{B^4}{2}$

$=\left(-\frac{x^2}{2y^2}\right)^2\times\frac{(4x^2y^3)^4}{2}$

$=\frac{x^4}{4y^4}\times\frac{256x^8y^{12}}{2}=32x^{12}y^8$

22 (주어진 식)$=[3x^4y]\times<-2xy^3>\div[-3x^4y^4]$

$=(3x^4y)^3\times(-2xy^3)^4\div(-3x^4y^4)^3$

$=27x^{12}y^3\times16x^4y^{12}\times\frac{1}{-27x^{12}y^{12}}=-16x^4y^3$

23 (원기둥의 부피)$=\pi\times\left(\frac{1}{2}\times4xy^2\right)^2\times36x^4y^3$

$=\pi\times4x^2y^4\times36x^4y^3=144\pi x^6y^7$

(원뿔의 부피)$=\frac{1}{3}\times\pi\times\left(\frac{1}{2}\times12x^2y^5\right)^2\times3xy^2$

$=\frac{1}{3}\times\pi\times36x^4y^{10}\times3xy^2=36\pi x^5y^{12}$

따라서 원기둥의 부피는 원뿔의 부피의

$144\pi x^6y^7\div36\pi x^5y^{12}=\frac{4x}{y^5}$(배)이다.

24 직각삼각형 ABC에서 x축을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체의 부피 V_1은

$V_1=\frac{1}{3}\times\pi\times(4a^2b)^2\times2ab^2$

$=\frac{1}{3}\times\pi\times16a^4b^2\times2ab^2=\frac{32}{3}\pi a^5b^4$

y축을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체의 부피 V_2는

$V_2=\frac{1}{3}\times\pi\times(2ab^2)^2\times4a^2b$

$=\frac{1}{3}\times\pi\times4a^2b^4\times4a^2b=\frac{16}{3}\pi a^4b^5$

$\therefore V_2\div V_1=\frac{16}{3}\pi a^4b^5\div\frac{32}{3}\pi a^5b^4$

$=\frac{16}{3}\pi a^4b^5\times\frac{3}{32\pi a^5b^4}=\frac{b}{2a}$

25 만들 수 있는 가장 작은 정사각형의 한 변의 길이는 ab^6, a^3b^2의 최소공배수이다.

이때 a, b는 서로소인 자연수이므로 (최소공배수)$=a^3b^6$

따라서 $a^3b^6\div ab^6=a^2$, $a^3b^6\div a^3b^2=b^4$이므로 필요한 직사각형의 개수는 $a^2\times b^4=a^2b^4$(개)이다.

참고 a, b가 서로소이면 a^n, b^n(n은 자연수)도 서로소이다.

26 $P=VI=IR\times I=I^2R$이므로

$P_A=a^2\times b^4=a^2b^4$, $P_B=(b^2)^2\times a^2=a^2b^4$

$\therefore \frac{P_A}{P_B}=\frac{a^2b^4}{a^2b^4}=1$

27 (좌변)$=x-\{2x-(x^2-x-A+3x)\}$

$=x-(2x-x^2-2x+A)=x^2+x-A$

따라서 $x^2+x-A=2x^2-x+2$이므로

$A=x^2+x-(2x^2-x+2)=-x^2+2x-2$

28 $X◎Y=2X-Y=2(4x^2+7x-4)-(5x^2+20x-13)$

$=8x^2+14x-8-5x^2-20x+13=3x^2-6x+5$

즉, $(3x^2-6x+5)*\boxed{}=7x^2-4x+11$이므로

$3x^2-6x+5+2\times\boxed{}=7x^2-4x+11$

$2\times\boxed{}=7x^2-4x+11-(3x^2-6x+5)=4x^2+2x+6$

$\therefore \boxed{}=2x^2+x+3$

29 $(2x^2-x-4)+A=x^2-3x+2$에서

$A=x^2-3x+2-(2x^2-x-4)=-x^2-2x+6$

$(4x^2-3x-1)-2B=2x^2+x-5$에서

$2B=4x^2-3x-1-(2x^2+x-5)=2x^2-4x+4$

$\therefore B=x^2-2x+2$

$\therefore \frac{A}{2}+\frac{B}{3}=\frac{-x^2-2x+6}{2}+\frac{x^2-2x+2}{3}$

$=\frac{3(-x^2-2x+6)+2(x^2-2x+2)}{6}$

$=\frac{-3x^2-6x+18+2x^2-4x+4}{6}$

$=\frac{-x^2-10x+22}{6}$

30 $(3x-5)\times3x-(12x^4y^2-4x^3y^2+8x^2y^2)\div(-2xy)^2$

$=9x^2-15x-(12x^4y^2-4x^3y^2+8x^2y^2)\div4x^2y^2$

$=9x^2-15x-3x^2+x-2=6x^2-14x-2$

31 어떤 다항식을 A라 하면 $A\times\frac{1}{2}a^2b^3=a^6b^7+\frac{3}{2}a^5b^6-2a^4b^7$

$\therefore A=\left(a^6b^7+\frac{3}{2}a^5b^6-2a^4b^7\right)\div\frac{1}{2}a^2b^3$

$=\left(a^6b^7+\frac{3}{2}a^5b^6-2a^4b^7\right)\times\frac{2}{a^2b^3}$

$=2a^4b^4+3a^3b^3-4a^2b^4$

따라서 바르게 계산한 식은

$(2a^4b^4+3a^3b^3-4a^2b^4)\div\frac{1}{2}a^2b^3$

$=(2a^4b^4+3a^3b^3-4a^2b^4)\times\frac{2}{a^2b^3}=4a^2b+6a-8b$

32 $a-b-c=0$에서 $a=b+c$, $b=a-c$, $c=a-b$

$\therefore \frac{b+c}{a}+\frac{c-a}{b}+\frac{a-b}{2c}=\frac{a}{a}+\frac{-b}{b}+\frac{c}{2c}$

$=1+(-1)+\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

33 $x:y=2:3$에서 $\frac{y}{x}=\frac{3}{2}$, $x:z=2:4$에서 $\frac{z}{x}=2$이므로

$4y^3z^2+7y^2z^3+3xy^2z^2\div\frac{1}{2}xy^2z^2$

$=(4y^3z^2+7y^2z^3+3xy^2z^2)\times\frac{2}{xy^2z^2}$

$=\frac{8y}{x}+\frac{14z}{x}+6=8\times\frac{3}{2}+14\times2+6=12+28+6=46$

34 (사다리꼴의 넓이)$=\frac{1}{2}\times(x^2y+2x^2y^2)\times xy^2$

$=\frac{1}{2}x^3y^3+x^3y^4$

(삼각형의 넓이)$=\frac{1}{2}\times xy^2\times x^2y=\frac{1}{2}x^3y^3$

$\therefore\left(\frac{1}{2}x^3y^3+x^3y^4\right)\div\frac{1}{2}x^3y^3=\left(\frac{1}{2}x^3y^3+x^3y^4\right)\times\frac{2}{x^3y^3}$

$=1+2y$(배)

35 (삼각형 AEF의 넓이)

$=5a\times2b$

$-\left\{\frac{1}{2}\times(5a-6)\times2b+\frac{1}{2}\times6\times4+\frac{1}{2}\times5a\times(2b-4)\right\}$

$=10ab-\{(5ab-6b)+12+(5ab-10a)\}$

$=10ab-(10ab-6b+12-10a)=10a+6b-12$

36 주어진 도형의 둘레의 길이는

가로의 길이가 $2a^2+5a-9$, 세로의 길이가

$(4a+1)+(6a-4)+(a+2)=11a-1$인 직사각형의 둘레의 길이보다 $2(a^2-7a+2)$만큼 더 길다.

따라서 둘레의 길이는

$2(2a^2+5a-9)+2(11a-1)+2(a^2-7a+2)$

$=4a^2+10a-18+22a-2+2a^2-14a+4$

$=6a^2+18a-16$

37 (큰 원기둥의 밑넓이)$=\pi\times(3x)^2=9\pi x^2$이므로

(큰 원기둥의 높이)=(부피)÷(밑넓이)

$=(36\pi x^3+9\pi x^2y)\div9\pi x^2=4x+y$

따라서 주어진 입체도형의 겉넓이는

(큰 원기둥의 겉넓이)+(작은 원기둥의 옆넓이)

$=\{9\pi x^2\times2+2\pi\times3x\times(4x+y)\}+2\pi x\times(x+2y)$

$=18\pi x^2+24\pi x^2+6\pi xy+2\pi x^2+4\pi xy$

$=44\pi x^2+10\pi xy$

38 길잡이 만들 수 있는 가장 큰 수와 가장 작은 수를 구하기 위해 어떤 수와 연산이 필요한지 생각한다.

거듭제곱 꼴의 수에서 지수가 클수록 그 값은 커지므로 4, 8을 뽑는 경우에 가장 큰 수를 만들 수 있다.

$\therefore$ (만들 수 있는 가장 큰 수)$=4^8=(2^2)^8=2^{16}$

나누어지는 수는 작을수록, 나누는 수는 클수록 그 값은 작아지므로 1, 8을 뽑는 경우에 가장 작은 수를 만들 수 있다.

$\therefore$ (만들 수 있는 가장 작은 수)$=1\div8=1\div2^3=\frac{1}{2^3}$

따라서 구하는 두 수의 곱은 $2^{16}\times\frac{1}{2^3}=2^{13}$

39 길잡이 [그림 1]을 보고 [그림 2]의 가로, 세로, 대각선에 있는 세 단항식의 곱이 모두 같도록 하는 a 또는 b의 지수의 합을 생각한다.

[그림 1]의 가로, 세로, 대각선에 있는 세 수의 합은 15로 일정하므로 [그림 2]의 가로, 세로, 대각선에 있는 세 단항식의 곱이 모두 같으려면 가로, 세로, 대각선에 있는 a 또는 b의 지수의 합이 각각 15가 되어야 한다.

즉, 가로, 세로, 대각선에 있는 세 단항식의 곱이 모두 $a^{15}b^{15}$이 되도록 각 칸에 식을 쓰면 다음 [그림 2]와 같다.

6	1	8
7	5	3
2	9	4

[그림 1]

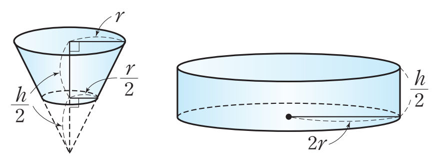
a^6	a	a^8
a^7	a^5	a^3
a^2	a^9	a^4

a^6b^4	ab^9	a^8b^2
a^7b^3	a^5b^5	a^3b^7
a^2b^8	a^9b	a^4b^6

[그림 2]

40 길잡이 원뿔, 원뿔대, 원기둥 모양 각각의 용기의 부피를 구한다.

원뿔 모양의 용기의 밑면의 반지름의 길이를 r, 높이를 h라 하면 소형 컵과 대형 컵 용기는 다음 그림과 같다.



원뿔 모양의 용기의 부피는 $\frac{1}{3}\times\pi r^2\times h=\frac{1}{3}\pi r^2h$

원뿔대 모양의 소형 컵 용기의 부피는

$\frac{1}{3}\times\pi r^2\times h-\frac{1}{3}\times\pi\times\left(\frac{r}{2}\right)^2\times\frac{h}{2}=\frac{1}{3}\pi r^2h-\frac{1}{24}\pi r^2h$

$=\frac{7}{24}\pi r^2h$

원기둥 모양의 대형 컵 용기의 부피는

$\pi\times(2r)^2\times\frac{h}{2}=2\pi r^2h$

이때 원뿔 모양의 용기에 담긴 아이스크림의 가격은 1600원이고, 소형 컵 용기의 부피는 원뿔 모양의 용기의 부피의

$\frac{7}{24}\pi r^2h\div\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{7}{24}\pi r^2h\times\frac{3}{\pi r^2h}=\frac{7}{8}$(배)이므로 소형 컵에 담긴 아이스크림의 가격은 $1600\times\frac{7}{8}=1400$(원),

대형 컵 용기의 부피는 원뿔 모양의 용기의 부피의

$2\pi r^2h\div\frac{1}{3}\pi r^2h=2\pi r^2h\times\frac{3}{\pi r^2h}=6$(배)이므로 대형 컵에 담긴 아이스크림의 가격은 $1600\times6=9600$(원)이다.

P. 30~31 내신 1% 뛰어넘기

01 24 **02** 9가지 **03** ① **04** 11 **05** 24
06 1

01 길잡이 $d^4=(abc)^{24}$에서 a, b를 각각 d를 사용하여 나타낸 후 c, d에 대한 식으로 만든다.

$d=(abc)^6$에서

$d^4=(abc)^{24}=a^{24}b^{24}c^{24}=(a^{12})^2b^{24}c^{24}=d^2dc^{24}=d^3c^{24}$

즉, $d^4=d^3c^{24}$이므로 $d=c^{24}$

$\therefore x=24\ (\because c\neq1)$

02 길잡이 $2^6=4^3=8^2=64^1$에서 지수인 6, 3, 2, 1 사이의 관계를 파악한다.

2^6을 $(2^1)^6=(2^2)^3=(2^3)^2=(2^6)^1$과 같이 나타내면

$1\times6=2\times3=3\times2=6\times1$이므로

서로 다른 a^n의 꼴의 개수는 밑이 소수일 때, 2^6의 지수인 6의 약수의 개수와 같다.

$9^{18}=(3^2)^{18}=3^{36}$에서 $36=2^2\times3^2$이므로 3^{36}의 지수인 36의 약수의 개수는 $(2+1)\times(2+1)=9$(개)이다. 따라서 9^{18}은 모두 9가지의 서로 다른 a^n의 꼴로 나타낼 수 있다.

03 길잡이 복사본의 글자 크기와 처음 종이의 글자 크기 사이의 관계에서 규칙을 찾는다.

7번째 복사본의 글자 크기는 처음 종이의 글자 크기의 2배,

(7×2)번째 복사본의 글자 크기는 처음 종이의 글자 크기의 $2\times2=2^2$(배),

(7×3)번째 복사본의 글자 크기는 처음 종이의 글자 크기의 $2^2\times2=2^3$(배),

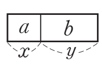
⋮

$7n$번째 복사본의 글자 크기는 처음 종이의 글자 크기의 2^n배가 된다.

따라서 $84(=7\times12)$번째 복사본의 글자 크기는 처음 종이의 글자 크기의 2^{12}배이고, $49(=7\times7)$번째 복사본의 글자 크기는 처음 종이의 글자 크기의 2^7배이므로

$2^{12}\div2^7=2^5$(배)

04 길잡이 세로의 길이가 같은 두 직사각형의 넓이가 오른쪽 그림과 같을 때, $a:b=x:y$임을 이용한다.



오른쪽 그림에서 $\frac{256}{x}:\frac{1}{y}=2^x:3^y$이므로

$\frac{256}{x}$	$\frac{1}{y}$
2^x	3^y

$\frac{256}{x}\times3^y=\frac{1}{y}\times2^x$, $3^y\times y=\frac{2^x}{2^8}\times x$

이때 x와 y는 서로소이므로 $x=3^y$, $y=\frac{2^x}{2^8}$

또 $xy=18$이므로 $xy=3^y\times\frac{2^x}{2^8}=2\times3^2$에서 $x-8=1$, $y=2$

따라서 $x=9$, $y=2$이므로 $x+y=11$

05 길잡이 우변의 계수가 양수임을 이용하여 구한 x의 각 값에 따른 y, z의 값을 구한다.

우변의 계수가 양수이므로 x는 짝수이다.

$(\text{좌변})=\frac{b^{2x}}{a^x}\times\frac{b^6}{a^{3y}}\times\frac{9a^4}{b^8}=\frac{9b^{2x-2}}{a^{x+3y-4}}$

즉, $\frac{9b^{2x-2}}{a^{x+3y-4}}=\frac{9b^z}{a^3}$에서

$x+3y-4=3$ ⋯ ㉠, $2x-2=z$ ⋯ ㉡

이때 x는 한 자리의 짝수이므로 x의 값이 될 수 있는 수는 2, 4, 6, 8이다.

(i) $x=2$이면 ㉠에서 $y=\frac{5}{3}$이므로 y가 자연수라는 조건에 모순이다.

(ii) $x=4$이면 ㉠에서 $y=1$, ㉡에서 $z=6$이므로 조건을 만족시킨다.

(iii) $x=6$이면 ㉠에서 $y=\frac{1}{3}$이므로 y가 자연수라는 조건에 모순이다.

(iv) $x=8$이면 ㉠에서 $y=-\frac{1}{3}$이므로 y가 자연수라는 조건에 모순이다.

따라서 (i)~(iv)에 의해 $x=4$, $y=1$, $z=6$이므로

$xyz=4\times1\times6=24$

06 길잡이 $(-x)^n=(-1)^nx^n$임을 이용한다.

$(-x)^n\times(-x)^{n+1}\div x^n+x\times(x^{2n}\times x+x^n)\div x^{n+1}$

$=\frac{(-x)^{2n+1}}{x^n}+\frac{x^{2n+2}+x^{n+1}}{x^{n+1}}$

$=\frac{(-1)^{\overset{\text{홀수}}{2n+1}}x^{2n+1}}{x^n}+\frac{x^{2n+2}}{x^{n+1}}+\frac{x^{n+1}}{x^{n+1}}$

$=-1\times x^{n+1}+x^{n+1}+1$

$=-x^{n+1}+x^{n+1}+1=1$

P. 32~33 1~2 서술형 완성하기

[과정은 풀이 참조]

1 -96 **2** 63 **3** 38개 **4** 27 **5** 3
6 x^2-2y **7** $0.\dot{0}\dot{9}$ **8** 4

1 $\frac{4}{21}=0.\dot{1}9047\dot{6}$이므로 순환마디는 190476이고,

순환마디를 이루는 숫자의 개수는 6개이다. ⋯ (i)

이때 $50=6\times8+2$이므로 소수점 아래 첫째 자리부터 소수점 아래 48번째 자리까지 순환마디가 8번 반복된다. ⋯ (ii)

$\therefore a_1-a_2+a_3-a_4+\cdots+a_{49}-a_{50}$

$=(1-9+0-4+7-6)\times8+(1-9)$

$=-11\times8-8=-96$ ⋯ (iii)

채점 기준	비율
(i) $\frac{4}{21}$의 순환마디와 순환마디를 이루는 숫자의 개수 구하기	30 %
(ii) 순환마디가 반복되는 횟수 알기	30 %
(iii) 답 구하기	40 %

2 $\frac{a}{90}=\frac{a}{2\times3^2\times5}=\frac{7}{b}$을 유한소수로 나타낼 수 있으므로 분모에 2 또는 5 이외의 소인수가 없어야 한다.

$\therefore a=3^2\times7\times m$ (m은 자연수) ⋯ (i)

a는 $100 \le a \le 200$이고, 기약분수로 나타냈을 때 분자가 7이 되어야 하므로 $a=3^2\times7\times2(=126)$

$\frac{a}{90}=\frac{2\times3^2\times7}{2\times3^2\times5}=\frac{7}{5}$이므로 $b=5$ … (ii)

따라서 $\frac{b}{a}\times A=\frac{5}{2\times3^2\times7}\times A$를 유한소수로 나타낼 수 있으려면 A는 3^2과 7의 공배수, 즉 63의 배수이어야 하므로 가장 작은 자연수 A의 값은 63이다. … (iii)

채점 기준	비율
(i) 유한소수로 나타내기 위한 a의 조건 구하기	40 %
(ii) a, b의 값 구하기	30 %
(iii) 가장 작은 자연수 A의 값 구하기	30 %

3 유한소수가 되는 분수는 분모의 소인수가 2 또는 5뿐인 수이므로 분모가 다음과 같은 꼴일 때, 유한소수가 된다.
자연수 k에 대하여 분모 n이
(i) 2^k의 꼴인 경우: 2, 4, 8, 16, 32의 5개
(ii) 5^k의 꼴인 경우: 5, 25의 2개
(iii) $2^k\times5$의 꼴인 경우: 10, 20, 40의 3개
(iv) $2^k\times5^2$의 꼴인 경우: 50의 1개 … (i)

따라서 $\frac{1}{n}$이 유한소수가 되지 않도록 하는 자연수 n의 개수는
$49-(5+2+3+1)=38$(개) … (ii)

채점 기준	비율
(i) 유한소수가 되도록 하는 분모의 개수 구하기	70 %
(ii) 자연수 n의 개수 구하기	30 %

4 $2^{1+b}=32$에서 $2^{1+b}=2^5$이므로 $1+b=5$ $\quad\therefore b=4$ … (i)
$b=4$를 $2^{2a+1}+2^b=24$에 대입하면
$2^{2a+1}+16=24$, $2^{2a+1}=8$
$2^{2a+1}=2^3$에서 $2a+1=3$이므로 $a=1$ … (ii)
$\therefore 3^b\div3^a=3^4\div3=3^3=27$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) b의 값 구하기	30 %
(ii) a의 값 구하기	30 %
(iii) $3^b\div3^a$의 값 구하기	40 %

5 $\frac{2^{18}\times75^6}{6^n}=\frac{2^{18}\times(3\times5^2)^6}{2^n\times3^n}=\frac{2^{18}\times3^6\times5^{12}}{2^n\times3^n}$
$=\frac{2^6\times3^6\times(2^{12}\times5^{12})}{2^n\times3^n}$
$=\frac{2^6}{2^n}\times\frac{3^6}{3^n}\times10^{12}=\frac{6^6}{6^n}\times10^{12}$ … (i)

이 수가 15자리의 자연수가 되려면 $\frac{6^6}{6^n}$이 세 자리의 자연수이어야 한다. … (ii)
그런데 $6^2=36$, $6^3=216$, $6^4=1296$이므로
$\frac{6^6}{6^n}=6^3$ $\quad\therefore n=3$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) 주어진 식을 간단히 하기	40 %
(ii) 주어진 수가 15자리의 자연수일 조건 구하기	30 %
(iii) n의 값 구하기	30 %

6 $A=\frac{24x^4y^4-4x^6y^2}{4x^4y^2}=6y^2-x^2$
$B=\frac{3x^3y-9x^2y}{3xy}=x^2-3x$ … (i)
$A-2(B-3C)=A-2B+6C$
$=(6y^2-x^2)-2(x^2-3x)+6C$
$=-3x^2+6x+6y^2+6C$ … (ii)
즉, $-3x^2+6x+6y^2+6C=3x(x+2)+6y(y-2)$이므로
$6C=3x^2+6x+6y^2-12y-(-3x^2+6x+6y^2)$
$=6x^2-12y$
$\therefore C=x^2-2y$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) A, B를 간단히 하기	30 %
(ii) $A-2(B-3C)$를 간단히 하기	30 %
(iii) 다항식 C 구하기	40 %

7 $0.\dot{a}\dot{b}+0.\dot{b}\dot{a}=1.\dot{8}$이므로
$\frac{10a+b}{99}+\frac{10b+a}{99}=\frac{18-1}{9}$, $\frac{11a+11b}{99}=\frac{17}{9}$
$11a+11b=187$ $\quad\therefore a+b=17$ … (i)
a, b는 한 자리의 자연수이고 $a>b$이므로
$a=9$, $b=8$ … (ii)
$\therefore 0.\dot{a}\dot{b}-0.\dot{b}\dot{a}=0.\dot{9}\dot{8}-0.\dot{8}\dot{9}$
$=\frac{98}{99}-\frac{89}{99}=\frac{9}{99}=0.\dot{0}\dot{9}$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) $a+b$의 값 구하기	30 %
(ii) a, b의 값 구하기	30 %
(iii) 두 순환소수의 차를 순환소수로 나타내기	40 %

8 $25^n\times(0.4)^3=(5^2)^n\times\left(\frac{2}{5}\right)^3=5^{2n}\times\frac{1}{5^3}\times2^3$
$=\frac{5^{2n}}{5^3}\times2^3$ … ㉠
$10\times2^m=(2\times5)\times2^m=5\times2^{m+1}$ … ㉡ … (i)
㉠, ㉡에서 $\frac{5^{2n}}{5^3}\times2^3=5\times2^{m+1}$
$\frac{5^{2n}}{5^3}=5$에서 $2n-3=1$이므로 $2n=4$ $\quad\therefore n=2$
$2^3=2^{m+1}$에서 $3=m+1$이므로 $m=2$ … (ii)
$\therefore m+n=2+2=4$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) 주어진 식의 양변을 정리하기	50 %
(ii) m, n의 값 구하기	40 %
(iii) $m+n$의 값 구하기	10 %

3. 일차부등식

P. 36~40 **개념+대표 문제 확인하기**

1 ⑤ **2** 3개 **3** ㄴ, ㄷ

4 (1) $-11<2x-5\le 13$ (2) $-2\le -\frac{x}{3}+1<2$

5 2 **6** $x\ge -6$, 그림은 풀이 참조 **7** 1

8 -29 **9** 2 **10** $-4<x<5$

11 $a=1$, $b\ge 1$ **12** 11, 13, 15 **13** 11

14 75점 **15** 9개 **16** 4자루 **17** 21개월 후

18 3 cm **19** 12 cm **20** 36 L **21** 14개 **22** 560원

23 20 % **24** 1 km **25** 2 km **26** 10분 **27** 5 g

28 100 g **29** 260 g

1 ⑤ $7000+x\ge 10000$

2 $|x|\le 2$이므로 $x=-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2$

이를 $6x-10<-2(x+4)$에 각각 대입하면

$x=-2$일 때, $6\times(-2)-10<-2\times\{(-2)+4\}$

$-22<-4$ (참)

$x=-1$일 때, $6\times(-1)-10<-2\times\{(-1)+4\}$

$-16<-6$ (참)

$x=0$일 때, $6\times 0-10<-2\times(0+4)$

$-10<-8$ (참)

$x=1$일 때, $6\times 1-10<-2\times(1+4)$

$-4<-10$ (거짓)

$x=2$일 때, $6\times 2-10<-2\times(2+4)$

$2<-12$ (거짓)

따라서 주어진 부등식의 해는 $-2,\ -1,\ 0$의 3개이다.

3 ㄱ. $a>b$에서 $4a>4b$이므로

$4a+1>4b+1$

ㄴ. $a>b$에서 $\frac{1}{3}a>\frac{1}{3}b$이므로

$\frac{1}{3}a-4>\frac{1}{3}b-4$

ㄷ. $a>b$에서 $-3a<-3b$이므로

$-3a+7<-3b+7$

ㄹ. $a>b$에서 $-\frac{1}{2}a<-\frac{1}{2}b$이므로

$-\frac{1}{2}a-2<-\frac{1}{2}b-2$

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

4 (1) $-3<x\le 9$의 각 변에 2를 곱하면

$-6<2x\le 18$ $\cdots$ ㉠

㉠의 각 변에서 5를 빼면 $-11<2x-5\le 13$

(2) $-3<x\le 9$의 각 변을 -3으로 나누면

$-3\le -\frac{x}{3}<1$ $\cdots$ ㉠

㉠의 각 변에 1을 더하면 $-2\le -\frac{x}{3}+1<2$

참고 부등식의 각 변에 음수를 곱하거나 각 변을 음수로 나눌 때는 부등호의 방향이 반대로 바뀜에 주의한다.

5 $-1\le x\le 3$, $-2\le y\le 4$이므로

$-1+(-2)\le x+y\le 3+4$ $\therefore -3\le x+y\le 7$

$\therefore m=7$

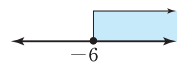
$-1-4\le x-y\le 3-(-2)$ $\therefore -5\le x-y\le 5$

$\therefore n=-5$

$\therefore m+n=7+(-5)=2$

6 $-8x-7\le -5x+11$에서 $-3x\le 18$ $\therefore x\ge -6$

이 해를 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



7 $0.3x-0.2>\frac{2(x-1)}{5}$의 양변에 10을 곱하면

$3x-2>4(x-1)$, $3x-2>4x-4$

$-x>-2$ $\therefore x<2$

따라서 구하는 가장 큰 정수 x의 값은 1이다.

8 $4(x-1)+3\ge 8x+a$에서 $4x-4+3\ge 8x+a$

$-4x\ge a+1$ $\therefore x\le -\frac{a+1}{4}$

이 해가 $x\le -7$이므로 $-\frac{a+1}{4}=7$

$a+1=-28$ $\therefore a=-29$

9 $2-\frac{2}{3}x\ge \frac{3}{2}-\frac{x}{6}$의 양변에 6을 곱하면

$12-4x\ge 9-x$, $-3x\ge -3$ $\therefore x\le 1$ $\cdots$ ㉠

$6x-5\le a-x$에서 $6x+x\le a+5$

$7x\le a+5$ $\therefore x\le \frac{a+5}{7}$ $\cdots$ ㉡

㉠, ㉡이 서로 같으므로 $1=\frac{a+5}{7}$

$7=a+5$ $\therefore a=2$

10 $|2x-1|<9$에서 $-9<2x-1<9$

이 식의 각 변에 1을 더하면

$-8<2x<10$ $\cdots$ ㉠

㉠의 각 변을 2로 나누면 $-4<x<5$

개념 더하기 다시 보기

절댓값 기호를 포함하는 부등식의 풀이

절댓값 기호를 포함하는 부등식은 범위를 나누어서 푼다. $a>0$일 때

① $|X|<a$이면 $-a<X<a$

② $|X|>a$이면 $X<-a$ 또는 $X>a$

11 $ax+1>x+b$에서 $(a-1)x>b-1$

이 부등식의 해가 없으므로

$a-1=0$, $b-1\ge 0$ $\therefore a=1$, $b\ge 1$

개념 더하기 자세히 보기

(1) 부등식의 해가 없는 경우
$ax>b$의 꼴에서 $a=0$으로 만든 후 $0\times x>b$가 참이 되지 않도록 b의 값을 정한다.
$0\times x>b$, 즉 $0>b$가 참이 되지 않으려면 $b\geq 0$이어야 하고,
$ax\geq b$의 꼴에서 $0\times x\geq b$, 즉 $0\geq b$가 참이 되지 않으려면 $b>0$이어야 한다.

(2) 부등식의 해가 무수히 많은 경우
$ax>b$의 꼴에서 $a=0$으로 만든 후 $0\times x>b$가 참이 되도록 하는 b의 값을 정한다.
$0\times x>b$, 즉 $0>b$가 참이 되려면 $b<0$이어야 하고, $ax\geq b$의 꼴에서 $0\times x\geq b$, 즉 $0\geq b$가 참이 되려면 $b\leq 0$이어야 한다.

12 연속하는 세 홀수를 $x-2$, x, $x+2$라 하면
$(x-2)+x+(x+2)\geq 38$, $3x\geq 38$
$\therefore x\geq \frac{38}{3}\left(=12\frac{2}{3}\right)$
이를 만족시키는 가장 작은 홀수는 13이므로 구하는 세 수는 11, 13, 15이다.

13 주사위를 던져 나온 눈의 수를 x라 하면
$3x-2>x+6$, $2x>8$ $\quad\therefore x>4$
이때 주사위의 눈은 1, 2, ⋯, 6의 6개이므로 $x>4$를 만족시키는 눈의 수는 5, 6이다.
따라서 구하는 눈의 수의 합은 $5+6=11$

14 다섯 번째 쪽지 시험에서 x점을 받는다고 하면
$\frac{84+86+81+74+x}{5}\geq 80$, $325+x\geq 400$
$\therefore x\geq 75$
따라서 다섯 번째 쪽지 시험에서 최소 75점을 받아야 한다.

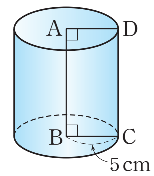
15 식품을 x개 주문한다고 하면
$2100x+2500\leq 22000$, $2100x\leq 19500$
$\therefore x\leq \frac{65}{7}\left(=9\frac{2}{7}\right)$
이때 x는 자연수이므로 식품을 최대 9개까지 주문할 수 있다.

16 400원짜리 볼펜을 x자루 산다고 하면 200원짜리 볼펜은 $(15-x)$자루를 사야 하므로
$400x+200(15-x)<4000$, $400x+3000-200x<4000$
$200x<1000$ $\quad\therefore x<5$
이때 x는 자연수이므로 400원짜리 볼펜은 최대 4자루까지 살 수 있다.

17 x개월 후부터 도현이의 예금액이 다현이의 예금액보다 많아진다고 하면 x개월 후 도현이의 예금액은 $(5000+3000x)$원, 다현이의 예금액은 $(25000+2000x)$원이므로
$5000+3000x>25000+2000x$
$1000x>20000$ $\quad\therefore x>20$
이때 x는 자연수이므로 도현이의 예금액이 다현이의 예금액보다 많아지는 것은 21개월 후부터이다.

18 사다리꼴의 윗변의 길이를 x cm라 하면
사다리꼴의 넓이는 $\left\{\frac{1}{2}\times(x+12)\times 8\right\}\text{cm}^2$이므로
$\frac{1}{2}\times(x+12)\times 8\geq 60$, $4(x+12)\geq 60$
$4x+48\geq 60$, $4x\geq 12$ $\quad\therefore x\geq 3$
따라서 사다리꼴의 윗변의 길이는 3 cm 이상이어야 한다.

19 직사각형 ABCD를 $\overline{AB}$를 축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 입체도형은 오른쪽 그림과 같이 반지름의 길이가 5 cm인 원기둥이다.



$\overline{AB}=x$ cm라 하면
$\pi\times 5^2\times x\geq 300\pi$ $\quad\therefore x\geq 12$
따라서 $\overline{AB}$의 길이는 최소 12 cm이다.

20 처음 페인트 통에 들어 있던 페인트의 양을 x L라 하면
$\frac{1}{3}(x-6)\geq 10$, $x-6\geq 30$ $\quad\therefore x\geq 36$
따라서 처음 페인트 통에 들어 있던 페인트의 양은 최소 36 L이다.

21 오렌지를 x개 산다고 하면
$800x>(800-150)x+2000$, $800x>650x+2000$
$150x>2000$ $\quad\therefore x>\frac{40}{3}\left(=13\frac{1}{3}\right)$
따라서 할인 매장에서 사는 것이 유리하려면 오렌지를 14개 이상 사야 한다.

22 스티커의 정가를 x원이라 하면
$\left(1-\frac{25}{100}\right)x-300\geq \frac{40}{100}\times 300$, $\frac{75}{100}x-300\geq 120$
$\frac{75}{100}x\geq 420$ $\quad\therefore x\geq 560$
따라서 스티커의 정가는 최소 560원으로 정해야 한다.

23 가공식품 한 개의 생산 가격을 a원이라 하고, 가공식품 한 개에 생산 가격의 x %의 이익을 붙여서 판다고 하면
$(3000-500)\times a\times\left(1+\frac{x}{100}\right)\geq 3000\times a$
$2500+25x\geq 3000$ ($\because a>0$)
$25x\geq 500$ $\quad\therefore x\geq 20$
따라서 최소 20 %의 이익을 붙여서 팔아야 한다.

24 걸어간 거리를 x m라 하면 전체 거리는 2.5 km, 즉 2500 m이므로 뛰어간 거리는 $(2500-x)$ m이다.
이때 전체 걸린 시간이 30분 이내여야 지각하지 않으므로
$\frac{x}{50}+\frac{2500-x}{150}\leq 30$
$3x+2500-x\leq 4500$, $2x\leq 2000$ $\quad\therefore x\leq 1000$
따라서 걸어간 거리는 최대 1000 m, 즉 최대 1 km이다.
참고 각각의 단위가 다른 경우에는 식을 세우기 전에 단위를 통일해야 한다.

25 집과 우체국 사이의 거리를 x m라 하면

$\frac{x}{50}-\frac{x}{80}\le 15$, $8x-5x\le 6000$, $3x\le 6000$

$\therefore x\le 2000$

따라서 집과 우체국 사이의 거리는 2000 m, 즉 2 km 이하이다.

26 형과 동생이 출발한 지 x분이 지났다고 하면 형과 동생은 서로 반대 방향으로 가고 있으므로

$200x+50x\ge 2500$, $250x\ge 2500$　　$\therefore x\ge 10$

따라서 출발한 지 최소 10분이 지나야 한다.

27 설탕을 x g 더 넣는다고 하면

$\frac{5.5}{100}\times 100+x\le\frac{10}{100}\times(100+x)$

$55+10x\le 100+x$, $9x\le 45$　　$\therefore x\le 5$

따라서 설탕을 최대 5 g까지 더 넣을 수 있다.

28 10 %의 소금물을 x g 섞는다고 하면 5 %의 소금물은 $(500-x)$ g을 섞어야 하므로

$\frac{10}{100}\times x+\frac{5}{100}\times(500-x)\ge\frac{6}{100}\times 500$

$10x+5(500-x)\ge 3000$, $10x+2500-5x\ge 3000$

$5x\ge 500$　　$\therefore x\ge 100$

따라서 10 %의 소금물은 100 g 이상 섞어야 한다.

29 식품 B를 x g 섭취한다고 하면

$\frac{84}{100}\times 440+\frac{104}{100}\times x\ge 640$

$36960+104x\ge 64000$, $104x\ge 27040$　　$\therefore x\ge 260$

따라서 식품 B를 260 g 이상 섭취해야 한다.

P. 41~47 **내신 5% 따라잡기**

1 ㄴ, ㄷ, ㅁ	**2** ③, ④	**3** ③	**4** 5개
5 ②	**6** $6.65\le a+b<6.85$	**7** 5개	**8** $a>2$
9 $x<2$	**10** $x>-1$	**11** $\frac{5}{6}$	**12** ④
13 $x>-\frac{4}{15}$	**14** $\frac{15}{4}\le a<\frac{17}{4}$		
15 $22<k\le 25$	**16** ③	**17** 5개	
18 ㄱ, ㄷ, ㄹ	**19** 91	**20** 8명	**21** 65점
22 6개 **23** 26일	**24** 13개월 후		**25** ①
26 8 cm **27** ④	**28** 88명	**29** 25 %	**30** 25 %
31 5분 후 **32** 서점, 편의점, 카페			
33 시속 72 km	**34** 21 g	**35** $\frac{1000}{13}$ g	
36 60 g **37** ⑨	**38** 149표	**39** 360 MB	

1 주어진 그림에서 $c<a<0<b$

ㄱ. $a<b$이므로 $a-c<b-c$

ㄴ. $a>c$의 양변에 -1을 곱하면 $-a<-c$

ㄷ. $b>c$이고 $a<0$이므로 $ab<ac$

ㄹ. $a<b$이고 $a<0$이므로 $a^2>ab$

ㅁ. $a<b$이고 $|c|>0$이므로 $\frac{a}{|c|}<\frac{b}{|c|}$

ㅂ. $a<b$이고 $c<0$이므로 $ac>bc$

　$\therefore ac+b>bc+b$

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ, ㅁ이다.

2 ① $a=-2$, $b=1$이면 $-2<1$이지만 $|-2|>|1|$이다.

② $a=-2$, $b=1$이면 $-2<1$이지만 $(-2)^2>1^2$이다.

④ $-3a<-3b$에서 $a>b$

　$\therefore 2a-3>2b-3$

⑤ $-5a+2<-5b+2$에서 $-5a<-5b$

　$\therefore a>b$

　이때 $a=3$, $b=2$이면 $3>2$이지만 $\frac{1}{3}<\frac{1}{2}$이다.

따라서 옳은 것은 ③, ④이다.

3 $-2\le 3x-8\le 4$에서 $6\le 3x\le 12$　　$\therefore 2\le x\le 4$

즉, $-20\le -5x\le -10$이므로

$-17\le 3-5x\le -7$

$\therefore -\frac{17}{4}\le\frac{3-5x}{4}\le -\frac{7}{4}$

따라서 $a=-\frac{17}{4}$, $b=-\frac{7}{4}$이므로

$b-a=-\frac{7}{4}-\left(-\frac{17}{4}\right)=\frac{10}{4}=\frac{5}{2}$

4 $2x-3y=4(x-3)$에서 $2x-3y=4x-12$

$-3y=2x-12$　　$\therefore y=\frac{-2x+12}{3}$　　⋯ ㉠

$-2<x\le 5$에서 $-10\le -2x<4$

$2\le -2x+12<16$, $\frac{2}{3}\le\frac{-2x+12}{3}<\frac{16}{3}$

$\therefore \frac{2}{3}\le y<\frac{16}{3}$ ($\because$ ㉠)

따라서 정수 y는 1, 2, 3, 4, 5의 5개이다.

5 $-2<x\le 4$에서 $-6<3x\le 12$　　⋯ ㉠

$1\le\frac{y}{2}<4$에서 $2\le y<8$, $-8<-y\le -2$　　⋯ ㉡

㉠, ㉡에서 $-6-8<3x-y\le 12-2$

$\therefore -14<3x-y\le 10$

6 $[a]=2.8$이므로 $2.75\le a<2.85$

$\{b\}=3.9$이므로 $3.9\le b<4$

따라서 $2.75+3.9\le a+b<2.85+4$이므로

$6.65\le a+b<6.85$

7 $0.\dot{3}x+2.4\geq3(0.5x-1.2)$에서 $\frac{1}{3}x+\frac{24}{10}\geq\frac{15}{10}x-\frac{36}{10}$
양변에 30을 곱하면 $10x+72\geq45x-108$
$-35x\geq-180$　　$\therefore x\leq\frac{36}{7}\left(=5\frac{1}{7}\right)$
이를 만족시키는 자연수 x는 1, 2, 3, 4, 5의 5개이다.

8 $-\frac{2a+10}{3}=3a-\frac{2}{3}x$에서 $2a+10=-9a+2x$
$-2x=-11a-10$　　$\therefore x=\frac{11a+10}{2}$
이 해가 16보다 크므로 $\frac{11a+10}{2}>16$
$11a+10>32$, $11a>22$　　$\therefore a>2$

9 $-2x+4<a(x-2)$에서 $-2x+4<ax-2a$
$(-a-2)x<-2a-4$, $(a+2)x>2(a+2)$　　$\cdots$ ㉠
이때 $a<-2$, 즉 $a+2<0$이므로
㉠에서 $x<\frac{2(a+2)}{a+2}$　　$\therefore x<2$

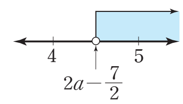
10 $bc>0$이고 $abc<0$이므로 $a<0$
$bc>0$이고 $b+c<0$이므로 $b<0$, $c<0$
$ax+a+bx+b+cx+c<0$에서
$(a+b+c)x<-(a+b+c)$　　$\cdots$ ㉠
이때 $a+b+c<0$이므로
㉠에서 $x>-\frac{a+b+c}{a+b+c}$　　$\therefore x>-1$

11 $(6a-5)x\leq b$의 해는 $x\leq-\frac{1}{6}$
이때 부등호의 방향이 바뀌지 않았으므로 $6a-5>0$
즉, $(6a-5)x\leq b$에서 $x\leq\frac{b}{6a-5}$
따라서 $\frac{b}{6a-5}=-\frac{1}{6}$이므로 $-6b=6a-5$
$6a+6b=5$　　$\therefore a+b=\frac{5}{6}$

12 $ax+2a-3b>0$에서 $ax>-2a+3b$　　$\cdots$ ㉠
이 부등식의 해가 $x<3$이므로 $a<0$
즉, ㉠에서 $x<\frac{-2a+3b}{a}$
따라서 $\frac{-2a+3b}{a}=3$이므로
$-2a+3b=3a$, $-5a=-3b$　　$\therefore a=\frac{3}{5}b$
$a=\frac{3}{5}b$를 $a-2b=7$에 대입하면 $\frac{3}{5}b-2b=7$
$-\frac{7}{5}b=7$　　$\therefore b=-5$
$b=-5$를 $a=\frac{3}{5}b$에 대입하면 $a=-3$
$\therefore ab=-3\times(-5)=15$

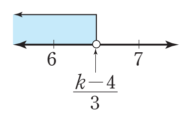
13 $a(x-1)-2b<0$에서 $ax<a+2b$　　$\cdots$ ㉠
이 부등식의 해가 $x>\frac{2}{3}$이므로 $a<0$
즉, ㉠에서 $x>\frac{a+2b}{a}$이므로
$\frac{a+2b}{a}=\frac{2}{3}$, $3a+6b=2a$　　$\therefore a=-6b$
이때 $a<0$이므로 $b>0$　　$\cdots$ ㉡
따라서 $a=-6b$를 $(2a-3b)x+a+2b<0$에 대입하면
$(-12b-3b)x-6b+2b<0$, $-15bx<4b$
그런데 $-15b<0$($\because$ ㉡)이므로 $x>-\frac{4}{15}$

14 $\frac{2x-5}{4}>a-3$에서 $2x-5>4a-12$
$2x>4a-7$　　$\therefore x>2a-\frac{7}{2}$
이를 만족시키는 x의 값 중 가장 작은 정수가 5이려면 오른쪽 그림에서



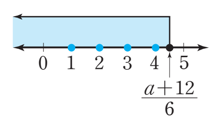
$4\leq2a-\frac{7}{2}<5$, $8\leq4a-7<10$
$15\leq4a<17$　　$\therefore \frac{15}{4}\leq a<\frac{17}{4}$

15 $(2x+1)◎(5x+2)>3◎k$에서
$(2x+1)-(5x+2)+1>3-k+1$
$2x+1-5x-2+1>-k+4$
$-3x>-k+4$　　$\therefore x<\frac{k-4}{3}$
이를 만족시키는 최대의 정수 x가 6이므로 오른쪽 그림에서



$6<\frac{k-4}{3}\leq7$, $18<k-4\leq21$
$\therefore 22<k\leq25$

16 $3(2x-4)\leq a$에서 $6x-12\leq a$
$6x\leq a+12$　　$\therefore x\leq\frac{a+12}{6}$
이를 만족시키는 자연수 x가 4개이므로 오른쪽 그림에서



$4\leq\frac{a+12}{6}<5$, $24\leq a+12<30$
$\therefore 12\leq a<18$

17 $\frac{|-5x+4|}{2}\leq3$에서 $|-5x+4|\leq6$
$-6\leq-5x+4\leq6$, $-10\leq-5x\leq2$
$\therefore -\frac{2}{5}\leq x\leq2$
즉, $-\frac{4}{5}\leq2x\leq4$에서 $-\frac{9}{5}\leq2x-1\leq3$
$\therefore -\frac{9}{5}\leq A\leq3$
따라서 A의 값이 될 수 있는 정수는 -1, 0, 1, 2, 3의 5개이다.

18 $ax+b>bx+2$에서 $ax-bx>2-b$, $(a-b)x>2-b$

ㄱ. $a>b$, 즉 $a-b>0$인 경우 $x>\frac{2-b}{a-b}$

ㄴ. $a<b$, 즉 $a-b<0$인 경우 $x<\frac{2-b}{a-b}$

ㄷ. $a=b$, $b>2$, 즉 $a-b=0$, $2-b<0$인 경우
$0\times x>$(음수)의 꼴이므로 해는 무수히 많다.

ㄹ. $a=b$, $b<2$, 즉 $a-b=0$, $2-b>0$인 경우
$0\times x>$(양수)의 꼴이므로 해는 없다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ, ㄹ이다.

개념 더하기 다시 보기

x에 대한 부등식 $ax>b$에서
(1) $a=0$, $b\geq0$이면 해가 없다.
(2) $a=0$, $b<0$이면 해가 무수히 많다.

19 처음 수의 십의 자리의 숫자를 x라 하면
(가)에서 일의 자리의 숫자는 $10-x$이므로 처음 수는 $10x+10-x$이고, 십의 자리의 숫자와 일의 자리의 숫자를 바꾼 수는 $10(10-x)+x$이다.
즉, (나)에서 $10(10-x)+x<2(10x+10-x)-136$
$100-10x+x<2(9x+10)-136$
$100-9x<18x-116$, $-27x<-216$ $\therefore x>8$
이때 x는 한 자리의 자연수이므로 $x=9$
따라서 일의 자리의 숫자는 $10-9=1$이므로 처음 수는 91이다.

참고 십의 자리의 숫자가 a, 일의 자리의 숫자가 b인 두 자리의 자연수에 대하여
① 처음 수: $10a+b$
② 십의 자리의 숫자와 일의 자리의 숫자를 바꾼 수: $10b+a$

20 여학생 수를 x명이라 하면 남학생 수는 $(20-x)$명이므로
$\frac{165(20-x)+158x}{20}\geq162$, $3300-165x+158x\geq3240$
$-7x\geq-60$ $\therefore x\leq\frac{60}{7}\left(=8\frac{4}{7}\right)$
따라서 여학생은 최대 8명이다.

21 전체 학생의 중간고사 수학 성적의 평균을 x점이라 하면 중간고사 수학 성적의 총점이 $120x$점이고, 기말고사 수학 성적의 총점이 $(120x+45\times8)$점이므로
$\frac{120x+45\times8}{120}\geq68$, $120x+360\geq8160$
$120x\geq7800$ $\therefore x\geq65$
따라서 중간고사 수학 성적의 평균은 65점 이상이다.

22 감자를 x개 산다고 하면 양파는 $2x$개 사야 하므로
$600x+400\times2x+100\leq8500$, $1400x\leq8400$ $\therefore x\leq6$
따라서 감자는 최대 6개까지 살 수 있다.

23 책 한 권을 x일 동안 대여한다고 하면
$1100+400(x-3)<10500$
$1100+400x-1200<10500$
$400x<10600$ $\therefore x<\frac{53}{2}\left(=26\frac{1}{2}\right)$
따라서 최대 26일까지 대여할 수 있다.

24 두 사람이 기부하는 금액을 바꾼 지 x개월 후부터 승환이의 기부액이 진아의 기부액보다 적어진다고 하면
승환이가 작년 12달 동안 기부한 금액은
$2500\times12=30000$(원),
진아가 작년 12달 동안 기부한 금액은
$1500\times12=18000$(원)이므로
$30000+3000x<18000+4000x$
$-1000x<-12000$ $\therefore x>12$
따라서 두 사람이 기부하는 금액을 바꾼 지 13개월 후부터 승환이의 기부액이 진아의 기부액보다 적어진다.

25 (삼각형의 가장 긴 변의 길이)<(나머지 두 변의 길이의 합)이므로
$a+9<(a+1)+(a+2)$, $a+9<2a+3$ $\therefore a>6$
따라서 a의 값이 될 수 없는 것은 ① 6이다.

26 (사다리꼴 ABCD의 넓이)$=\frac{1}{2}\times(8+10)\times16=144(\text{cm}^2)$
$\overline{AP}=x$ cm라 하면 $\overline{BP}=(16-x)$ cm이므로
(삼각형 DPC의 넓이)
$=144-\frac{1}{2}\times x\times8-\frac{1}{2}\times(16-x)\times10$
$=144-4x-80+5x=x+64(\text{cm}^2)$
(삼각형 DPC의 넓이)$=\frac{1}{2}\times$(사다리꼴 ABCD의 넓이)
이므로
$x+64\geq\frac{1}{2}\times144$, $x+64\geq72$ $\therefore x\geq8$
따라서 $\overline{AP}$의 길이의 최솟값은 8 cm이다.

27 처음에 넣은 기름의 양을 x L라 하면 공원까지 24 km를 가는 데 $24\div12=2$(L)의 기름을 사용했으므로 공원에서 출발할 때 차에 남아 있던 기름의 양은 $(x-2)$ L이다.
돌아오면서 나머지 기름의 $\frac{1}{8}$만큼 사용했고, 336 km를 갈 수 있는 기름의 양은 $336\div12=28$(L)이므로
$\frac{7}{8}(x-2)\leq28$, $x-2\leq32$ $\therefore x\leq34$
따라서 처음에 넣은 기름의 양의 최댓값은 34 L이다.

28 50명 이상 100명 미만인 x명이 입장한다고 하면
$4000\times\left(1-\frac{20}{100}\right)\times x>4000\times\left(1-\frac{30}{100}\right)\times100$
$4000\times\frac{80}{100}\times x>4000\times\frac{70}{100}\times100$
$80x>7000$ $\therefore x>\frac{175}{2}\left(=87\frac{1}{2}\right)$
따라서 88명 이상이어야 100명의 단체 입장권을 사는 것이 유리하다.

29 화분 한 개의 구입 가격을 a원이라 하고, 화분 한 개에 구입 가격의 $x\,\%$의 이익을 붙여서 판다고 하면

$(500-20)\times a\times\left(1+\dfrac{x}{100}\right)-500a\geq 500a\times\dfrac{20}{100}$

$480\left(1+\dfrac{x}{100}\right)-500\geq 100\,(\because a>0)$

$480+\dfrac{24}{5}x\geq 600,\ \dfrac{24}{5}x\geq 120\qquad \therefore x\geq 25$

따라서 화분 한 개에 25 % 이상의 이익을 붙여서 팔아야 한다.

30 원가를 a원이라 하면 정가는 $2a$원이므로 세일 기간 중의 판매 가격이 원래 정가에서 $x\,\%$ 할인한 가격이라 하면

$\left(1-\dfrac{x}{100}\right)\times 2a-a\geq\dfrac{1}{2}\times a$

$2\left(1-\dfrac{x}{100}\right)-1\geq\dfrac{1}{2}\ (\because a>0),\ 2-\dfrac{x}{50}\geq\dfrac{3}{2}$

$100-x\geq 75,\ -x\geq -25\qquad \therefore x\leq 25$

따라서 세일 기간 중의 판매 가격은 원래 정가에서 최대 25 % 할인한 가격이다.

31 지민이가 출발한 후 x분 동안 지민이가 이동한 거리는 $60x$ m, 석진이가 이동한 거리는 $(300+30x)$ m이므로

$(300+30x)-60x\leq 150,\ -30x\leq -150\qquad \therefore x\geq 5$

따라서 둘 사이의 거리가 처음으로 150 m 이하가 되는 것은 지민이가 출발한 지 최소 5분 후이다.

32 터미널에서 상점까지의 거리를 x km라 하면

$\dfrac{x}{4.8}+\dfrac{25}{60}+\dfrac{x}{3.6}\leq 1,\ \dfrac{x}{4.8}+\dfrac{5}{12}+\dfrac{x}{3.6}\leq 1$

$30x+60+40x\leq 144,\ 70x\leq 84\qquad \therefore x\leq 1.2$

따라서 터미널에서의 거리가 1.2 km, 즉 1200 m 이하인 서점, 편의점, 카페 중 한 곳에 갔다 올 수 있다.

33 시속 60 km로 120 km의 거리를 계속 가면 $\dfrac{120}{60}=2$(시간)이 걸리므로 지연되는 시간이 10분 이하가 되도록 하려면 C역에 가는 데 걸리는 시간은 최대 1시간 40분이어야 한다.
기차가 B역에서부터 시속 x km로 달린다고 하면 1시간 40분 동안 120 km 이상의 거리를 달려야 하므로

$1\dfrac{40}{60}x\geq 120,\ \dfrac{5}{3}x\geq 120\qquad \therefore x\geq 72$

따라서 시속 72 km 이상으로 달려야 한다.

34 x g의 물을 증발시키고 x g의 소금을 더 넣었다고 하면

$\dfrac{5}{100}\times 300+x\geq\dfrac{12}{100}\times 300$

$15+x\geq 36\qquad \therefore x\geq 21$

따라서 최소 21 g의 물을 증발시켜야 한다.

35 x g의 물을 증발시키고 $\dfrac{1}{2}x$ g만큼의 설탕을 더 넣은 후, $\dfrac{1}{4}x$ g만큼의 물을 증발시켰다고 하면

$\dfrac{10}{100}\times 500+\dfrac{1}{2}x\geq\dfrac{20}{100}\times\left(500-x+\dfrac{1}{2}x-\dfrac{1}{4}x\right)$

$5000+50x\geq 10000-15x$

$65x\geq 5000\qquad \therefore x\geq\dfrac{1000}{13}$

따라서 처음에 증발시켜야 하는 물의 양의 최솟값은 $\dfrac{1000}{13}$ g이다.

36 쌀벌이를 x g 넣으면 꽃벵이는 $(80-x)$ g을 넣어야 하므로

$\dfrac{64}{100}\times x+\dfrac{58}{100}\times(80-x)\leq 50$

$64x+58(80-x)\leq 5000$

$64x+4640-58x\leq 5000$

$6x\leq 360\qquad \therefore x\leq 60$

따라서 쿠키 1개를 만드는 데 쌀벌이는 최대 60 g까지 넣을 수 있다.

37 길잡이 (가), (나), (다)에서 각각 부등호의 방향을 보고 진짜 금화를 찾는다.

(가) (①, ②, ③, ④의 무게의 합)<(⑥, ⑦, ⑧, ⑨의 무게의 합)에서 ⑤, ⑩, ⑪, ⑫는 진짜 금화이다.

(나) (①, ②, ⑨, ⑪의 무게의 합)>(③, ④, ⑤, ⑫의 무게의 합)에서 ⑥, ⑦, ⑧, ⑩은 진짜 금화이다.

(다) (③의 무게)=(④의 무게)에서 ③, ④는 진짜 금화이다.

즉, ①, ②, ⑨ 중 하나가 가짜 금화이다.
그런데 (나)에서 가짜 금화의 무게는 진짜 금화보다 무거움을 알 수 있으므로 (가)에서 ①, ②는 가짜 금화일 수 없다.
따라서 가짜 금화는 ⑨이다.

38 길잡이 득표수가 많은 두 명이 얻을 수 있는 최대 득표수를 먼저 구한다.

A가 가장 많이 득표하고, B가 그 다음으로 많이 득표했다고 하면 두 사람이 얻을 수 있는 표는 최대 $300-3=297$(표)이다.
이때 A의 득표수를 x표라 하면 B의 득표수는 $(297-x)$표이므로

$x>297-x,\ 2x>297\qquad \therefore x>148.5$

즉, A가 149표를 먼저 얻으면 B는 최대 148표를 얻을 수 있으므로 남은 개표 결과에 관계없이 A의 당선이 확정된다.
따라서 개표가 모두 끝나기 전에 당선이 확정되려면 최소한 149표를 먼저 얻어야 한다.

39 길잡이 한 달 사용 데이터를 미지수로 놓고, 두 요금제에 대한 휴대 전화 사용 요금을 각각 구한다.

한 달 동안 데이터를 200 MB 초과 800 MB 미만인 x MB만큼 사용했다고 하면
A 요금제의 휴대 전화 사용 요금은

$12000+600\times 18+(x-200)\times 20=20x+18800$(원)

B 요금제의 휴대 전화 사용 요금은

$20000+600\times 10=26000$(원)

이때 B 요금제의 요금이 A 요금제의 요금보다 적게 나와야 하므로

$20x+18800>26000,\ 20x>7200\qquad \therefore x>360$

따라서 데이터를 최소 360 MB 초과하여 사용해야 B 요금제가 유리하다.

P. 48~49 내신 1% 뛰어넘기

01 2 **02** -2 **03** 1 **04** 8번 **05** 3개
06 75분 **07** 40 kcal **08** 10월 17일

01 길잡이 $\frac{x}{3}-2>x-4$인 경우와 $\frac{x}{3}-2<x-4$인 경우로 나누어 생각한다.

(i) $\frac{x}{3}-2>x-4$, 즉 $x<3$인 경우

$\left[\frac{x}{3}-2,\ x-4\right]=x-4$이므로

$x-4=-x$, $2x=4$

$\therefore x=2$

이때 $x=2$는 $x<3$인 조건을 만족시킨다.

(ii) $\frac{x}{3}-2<x-4$, 즉 $x>3$인 경우

$\left[\frac{x}{3}-2,\ x-4\right]=\frac{x}{3}-2$이므로

$\frac{x}{3}-2=-x$, $\frac{4}{3}x=2$

$\therefore x=\frac{3}{2}$

그런데 $x=\frac{3}{2}$은 $x>3$인 조건을 만족시키지 않는다.

따라서 (i), (ii)에 의해 $x=2$이다.

02 길잡이 일차항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하여 정리한 후, 해가 없을 조건을 생각한다.

$(a+1)x+1>3x+4a$에서 $(a-2)x>4a-1$

이 부등식의 해가 없으므로 $a-2=0$이고 $4a-1\geq 0$이어야 한다.

이때 $a=2$이면 $4a-1\geq 0$이 성립하므로 $a=2$이다.

$a=2$를 $-2ax-7a<x+1$에 대입하면

$-4x-14<x+1$, $-5x<15$

$\therefore x>-3$

따라서 이를 참이 되게 하는 정수 x의 최솟값은 -2이다.

03 길잡이 a의 값의 범위를 $a>0$, $a=0$, $a<0$인 경우로 나누어 생각한다.

$|ax-3|\leq 5$에서 $-5\leq ax-3\leq 5$

$\therefore -2\leq ax\leq 8$ $\cdots$ ㉠

(i) $a>0$일 때, ㉠에서 $-\frac{2}{a}\leq x\leq \frac{8}{a}$이므로

$-\frac{2}{a}=-2$, $\frac{8}{a}=8$ $\quad\therefore a=1$

(ii) $a=0$일 때, ㉠에서 $-2\leq 0\times x\leq 8$이므로 x의 값에 관계없이 해가 무수히 많다.

그런데 주어진 부등식의 해는 $-2\leq x\leq 8$이므로 조건에 모순이다.

(iii) $a<0$일 때, ㉠에서 $\frac{8}{a}\leq x\leq -\frac{2}{a}$이므로

$\frac{8}{a}=-2$, $-\frac{2}{a}=8$

이때 두 식을 동시에 만족시키는 a의 값은 없다.

따라서 (i)~(iii)에 의해 $a=1$이다.

04 길잡이 직육면체를 한 번 자를 때마다 늘어나는 겉넓이를 생각한다.

처음 직육면체의 겉넓이는

$(10\times 5)\times 4+(5\times 5)\times 2=200+50$
$=250(\text{cm}^2)$

직육면체를 한 번 자를 때마다 늘어나는 겉넓이는

$(5\times 5)\times 2=50(\text{cm}^2)$

즉, 직육면체를 x번 자른다고 하면

$250+50x\geq 650$, $50x\geq 400$ $\quad\therefore x\geq 8$

따라서 겉넓이의 총합이 650 cm^2 이상이 되려면 최소 8번을 잘라야 한다.

05 길잡이 1개의 창구에서 1분 동안 수속할 수 있는 사람 수를 먼저 구한다.

1개의 창구에서 1분 동안 수속할 수 있는 사람 수를 a명이라 하면

$3\times a\times 15=300+15\times 10$, $45a=450$

$\therefore a=10$

기다리는 사람들이 모두 8분 이내에 x개의 창구에서 모두 탑승 수속을 마친다고 하면

$x\times 10\times 8\geq 450$, $80x\geq 450$

$\therefore x\geq \frac{45}{8}\left(=5\frac{5}{8}\right)$

따라서 탑승 수속 창구는 6개 이상 있어야 하므로

$6-3=3$(개) 이상 추가되어야 한다.

06 길잡이 물탱크를 가득 채우는 물의 양을 1이라 하고 먼저 A, B 수도관으로 1시간 동안 채울 수 있는 물의 양을 각각 구한다.

물탱크를 가득 채우는 물의 양을 1이라 하면 A, B 수도관으로 1시간 동안 채울 수 있는 물의 양은 각각 $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{5}$이고,

구멍으로 1시간 동안 빠져나가는 물의 양은 $\frac{1}{12}$이다.

두 수도관을 동시에 사용하여 물을 채우는 시간을 x시간이라 하면 A 수도관만으로 물을 채우는 시간은 $(2-x)$시간이므로

$\frac{1}{3}(2-x)+\left(\frac{1}{3}+\frac{2}{5}\right)x-\frac{1}{12}\times 2\geq 1$

$\frac{2}{3}-\frac{1}{3}x+\frac{11}{15}x-\frac{1}{6}\geq 1$, $20-10x+22x-5\geq 30$

$12x\geq 15$ $\quad\therefore x\geq \frac{5}{4}$

따라서 두 수도관을 동시에 사용한 시간은 $\frac{5}{4}\left(=\frac{75}{60}\right)$시간, 즉 75분 이상이어야 한다.

07 길잡이 구입한 식품 A의 양을 x g이라 하고 구입한 식품 B의 양을 x를 사용한 식으로 나타낸다.

식품 A를 x g 구입했다고 하면 구입한 가격은

$\frac{300}{100}\times x=3x$(원)

이때 두 식품 A, B를 구입한 가격의 비가 3 : 1이므로 식품 B를 구입한 양은

$3x\times\frac{1}{3}\times\frac{100}{200}=\frac{1}{2}x(\text{g})$

두 식품 A, B를 모두 섭취했을 때 얻게 되는 탄수화물의 양이 18 g 이상이므로

$\frac{15}{100}\times x+\frac{6}{100}\times\frac{1}{2}x\geq18$

$15x+3x\geq1800$

$18x\geq1800 \quad \therefore x\geq100,\ \frac{1}{2}x\geq50$

이때 두 식품 A, B를 모두 섭취했을 때 얻게 되는 열량을 P kcal라 하면

$P\geq\frac{25}{100}\times100+\frac{30}{100}\times50 \quad \therefore P\geq40$

따라서 구하는 열량은 최소 40 kcal이다.

08 길잡이 기웅이의 생일을 x월 y일이라 하면 x, y는 자연수이고 $1\leq x\leq12$임을 이용한다.

기웅이의 생일을 x월 y일이라 하면

$10y+50+x=230 \quad \therefore x=180-10y \quad \cdots$ ㉠

x는 $1\leq x\leq12$인 자연수이므로

㉠을 $1\leq x\leq12$에 대입하면 $1\leq180-10y\leq12$

$-179\leq-10y\leq-168 \quad \therefore 16.8\leq y\leq17.9$

이때 y는 자연수이므로 $y=17$이고, 이를 ㉠에 대입하면

$x=180-170=10$

따라서 기웅이의 생일은 10월 17일이다.

P. 50~51

3 서술형 완성하기

[과정은 풀이 참조]

1 -4 **2** $\frac{9}{16}$ **3** $-5\leq y<-4$ **4** $\frac{20}{3}$

5 7개 **6** 60 g **7** $x=0,\ y=1$ **8** 5 km

1 $-5\leq x<17$의 각 변에서 2를 빼면

$-7\leq x-2<15 \quad \cdots$ ㉠

㉠의 각 변에 $-\frac{3}{5}$을 곱하면

$-9<-\frac{3}{5}(x-2)\leq\frac{21}{5}$

$\therefore -9<A\leq\frac{21}{5} \quad \cdots$ (i)

A의 값이 될 수 있는 수 중 가장 큰 정수는 4, 가장 작은 정수는 -8이므로

$m=4,\ n=-8 \quad \cdots$ (ii)

$\therefore m+n=4+(-8)=-4 \quad \cdots$ (iii)

채점 기준	비율
(i) A의 값의 범위 구하기	60 %
(ii) m, n의 값 구하기	30 %
(iii) $m+n$의 값 구하기	10 %

2 $0.5x+\frac{1}{2}>ax+\frac{2}{3}a$의 양변에 6을 곱하면

$3x+3>6ax+4a,\ (3-6a)x>4a-3 \quad \cdots$ ㉠

이 부등식의 해가 $x<2$이므로 $3-6a<0$

즉, ㉠에서 $x<\frac{4a-3}{3-6a} \quad \cdots$ (i)

따라서 $\frac{4a-3}{3-6a}=2$이므로 $\cdots$ (ii)

$4a-3=6-12a,\ 16a=9$

$\therefore a=\frac{9}{16} \quad \cdots$ (iii)

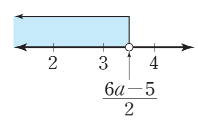
채점 기준	비율
(i) 일차부등식의 해를 a를 사용하여 나타내기	40 %
(ii) a에 대한 방정식 세우기	30 %
(iii) a의 값 구하기	30 %

3 $\frac{2x-1}{4}-\frac{x-2}{3}<\frac{a}{2}$의 양변에 12를 곱하면

$3(2x-1)-4(x-2)<6a,\ 6x-3-4x+8<6a$

$2x<6a-5 \quad \therefore x<\frac{6a-5}{2} \quad \cdots$ (i)

이를 만족시키는 자연수 x가 3개이므로 그 자연수는 1, 2, 3이다.



즉, 오른쪽 그림에서 $3<\frac{6a-5}{2}\leq4$

이므로 $\cdots$ (ii)

$6<6a-5\leq8 \quad \therefore 11<6a\leq13 \quad \cdots$ ㉠

$2y+6a=3$에서 $6a=3-2y$이므로 이를 ㉠에 대입하면

$11<3-2y\leq13,\ 8<-2y\leq10$

$\therefore -5\leq y<-4 \quad \cdots$ (iii)

채점 기준	비율
(i) 일차부등식의 해를 a를 사용하여 나타내기	30 %
(ii) a에 대한 부등식 세우기	40 %
(iii) y의 값의 범위 구하기	30 %

4 밑면의 한 변의 길이를 x라 하면 높이는 $\frac{15}{x}$이므로

$(x\times x)\times\frac{15}{x}\geq25 \quad \cdots$ (i)

$15x\geq25 \quad \therefore x\geq\frac{5}{3} \quad \cdots$ (ii)

직육면체의 밑면의 둘레의 길이는 $4x$이므로

$4x\geq4\times\frac{5}{3}=\frac{20}{3}$

따라서 직육면체의 밑면의 둘레의 길이의 최솟값은 $\frac{20}{3}$이다. $\cdots$ (iii)

채점 기준	비율
(i) 일차부등식 세우기	40 %
(ii) 일차부등식 풀기	30 %
(iii) 밑면의 둘레의 길이의 최솟값 구하기	30 %

5 삼각김밥을 x개 산다고 하면

$800\times\left(1-\frac{15}{100}\right)\times x<800\times(x-1)$ $\cdots$ (i)

$680x<800x-800$, $-120x<-800$

$\therefore\ x>\frac{20}{3}\left(=6\frac{2}{3}\right)$ $\cdots$ (ii)

따라서 삼각김밥을 7개 이상 사야 A 마트에서 사는 것이 유리하다. $\cdots$ (iii)

채점 기준	비율
(i) 일차부등식 세우기	50 %
(ii) 일차부등식 풀기	40 %
(iii) 삼각김밥을 몇 개 이상 사야 A 마트에서 사는 것이 유리한지 구하기	10 %

6 합금 A의 양을 x g이라 하면 합금 B의 양은 $(200-x)$ g이므로

$\frac{40}{100}\times x+\frac{15}{100}\times(200-x)\geq 45$ $\cdots$ (i)

$40x+15(200-x)\geq 4500$, $40x+3000-15x\geq 4500$

$25x\geq 1500$ $\quad\therefore\ x\geq 60$ $\cdots$ (ii)

따라서 합금 A는 최소 60 g이 필요하다. $\cdots$ (iii)

채점 기준	비율
(i) 일차부등식 세우기	50 %
(ii) 일차부등식 풀기	40 %
(iii) 합금 A는 최소 몇 g 필요한지 구하기	10 %

7 $-2\leq 2x-1\leq 4$에서 $-1\leq 2x\leq 5$

$\therefore\ -\frac{1}{2}\leq x\leq\frac{5}{2}$ $\cdots$ ㉠

$3\leq 4-y\leq 4$에서 $-1\leq -y\leq 0$ $\cdots$ ㉡ $\cdots$ (i)

㉠, ㉡에서 $-\frac{3}{2}\leq x-y\leq\frac{5}{2}$

$-\frac{1}{2}\leq x-y+1\leq\frac{7}{2}$ $\quad\therefore\ -\frac{1}{8}\leq\frac{x-y+1}{4}\leq\frac{7}{8}$ $\cdots$ (ii)

이때 $\frac{x-y+1}{4}$의 값이 정수이므로 $\frac{x-y+1}{4}=0$

$\therefore\ x-y=-1$ $\cdots$ ㉢ $\cdots$ (iii)

따라서 ㉠, ㉡, ㉢을 모두 만족시키는 정수 x, y의 값은

$x=0$, $y=1$ $\cdots$ (iv)

채점 기준	비율
(i) x, $-y$의 값의 범위 구하기	30 %
(ii) $\frac{x-y+1}{4}$의 값의 범위 구하기	40 %
(iii) $x-y$의 값 구하기	20 %
(iv) x, y의 값 구하기	10 %

8 역까지 걸어간 거리를 x km라 하면

뛰어간 거리는 $(7-x)$ km이고

뛰어간 속력은 시속 $\left(1+\frac{50}{100}\right)\times 4=6$(km)이므로 $\cdots$ (i)

$\frac{x}{4}+\frac{15}{60}+\frac{7-x}{6}\leq\frac{110}{60}$ $\cdots$ (ii)

$15x+15+10(7-x)\leq 110$

$5x\leq 25$ $\quad\therefore\ x\leq 5$

따라서 유리가 걸어간 거리는 최대 5 km이다. $\cdots$ (iii)

채점 기준	비율
(i) 뛰어간 속력 구하기	30 %
(ii) 일차부등식 세우기	40 %
(iii) 걸어간 거리는 최대 몇 km인지 구하기	30 %

4. 연립일차방정식

P. 54~59 개념+대표 문제 확인하기

1 ㄱ, ㄷ 2 ③ 3 (10, 1), (7, 2), (4, 3), (1, 4)
4 $\frac{3}{2}$ 5 $x=3$, $y=1$ 6 1
7 (1) $x=10$, $y=-11$ (2) $x=1$, $y=2$ 8 1
9 -1 10 -12 11 2 12 -7
13 $x=2$, $y=6$ 14 9 15 $x=4$, $y=5$
16 $a=-2$, $b\neq-6$ 17 $x=-1$, $y=\frac{1}{2}$ 18 49
19 ② 20 어른: 2000원, 어린이: 1100원 21 ①
22 어머니: 36세, 딸: 10세 23 60
24 남학생: 324명, 여학생: 196명 25 1820원
26 ② 27 40분 28 4 km 29 ⑤ 30 400 m
31 3 %의 소금물: 400 g, 6 %의 소금물: 200 g
32 합금 A: 130 g, 합금 B: 260 g

1 ㄱ. $3x-y-1=0$
ㄴ. xy의 차수는 1이 아니다.
ㄷ. $4x+y-5=0$
ㄹ. x^2의 차수는 1이 아니다.
ㅁ. 정리하면 $4x=0$이므로 미지수가 1개이다.
따라서 미지수가 2개인 일차방정식인 것은 ㄱ, ㄷ이다.

2 ① $400x+500y=2800$ ② $2x+2y=20$
③ $\frac{1}{2}xy=10$ ④ $x+3y=230$
⑤ $\frac{x+y}{30}=70$
따라서 미지수가 2개인 일차방정식이 아닌 것은 ③이다.

3 $y=1, 2, 3, \cdots$을 $x+3y=13$에 차례로 대입하면 다음 표와 같다.

x	10	7	4	1	-2	-5	$\cdots$
y	1	2	3	4	5	6	$\cdots$

따라서 x, y의 값이 자연수인 순서쌍 (x, y)는 (10, 1), (7, 2), (4, 3), (1, 4)이다.

4 $x=-5$, $y=-\frac{1}{2}$을 $x-4y+a=0$에 대입하면
$-5+2+a=0$ $\therefore a=3$
따라서 $x=3$을 $x-4y+3=0$에 대입하면
$3-4y+3=0$, $4y=6$ $\therefore y=\frac{3}{2}$

5 $3x+y=10$의 해를 구하면 (1, 7), (2, 4), (3, 1)
$x+2y=5$의 해를 구하면 (1, 2), (3, 1)
따라서 주어진 연립방정식의 해는 $x=3$, $y=1$이다.

6 $x=1-b$, $y=2$를 주어진 연립방정식에 대입하면
$\begin{cases}2(1-b)+2a=12 & \cdots ㉠\\ 3(1-b)-2=7 & \cdots ㉡\end{cases}$
㉡에서 $3-3b-2=7$ $\therefore b=-2$
$b=-2$를 ㉠에 대입하면
$6+2a=12$ $\therefore a=3$
$\therefore a+b=3+(-2)=1$

7 (1) $\begin{cases}y=9-2x & \cdots ㉠\\ 5x+4y=6 & \cdots ㉡\end{cases}$
㉠을 ㉡에 대입하면 $5x+4(9-2x)=6$
$36-3x=6$ $\therefore x=10$
$x=10$을 ㉠에 대입하면 $y=9-20=-11$
(2) $\begin{cases}2x+3y=8 & \cdots ㉠\\ 3x-8y=-13 & \cdots ㉡\end{cases}$
㉠$\times3-$㉡$\times2$를 하면 $25y=50$ $\therefore y=2$
$y=2$를 ㉠에 대입하면 $2x+6=8$ $\therefore x=1$

8 $\begin{cases}x=y+5 & \cdots ㉠\\ 2x-7y=5 & \cdots ㉡\end{cases}$
㉠을 ㉡에 대입하면 $2(y+5)-7y=5$
$-5y+10=5$ $\therefore y=1$
$y=1$을 ㉠에 대입하면 $x=1+5=6$
따라서 $a=6$, $b=1$이므로
$\frac{a}{2b}-\frac{12b}{a}=\frac{6}{2}-\frac{12}{6}=3-2=1$

9 $x=-4$, $y=3$을 $ax-by=7$에 대입하면
$-4a-3b=7$ $\cdots ㉠$
$x=2$, $y=-5$를 $ax-by=7$에 대입하면
$2a+5b=7$ $\cdots ㉡$
㉠$+$㉡$\times2$를 하면 $7b=21$ $\therefore b=3$
$b=3$을 ㉡에 대입하면 $2a+15=7$ $\therefore a=-4$
$\therefore a+b=-4+3=-1$

10 주어진 연립방정식의 해는 세 방정식을 모두 만족시키므로
연립방정식 $\begin{cases}-3x+5y=16 & \cdots ㉠\\ 4x+7y=6 & \cdots ㉡\end{cases}$의 해와 같다.
㉠$\times4+$㉡$\times3$을 하면 $41y=82$ $\therefore y=2$
$y=2$를 ㉡에 대입하면 $4x+14=6$ $\therefore x=-2$
따라서 $x=-2$, $y=2$를 $2x-9y=a-10$에 대입하면
$-4-18=a-10$ $\therefore a=-12$

11 $y=3x$이므로 $\begin{cases}5x-2y=-4 & \cdots ㉠\\ y=3x & \cdots ㉡\end{cases}$
㉡을 ㉠에 대입하면 $5x-6x=-4$ $\therefore x=4$
$x=4$를 ㉡에 대입하면 $y=12$
따라서 $x=4$, $y=12$를 $ax+y=5a+10$에 대입하면
$4a+12=5a+10$ $\therefore a=2$

12 $\begin{cases} x+3y=16 & \cdots ㉠ \\ 2x-5y=10 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 2-$㉡을 하면 $11y=22$ $\quad\therefore y=2$

$y=2$를 ㉠에 대입하면 $x+6=16$ $\quad\therefore x=10$

$x=10$, $y=2$를 연립방정식 $\begin{cases} ax+by=10 \\ 3x+by=ay+4 \end{cases}$에 대입하면

$\begin{cases} 10a+2b=10 \\ 30+2b=2a+4 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} 5a+b=5 & \cdots ㉢ \\ a-b=13 & \cdots ㉣ \end{cases}$

㉢$+$㉣을 하면 $6a=18$ $\quad\therefore a=3$

$a=3$을 ㉣에 대입하면 $3-b=13$ $\quad\therefore b=-10$

$\therefore a+b=3+(-10)=-7$

13 $\begin{cases} 5(y-x)+3=20-(x-5) \\ x:y=1:3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x-5y=-22 & \cdots ㉠ \\ y=3x & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉡을 ㉠에 대입하면 $4x-15x=-22$ $\quad\therefore x=2$

$x=2$를 ㉡에 대입하면 $y=6$

14 $\begin{cases} 0.3y-0.1x=-0.7 & \cdots ㉠ \\ \dfrac{x-1}{7}+\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{9}{7} & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 10$을 하면 $-x+3y=-7$ $\quad\cdots ㉢$

㉡$\times 21$을 하면 $3x+7y=37$ $\quad\cdots ㉣$

㉢$\times 3+$㉣을 하면 $16y=16$ $\quad\therefore y=1$

$y=1$을 ㉣에 대입하면 $3x+7=37$ $\quad\therefore x=10$

$\therefore x-y=10-1=9$

15 주어진 방정식을 연립방정식으로 나타내면

$\begin{cases} 3x-y-3=x+2y-10 \\ x+2y-10=2x-2y+6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x-3y=-7 & \cdots ㉠ \\ x-4y=-16 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$-$㉡$\times 2$를 하면 $5y=25$ $\quad\therefore y=5$

$y=5$를 ㉡에 대입하면 $x-20=-16$ $\quad\therefore x=4$

16 $\begin{cases} 6x+3y=2b & \cdots ㉠ \\ ax-y=4 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉡$\times(-3)$을 하면 $-3ax+3y=-12$ $\quad\cdots ㉢$

이때 ㉠과 ㉢의 x, y의 계수는 각각 같아야 하므로

$6=-3a$ $\quad\therefore a=-2$

상수항은 달라야 하므로 $2b\neq-12$ $\quad\therefore b\neq-6$

17 $\dfrac{1}{x}=A$, $\dfrac{1}{y}=B$로 놓으면 주어진 연립방정식은

$\begin{cases} 4A+3B=2 & \cdots ㉠ \\ 5A-2B=-9 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 2+$㉡$\times 3$을 하면 $23A=-23$ $\quad\therefore A=-1$

$A=-1$을 ㉠에 대입하면 $-4+3B=2$ $\quad\therefore B=2$

따라서 $\dfrac{1}{x}=-1$에서 $x=-1$이고, $\dfrac{1}{y}=2$에서 $y=\dfrac{1}{2}$이다.

18 처음 수의 십의 자리의 숫자를 x, 일의 자리의 숫자를 y라 하면 처음 수는 $10x+y$이고, 십의 자리의 숫자와 일의 자리의 숫자를 바꾼 수는 $10y+x$이므로

$\begin{cases} x+y=13 \\ 10y+x=(10x+y)+45 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=13 \\ -x+y=5 \end{cases}$

$\therefore x=4$, $y=9$

따라서 처음 수는 49이다.

19 서로 다른 두 수를 x, $y(x>y)$라 하면

$\begin{cases} x-y=14 \\ x=5y+2 \end{cases}$ $\quad\therefore x=17$, $y=3$

따라서 두 수는 17, 3이므로 구하는 합은 $17+3=20$이다.

20 어른의 입장료를 x원, 어린이의 입장료를 y원이라 하면

$\begin{cases} 2x+2y=6200 \\ x+3y=5300 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=3100 \\ x+3y=5300 \end{cases}$

$\therefore x=2000$, $y=1100$

따라서 어른의 입장료는 2000원, 어린이의 입장료는 1100원이다.

21 정원이 28명인 반을 x개, 29명인 반을 y개라 하면

$\begin{cases} x+y=8 \\ 28x+29y=230 \end{cases}$ $\quad\therefore x=2$, $y=6$

따라서 정원이 28명인 반은 2개이다.

22 현재 어머니의 나이를 x세, 딸의 나이를 y세라 하면

$\begin{cases} x+y=46 \\ x+13=2(y+13)+3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=46 \\ x-2y=16 \end{cases}$

$\therefore x=36$, $y=10$

따라서 현재 어머니의 나이는 36세, 딸의 나이는 10세이다.

23 처음 직사각형의 가로, 세로의 길이를 각각 x, y라 하면

$\begin{cases} 2\{(x+6)+(y+4)\}=52 \\ 2(3x+2y)=84 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=16 \\ 3x+2y=42 \end{cases}$

$\therefore x=10$, $y=6$

따라서 처음 직사각형의 넓이는 $10\times 6=60$이다.

24 작년의 남학생 수를 x명, 작년의 여학생 수를 y명이라 하면

$\begin{cases} x+y=500 \\ \dfrac{8}{100}x-\dfrac{2}{100}y=20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=500 \\ 4x-y=1000 \end{cases}$

$\therefore x=300$, $y=200$

따라서 올해의 남학생 수는 $\left(1+\dfrac{8}{100}\right)\times 300=324$(명)이고,

올해의 여학생 수는 $\left(1-\dfrac{2}{100}\right)\times 200=196$(명)이다.

25 A, B 두 상품을 산 가격을 각각 x원, y원이라 하면

$\begin{cases} x+y=3400 \\ \dfrac{30}{100}x+\dfrac{25}{100}y=920 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=3400 \\ 6x+5y=18400 \end{cases}$

$\therefore x=1400$, $y=2000$

따라서 A 상품의 판매 가격은

$\left(1+\dfrac{30}{100}\right)\times 1400=1820$(원)

26 전체 일의 양을 1이라 하고, A, B가 1일 동안 할 수 있는 일의 양을 각각 x, y라 하면

$$\begin{cases} 6x+5y=1 \\ 10x+3y=1 \end{cases} \quad \therefore x=\frac{1}{16},\ y=\frac{1}{8}$$

따라서 B가 혼자서 이 일을 마치려면 8일이 걸린다.

27 물탱크에 물을 가득 채웠을 때의 물의 양을 1이라 하고, A, B 두 호스로 1분 동안 채울 수 있는 물의 양을 각각 x, y라 하면

$$\begin{cases} 20x+30y=1 \\ 24(x+y)=1 \end{cases} \quad \therefore x=\frac{1}{40},\ y=\frac{1}{60}$$

따라서 A 호스로만 물을 가득 채우려면 40분이 걸린다.

28 올라간 거리를 x km, 내려온 거리를 y km라 하면

$$\begin{cases} x+y=10 \\ \frac{x}{3}+\frac{y}{4}=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=10 \\ 4x+3y=36 \end{cases} \quad \therefore x=6,\ y=4$$

따라서 내려온 거리는 4 km이다.

29 우철이가 뛴 거리를 x km, 연희가 자전거를 타고 달린 거리를 y km라 하면

$$\begin{cases} x+y=15 \\ \frac{x}{8}=\frac{y}{12} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=15 \\ 3x=2y \end{cases} \quad \therefore x=6,\ y=9$$

따라서 우철이가 뛴 거리는 6 km이다.

30 기차의 길이를 x m, 기차의 속력을 분속 y m라 하면

$$\begin{cases} x+1600=\frac{50}{60}y \\ x+3200=\frac{90}{60}y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6x+9600=5y \\ 2x+6400=3y \end{cases}$$

$\therefore x=400,\ y=2400$

따라서 기차의 길이는 400 m이다.

31 3 %의 소금물의 양을 x g, 6 %의 소금물의 양을 y g이라 하면

$$\begin{cases} x+y=600 \\ \frac{3}{100}x+\frac{6}{100}y=\frac{4}{100}\times 600 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=600 \\ x+2y=800 \end{cases}$$

$\therefore x=400,\ y=200$

따라서 3 %의 소금물은 400 g, 6 %의 소금물은 200 g을 섞어야 한다.

32 필요한 합금 A의 양을 x g, 합금 B의 양을 y g이라 하면

(구리의 양)$=\frac{1}{2}x+\frac{3}{4}y=390\times\frac{2}{3}$ $\cdots$ ㉠

(아연의 양)$=\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}y=390\times\frac{1}{3}$ $\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=130$, $y=260$

따라서 합금 A는 130 g, 합금 B는 260 g이 필요하다.

P. 60~67 내신 5% 따라잡기

1 ②, ④ **2** $a\neq 2$, $b\neq\frac{3}{2}$ **3** ④ **4** 4개
5 1 **6** $\frac{5}{3}$ **7** 4 : 9 **8** $x=2$, $y=4$
9 6 **10** 10 **11** $x=\frac{17}{5}$, $y=-\frac{6}{5}$ **12** 10
13 ① **14** 20 **15** -2 **16** 12 **17** ②
18 55 **19** 4 **20** ② **21** $x=-3$, $y=5$
22 3 **23** 4 **24** $-\frac{2}{9}$ **25** 54
26 재희: 10자루, 민정: 6자루 **27** ①, ⑤ **28** 78세
29 28 cm **30** $\angle A=111°$, $\angle B=30°$
31 남자: 54명, 여자: 42명 **32** 600명
33 공장 A: 13200개, 공장 B: 7600개
34 라켓: 220000원, 운동복: 140000원 **35** 50개
36 12960원, 10710원 **37** 8시간 **38** 1 km
39 연우: 분속 95 m, 지현: 분속 45 m
40 강물: 시속 3 km, 배: 시속 9 km
41 A: 100 g, B: 200 g
42 달걀: 100 g, 우유: 200 g **43** $x=12$, $y=10$
44 75개 **45** 0.8

1 ① $x^2+x-y+2=0$
③ 분모에 미지수가 있으면 일차방정식이 아니다.
④ $3x+y=0$
⑤ $7y-1=0$
따라서 미지수가 2개인 일차방정식인 것은 ②, ④이다.

2 $ax+by+2=2x-(b-3)y+3$에서
$(a-2)x+(2b-3)y-1=0$
이 식이 미지수가 2개인 일차방정식이 되려면
$a-2\neq 0$, $2b-3\neq 0$ $\quad\therefore a\neq 2$, $b\neq\frac{3}{2}$

3 $6x+5y=240$에서 $x=40-\frac{5}{6}y$ $\cdots$ ㉠
이때 x가 자연수이므로 y는 6의 배수이어야 한다.
$y=6, 12, 18, \cdots$을 ㉠에 차례로 대입하여 x의 값이 자연수인 순서쌍 (x, y)를 구하면 $(35, 6)$, $(30, 12)$, $(25, 18)$, $(20, 24)$, $(15, 30)$, $(10, 36)$, $(5, 42)$의 7개이다.

4 $(3x-8)\triangle 2y=3(3x-8)-4y=9x-4y-24$,
$(1-2y)\triangle(-3x)=3(1-2y)+6x=6x-6y+3$이므로
$9x-4y-24=6x-6y+3$ $\quad\therefore 3x+2y=27$ $\cdots$ ㉠
$x=1, 2, 3, \cdots$을 ㉠에 차례로 대입하면 다음 표와 같다.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	$\cdots$
y	12	$\frac{21}{2}$	9	$\frac{15}{2}$	6	$\frac{9}{2}$	3	$\frac{3}{2}$	0	$\cdots$

따라서 x, y의 값이 자연수인 순서쌍 (x, y)는 $(1, 12)$, $(3, 9)$, $(5, 6)$, $(7, 3)$의 4개이다.

5 $x=1$, $y=2$를 $(a+b)x+(2a-3b)y=0$에 대입하면

$a+b+2(2a-3b)=0$

$a-b=0 \qquad \therefore a=b$

$a=b$를 $ax+2b-3a=4by$에 대입하면

$bx+2b-3b=4by$, $bx-4by=b$

$\therefore x-4y=1$ ($\because b\neq0$)

6 $0.\dot{x}\dot{y}-0.\dot{y}\dot{x}=0.\dot{2}\dot{7}$이므로

$\dfrac{10x+y}{99}-\dfrac{10y+x}{99}=\dfrac{27}{99}$, $10x+y-(10y+x)=27$

$9x-9y=27 \qquad \therefore x-y=3 \qquad \cdots$ ㉠

$y=1, 2, 3, \cdots, 9$를 ㉠에 차례로 대입하여 x의 값이 한 자리의 자연수인 순서쌍 (x, y)를 구하면 $(4, 1)$, $(5, 2)$, $(6, 3)$, $(7, 4)$, $(8, 5)$, $(9, 6)$이다.

따라서 $0.\dot{x}\dot{y}+0.\dot{y}\dot{x}$의 최댓값은 x, y의 값이 최대일 때, 즉 $x=9$, $y=6$일 때이므로

$$0.\dot{x}\dot{y}+0.\dot{y}\dot{x}=0.\dot{9}\dot{6}+0.\dot{6}\dot{9}=\frac{96}{99}+\frac{69}{99}$$
$$=\frac{165}{99}=\frac{5}{3}$$

7 $\begin{cases}6x+4y=3x+4a\\12x-7y=5y-5a\end{cases}$ ⇨ $\begin{cases}3x+4y=4a & \cdots ㉠\\12x-12y=-5a & \cdots ㉡\end{cases}$

㉠$\times3+$㉡을 하면 $21x=7a \qquad \therefore x=\dfrac{a}{3}$

$x=\dfrac{a}{3}$를 ㉠에 대입하면 $a+4y=4a \qquad \therefore y=\dfrac{3a}{4}$

$\therefore x:y=\dfrac{a}{3}:\dfrac{3a}{4}=\dfrac{4a}{12}:\dfrac{9a}{12}=4:9$

8 x와 y의 값의 비가 $1:2$이므로 $y=2x \qquad \cdots$ ㉠

㉠을 주어진 연립방정식에 대입하면

$\begin{cases}3x-4x+5=a\\x+8x-5a=3\end{cases}$ ⇨ $\begin{cases}x+a=5 & \cdots ㉡\\9x-5a=3 & \cdots ㉢\end{cases}$

㉡$\times5+$㉢을 하면 $14x=28 \qquad \therefore x=2$

$x=2$를 ㉠에 대입하면 $y=4$

따라서 주어진 연립방정식의 해는 $x=2$, $y=4$이다.

참고 $x=2$를 ㉡ 또는 ㉢에 대입해도 $a=3$이다.

9 주어진 연립방정식의 해는 네 방정식을 모두 만족시키므로

연립방정식 $\begin{cases}3x-2y=5 & \cdots ㉠\\2x+7y=-5 & \cdots ㉡\end{cases}$의 해와 같다.

㉠$\times2-$㉡$\times3$을 하면 $-25y=25 \qquad \therefore y=-1$

$y=-1$을 ㉠에 대입하면 $3x+2=5 \qquad \therefore x=1$

$x=1$, $y=-1$을 $\begin{cases}ax+2by=-1\\3ax-by=11\end{cases}$에 대입하면

$\begin{cases}a-2b=-1 & \cdots ㉢\\3a+b=11 & \cdots ㉣\end{cases}$

㉢$+$㉣$\times2$를 하면 $7a=21 \qquad \therefore a=3$

$a=3$을 ㉣에 대입하면 $9+b=11 \qquad \therefore b=2$

$\therefore ab=3\times2=6$

10 $\begin{cases}5x+2y=17 & \cdots ㉠\\ax+y=5 & \cdots ㉡\end{cases}$

㉠$-$㉡$\times2$를 하면 $(5-2a)x=7 \qquad \therefore x=\dfrac{7}{5-2a}$

이때 x가 정수이려면 $5-2a$는 -7, -1, 1, 7이어야 한다.

$5-2a=-7$일 때 $a=6$, $5-2a=-1$일 때 $a=3$,

$5-2a=1$일 때 $a=2$, $5-2a=7$일 때 $a=-1$

따라서 모든 정수 a의 값의 합은

$6+3+2+(-1)=10$

11 a와 b를 서로 바꾸어 놓은 연립방정식 $\begin{cases}bx+ay=1\\by-ax=-8\end{cases}$의 해가 $x=2$, $y=-3$이므로

$\begin{cases}2b-3a=1\\-3b-2a=-8\end{cases}$, 즉 $\begin{cases}-3a+2b=1 & \cdots ㉠\\2a+3b=8 & \cdots ㉡\end{cases}$

㉠$\times2+$㉡$\times3$을 하면 $13b=26 \qquad \therefore b=2$

$b=2$를 ㉡에 대입하면 $2a+6=8 \qquad \therefore a=1$

따라서 처음 연립방정식은 $\begin{cases}x+2y=1 & \cdots ㉢\\-2x+y=-8 & \cdots ㉣\end{cases}$이므로

㉢$\times2+$㉣을 하면 $5y=-6 \qquad \therefore y=-\dfrac{6}{5}$

$y=-\dfrac{6}{5}$을 ㉢에 대입하면 $x-\dfrac{12}{5}=1 \qquad \therefore x=\dfrac{17}{5}$

12 $\begin{cases}ax+by=7\\cx-3y=1\end{cases}$에 $x=2$, $y=3$을 대입하면

$\begin{cases}2a+3b=7 & \cdots ㉠\\2c-9=1 & \cdots ㉡\end{cases}$

㉡에서 $2c=10 \qquad \therefore c=5$

또 $x=11$, $y=-15$를 $ax+by=7$에 대입하면

$11a-15b=7 \qquad \cdots$ ㉢

㉠$\times5+$㉢을 하면 $21a=42 \qquad \therefore a=2$

$a=2$를 ㉢에 대입하면 $22-15b=7 \qquad \therefore b=1$

$\therefore abc=2\times1\times5=10$

13 주어진 연립방정식에서 순환소수를 분수로 나타내면

$\begin{cases}\dfrac{2}{9}x+\dfrac{1}{9}y=\dfrac{7}{9}\\[2mm]\dfrac{3}{90}x-\dfrac{2}{90}y=\dfrac{7}{90}\end{cases}$ ⇨ $\begin{cases}2x+y=7 & \cdots ㉠\\3x-2y=7 & \cdots ㉡\end{cases}$

㉠$\times2+$㉡을 하면 $7x=21 \qquad \therefore x=3$

$x=3$을 ㉠에 대입하면 $6+y=7 \qquad \therefore y=1$

따라서 $a=3$, $b=1$이므로 $a+b=3+1=4$

14 $(x+7):(3y-2)=3:4$에서 $3(3y-2)=4(x+7)$

$9y-6=4x+28 \qquad \therefore 4x-9y=-34 \qquad \cdots$ ㉠

$(x+3y):(y-x)=1:3$에서 $y-x=3(x+3y)$

$y-x=3x+9y \qquad \therefore x=-2y \qquad \cdots$ ㉡

㉡을 ㉠에 대입하면 $-8y-9y=-34 \qquad \therefore y=2$

$y=2$를 ㉡에 대입하면 $x=-4$

$\therefore x^2+y^2=(-4)^2+2^2=16+4=20$

15 $\begin{cases} 2(x+y-3)+y=-2 \\ 2x-7(y+3)=23 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x+3y=4 & \cdots ㉠ \\ 2x-7y=44 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠−㉡을 하면 $10y=-40$ $\quad\therefore y=-4$

$y=-4$를 ㉠에 대입하면 $2x-12=4$ $\quad\therefore x=8$

$x=8$, $y=-4$를 $2x-ay=8$에 대입하면

$16+4a=8$ $\quad\therefore a=-2$

16 $x-y>0$에서 $x>y$이고, $xy<0$이므로 $x>0$, $y<0$

즉, $|x|=x$, $|y|=-y$이므로 주어진 연립방정식은

$\begin{cases} 4x+2y=6 \\ x-3y=5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x+y=3 & \cdots ㉠ \\ x-3y=5 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠−㉡×2를 하면 $7y=-7$ $\quad\therefore y=-1$

$y=-1$을 ㉡에 대입하면 $x+3=5$ $\quad\therefore x=2$

따라서 $a=2$, $b=-1$이므로 $a-10b=2+10=12$

17 $\begin{cases} \frac{1}{4}x+y=6 & \cdots ㉠ \\ \frac{3x-2y}{6}-\frac{2x+4y}{3}=a & \cdots ㉡ \end{cases}$

x의 값이 y의 값의 4배이므로 $x=4y$ $\quad\cdots ㉢$

㉢을 ㉠에 대입하면 $y+y=6$ $\quad\therefore y=3$

$y=3$을 ㉢에 대입하면 $x=12$

따라서 $x=12$, $y=3$을 ㉡에 대입하면

$\frac{36-6}{6}-\frac{24+12}{3}=a$ $\quad\therefore a=-7$

18 $\begin{cases} 0.4x+0.3y=5 \\ \frac{x}{5}+\frac{2y}{5}=-5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x+3y=50 & \cdots ㉠ \\ x+2y=-25 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠−㉡×4를 하면 $-5y=150$ $\quad\therefore y=-30$

$y=-30$을 ㉡에 대입하면 $x-60=-25$ $\quad\therefore x=35$

$x=35$, $y=-30$을 $(2x+y):(x+a+y)=2:3$에 대입하면

$40:(5+a)=2:3$, $10+2a=120$ $\quad\therefore a=55$

19 $2^{7x+2}\div 4^{y-2}=16^{x+2}$에서

$2^{7x+2}\div 2^{2(y-2)}=2^{4(x+2)}$, $2^{7x+2-2(y-2)}=2^{4(x+2)}$

$7x+2-2(y-2)=4(x+2)$ $\quad\therefore 3x-2y=2$ $\quad\cdots ㉠$

$3^{5x}\div 9^{y-1}=27^{x-2}$에서

$3^{5x}\div 3^{2(y-1)}=3^{3(x-2)}$, $3^{5x-2(y-1)}=3^{3(x-2)}$

$5x-2(y-1)=3(x-2)$ $\quad\therefore x-y=-4$ $\quad\cdots ㉡$

㉠−㉡×2를 하면 $x=10$

$x=10$을 ㉡에 대입하면 $10-y=-4$ $\quad\therefore y=14$

따라서 $x=10$, $y=14$를 $(k+2)x-ky=4$에 대입하면

$10(k+2)-14k=4$ $\quad\therefore k=4$

20 $x=4$, $y=3$을 주어진 방정식에 대입하면

$4a+3b=3(4a-3b)-12=15$

즉, $\begin{cases} 4a+3b=15 \\ 3(4a-3b)-12=15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4a+3b=15 & \cdots ㉠ \\ 4a-3b=9 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠+㉡을 하면 $8a=24$ $\quad\therefore a=3$

$a=3$을 ㉠에 대입하면 $12+3b=15$ $\quad\therefore b=1$

$\therefore ab=3\times1=3$

21 주어진 방정식을 연립방정식으로 나타내면

$\begin{cases} 1.5x+\frac{y}{2}=x-y+6 & \cdots ㉠ \\ \frac{3x-y}{7}=x-y+6 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×10을 하면 $15x+5y=10x-10y+60$

$5x+15y=60$ $\quad\therefore x+3y=12$ $\quad\cdots ㉢$

㉡×7을 하면 $3x-y=7x-7y+42$

$-4x+6y=42$ $\quad\therefore -2x+3y=21$ $\quad\cdots ㉣$

㉢−㉣을 하면 $3x=-9$ $\quad\therefore x=-3$

$x=-3$을 ㉢에 대입하면 $-3+3y=12$ $\quad\therefore y=5$

22 주어진 방정식을 각각 연립방정식으로 나타내면

$\begin{cases} (a+1)x-2by=x-2 \\ 3x+2y=x-2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ax-2by=-2 & \cdots ㉠ \\ x+y=-1 & \cdots ㉡ \end{cases}$

$\begin{cases} -3ax+(b-1)y=16-y \\ -4x+y=16-y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3ax+by=16 & \cdots ㉢ \\ -2x+y=8 & \cdots ㉣ \end{cases}$

㉡−㉣을 하면 $3x=-9$ $\quad\therefore x=-3$

$x=-3$을 ㉡에 대입하면 $-3+y=-1$ $\quad\therefore y=2$

따라서 $x=-3$, $y=2$를 ㉠, ㉢에 각각 대입하면

$\begin{cases} -3a-4b=-2 & \cdots ㉤ \\ 9a+2b=16 & \cdots ㉥ \end{cases}$

㉤+㉥×2를 하면 $15a=30$ $\quad\therefore a=2$

$a=2$를 ㉥에 대입하면 $18+2b=16$ $\quad\therefore b=-1$

$\therefore a-b=2-(-1)=3$

23 $\begin{cases} ax+y=x+1 \\ x+by=y+1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (a-1)x+y=1 & \cdots ㉠ \\ x+(b-1)y=1 & \cdots ㉡ \end{cases}$

이때 ㉠과 ㉡이 일치해야 하므로

$a-1=1$, $b-1=1$에서 $a=2$, $b=2$

$\therefore a+b=2+2=4$

24 $\frac{1}{2x}=A$, $\frac{1}{3y}=B$라 하면 $\begin{cases} 3A+5B=2 & \cdots ㉠ \\ 3A-7B=8 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠−㉡을 하면 $12B=-6$ $\quad\therefore B=-\frac{1}{2}$

$B=-\frac{1}{2}$을 ㉠에 대입하면 $3A-\frac{5}{2}=2$ $\quad\therefore A=\frac{3}{2}$

$A=\frac{1}{2x}=\frac{3}{2}$에서 $6x=2$ $\quad\therefore x=\frac{1}{3}$

$B=\frac{1}{3y}=-\frac{1}{2}$에서 $3y=-2$ $\quad\therefore y=-\frac{2}{3}$

따라서 $a=\frac{1}{3}$, $b=-\frac{2}{3}$이므로 $ab=\frac{1}{3}\times\left(-\frac{2}{3}\right)=-\frac{2}{9}$

25 처음 수의 십의 자리의 숫자를 x, 일의 자리의 숫자를 y라 하면

$\begin{cases} 10x+y=6(x+y) \\ 10y+x=(10x+y)-9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x=5y \\ x-y=1 \end{cases}$

$\therefore x=5$, $y=4$

따라서 처음 수는 54이다.

26 재희와 민정이가 가진 볼펜의 개수를 각각 x자루, y자루라 하면

$\begin{cases} x-2=y+2 \\ x+2=3(y-2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-y=4 \\ x-3y=-8 \end{cases}$ $\quad\therefore x=10,\ y=6$

따라서 재희가 가진 볼펜의 개수는 10자루, 민정이가 가진 볼펜의 개수는 6자루이다.

27 ①, ④ 오렌지 주스를 x병, 물을 y병 샀다고 하면

$\begin{cases} x+2+4+y=12 \\ 1500x+3600+4000+950y=14950 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} x+y=6 \\ 30x+19y=147 \end{cases}$ $\quad\therefore x=3,\ y=3$

즉, 오렌지 주스를 3병, 물을 3병 샀다.

② 오렌지 주스 3병의 값은 $1500\times3=4500$(원)

③ 자몽 주스의 단가는 $3600\div2=1800$(원)

⑤ 물 3병의 값은 $950\times3=2850$(원)

따라서 옳지 않은 것은 ①, ⑤이다.

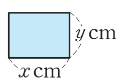
28 현재 할머니의 나이를 x세, 손자의 나이를 y세라 하면

$\begin{cases} x-10=15(y-10) \\ (x+8)+(y+8)=100 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-15y=-140 \\ x+y=84 \end{cases}$

$\therefore x=70,\ y=14$

따라서 현재 할머니의 나이는 70세이므로 8년 후의 할머니의 나이는 $70+8=78$(세)이다.

29 오른쪽 그림과 같이 작은 직사각형 한 개의 가로, 세로의 길이를 각각 x cm, y cm라 하면



$\begin{cases} 3x=4y \\ 2\{3x+(x+2y)\}=88 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x=4y \\ 2x+y=22 \end{cases}$ $\quad\therefore x=8,\ y=6$

따라서 작은 직사각형 한 개의 가로, 세로의 길이는 각각 8 cm, 6 cm이므로 둘레의 길이는 $2(8+6)=28$(cm)이다.

30 $\angle A=x°$, $\angle B=y°$라 하면

$\begin{cases} x=3y+21 \\ x+y=141 \end{cases}$ $\quad\therefore x=111,\ y=30$

따라서 $\angle A$, $\angle B$의 크기는 각각 $111°$, $30°$이다.

31 남자 회원 수를 x명, 여자 회원 수를 y명이라 하면

$\begin{cases} x+y=96 \\ \frac{1}{9}x+\frac{1}{7}y=\frac{1}{8}\times96 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=96 \\ 7x+9y=756 \end{cases}$ $\quad\therefore x=54,\ y=42$

따라서 남자 회원 수는 54명, 여자 회원 수는 42명이다.

32 합격자 중 남자는 $400\times\frac{5}{5+3}=250$(명),

합격자 중 여자는 $400\times\frac{3}{5+3}=150$(명)

입사 지원자 중 남자의 수를 x명, 여자의 수를 y명이라 하면

$\begin{cases} x:y=2:1 \\ (x-250):(y-150)=3:1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=2y \\ x-3y=-200 \end{cases}$

$\therefore x=400,\ y=200$

따라서 입사 지원자 중 남자의 수는 400명, 여자의 수는 200명이므로 전체 입사 지원자는 $400+200=600$(명)이다.

33 작년에 두 공장 A, B에서 만든 USB 메모리의 개수를 각각 x개, y개라 하면

$\begin{cases} x+y=20000 \\ \frac{10}{100}x-\frac{5}{100}y=\frac{4}{100}\times20000 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=20000 \\ 2x-y=16000 \end{cases}$

$\therefore x=12000,\ y=8000$

따라서 올해 공장 A에서 생산한 USB 메모리의 개수는

$\left(1+\frac{10}{100}\right)\times12000=13200$(개),

공장 B에서 생산한 USB 메모리의 개수는

$\left(1-\frac{5}{100}\right)\times8000=7600$(개)이다.

34 작년의 배드민턴 라켓 한 세트의 가격을 x원, 운동복 한 벌의 가격을 y원이라 하면

$\begin{cases} \left(1+\frac{10}{100}\right)x+\left(1+\frac{40}{100}\right)y=360000 \\ \left(1+\frac{20}{100}\right)(x+y)=360000 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} 11x+14y=3600000 \\ x+y=300000 \end{cases}$ $\quad\therefore x=200000,\ y=100000$

따라서 올해 구입한 배드민턴 라켓 한 세트의 가격은

$\left(1+\frac{10}{100}\right)\times200000=220000$(원),

운동복 한 벌의 가격은

$\left(1+\frac{40}{100}\right)\times100000=140000$(원)이다.

35 물건 A를 x개, 물건 B를 y개 샀다고 하면

(물건 A 1개의 이익)$=500\times0.1=50$(원)

(물건 B 1개의 이익)$=600\times0.15=90$(원)

$\begin{cases} 500x+600y=50000 \\ 50x+90y=6500 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x+6y=500 \\ 5x+9y=650 \end{cases}$

$\therefore x=40,\ y=50$

따라서 물건 A는 40개, 물건 B는 50개를 샀으므로 더 많이 산 물건의 개수는 50개이다.

36 두 종류의 음악 CD의 정가를 각각 x원, y원이라 하면 (단, $x>y$)

$\begin{cases} x-y=2500 \\ \left(1-\frac{10}{100}\right)x+\left(1-\frac{10}{100}\right)y=23670 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-y=2500 \\ x+y=26300 \end{cases}$

$\therefore x=14400,\ y=11900$

따라서 두 종류의 음악 CD의 판매 가격은 각각

$14400\times\left(1-\frac{10}{100}\right)=12960$(원),

$11900\times\left(1-\frac{10}{100}\right)=10710$(원)이다.

37 전체 일의 양을 1이라 하고, 민아와 솔지가 1시간 동안 할 수 있는 일의 양을 각각 x, y라 하면

$\begin{cases} 4x+10y=1 \\ 6(x+y)+3y=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x+10y=1 \\ 6x+9y=1 \end{cases}$

$\therefore x=\frac{1}{24}, y=\frac{1}{12}$

따라서 민아와 솔지가 함께 하면

$1\div\left(\frac{1}{24}+\frac{1}{12}\right)=1\div\frac{1}{8}=8$(시간)이 걸린다.

38 재경이가 걸어간 거리를 x km, 뛰어간 거리를 y km라 하면 출발한 지 1시간 6분 만에 도서관에 도착했으므로

$\begin{cases} x+y=3 \\ \frac{x}{4}+\frac{30}{60}+\frac{y}{10}=\frac{66}{60} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=3 \\ 5x+2y=12 \end{cases}$

$\therefore x=2, y=1$

따라서 재경이가 뛰어간 거리는 1 km이다.

39 연우의 속력을 분속 x m, 지현이의 속력을 분속 y m라 하면 (단, $x>y$)

$\begin{cases} 70x-70y=3500 \\ 20x+20y=3500-700 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-y=50 \\ x+y=140 \end{cases}$

$\therefore x=95, y=45$

따라서 연우의 속력은 분속 95 m, 지현이의 속력은 분속 45 m이다.

40 강물의 속력을 시속 x km, 정지한 물에서의 배의 속력을 시속 y km라 하면

$\begin{cases} (y-x)\times\frac{80}{60}=8 \\ (x+y)\times\frac{40}{60}=8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-y=-6 \\ x+y=12 \end{cases}$

$\therefore x=3, y=9$

따라서 강물의 속력은 시속 3 km, 정지한 물에서의 배의 속력은 시속 9 km이다.

참고 강물의 속력을 x, 정지한 물에서의 배의 속력을 y, 강을 거슬러 올라갈 때 걸린 시간을 a, 강을 따라 내려올 때 걸린 시간을 b라 하면

① (강을 거슬러 올라갈 때의 배의 속력)$=y-x$

② (강을 따라 내려올 때의 배의 속력)$=x+y$

③ (강의 길이)$=(y-x)\times a=(x+y)\times b$

41 소금물 A의 처음의 양을 x g, 소금물 B의 처음의 양을 y g이라 하면 더 부은 물의 양은 $2x$ g이므로

$\begin{cases} x+y+2x=500 \\ \frac{4}{100}x+\frac{3}{100}y=\frac{2}{100}\times500 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x+y=500 \\ 4x+3y=1000 \end{cases}$

$\therefore x=100, y=200$

따라서 소금물 A의 처음의 양은 100 g, 소금물 B의 처음의 양은 200 g이다.

42 섭취해야 하는 달걀, 우유의 양을 각각 x g, y g이라 하면

$\begin{cases} \frac{160}{100}x+\frac{60}{100}y=280 \\ \frac{12}{100}x+\frac{3}{100}y=18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 8x+3y=1400 \\ 4x+y=600 \end{cases}$

$\therefore x=100, y=200$

따라서 섭취해야 하는 달걀, 우유의 양은 각각 100 g, 200 g이다.

43 길잡이 먼저 주어진 그림을 주어진 연산에 따라 식으로 나타낸다.

$x\div3+0.7\times y=11$에서 $\frac{1}{3}x+\frac{7}{10}y=11$ ⋯ ㉠

$5x\div4-2y\div5=11$에서 $\frac{5}{4}x-\frac{2}{5}y=11$ ⋯ ㉡

㉠$\times30$을 하면 $10x+21y=330$ ⋯ ㉢

㉡$\times20$을 하면 $25x-8y=220$ ⋯ ㉣

㉢, ㉣을 연립하여 풀면 $x=12, y=10$

44 길잡이 선준, 재신, 용하의 동전의 개수와 동전의 총금액에 대한 식을 각각 세운다.

12000원을 세 명이 똑같이 나누었으므로 각각 4000원씩 가졌다.

선준이가 가진 100원짜리와 500원짜리 동전의 개수를 각각 a개, b개라 하면

$\begin{cases} a+b=16 \\ 100a+500b=4000 \end{cases}$ $\therefore a=10, b=6$

재신이가 가진 동전의 개수는 선준이가 가진 동전의 개수의 2배이므로 재신이가 가진 100원짜리와 500원짜리 동전의 개수를 각각 c개, d개라 하면

$\begin{cases} c+d=32 \\ 100c+500d=4000 \end{cases}$ $\therefore c=30, d=2$

용하가 가진 100원짜리 동전과 500원짜리 동전의 개수를 각각 x개, y개라 하면

$100x+500y=4000$ ⋯ ㉠

x, y의 값이 자연수이므로 ㉠의 해를 구하면 (5, 7), (10, 6), (15, 5), (20, 4), (25, 3), (30, 2), (35, 1)이다.

이때 용하의 동전의 개수가 가장 많으므로

$x=35, y=1$

따라서 저금통에 들어 있던 100원짜리 동전의 개수는 $10+30+35=75$(개)이다.

45 길잡이 승 수를 x, 무승부 수를 y로 놓고 주어진 승률 계산 방법을 이용하여 식을 세운다.

이 팀이 x승 y무 8패를 하였다고 하면

$x+y+8=50$에서 $x+y=42$ ⋯ ㉠

1997년 방식으로 계산한 승률은

$\frac{x+0.5y}{50}=0.74$에서 $2x+y=74$ ⋯ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=32, y=10$

따라서 이 팀은 32승을 하였으므로 2018년 방식으로 계산한 승률은 $\frac{32}{32+8}=\frac{32}{40}=0.8$

P. 68~71 **내신 1% 뛰어넘기**

01 -6	**02** 17	**03** $(1, 1)$, $(2, 2)$	**04** -10
05 2	**06** $1:2:1$	**07** 6일	**08** 60만 원
09 9 km	**10** 3분 48초	**11** 1.8 %	**12** 13 g

01 길잡이 주어진 연립방정식의 해를 $x=p$, $y=q$라 하면 해 x, y에서 각각 1을 뺀 것을 해로 갖는 연립방정식의 해는 $x=p-1$, $y=q-1$이다.

$\begin{cases} 5x+8y=1 \\ 7x+ay=41 \end{cases}$의 해를 $x=p$, $y=q$라 하면

$\begin{cases} 5p+8q=1 & \cdots ㉠ \\ 7p+aq=41 & \cdots ㉡ \end{cases}$

이때 $\begin{cases} bx-4y=28 \\ 6x+7y=-4 \end{cases}$의 해는 $x=p-1$, $y=q-1$이므로

$\begin{cases} b(p-1)-4(q-1)=28 \\ 6(p-1)+7(q-1)=-4 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} bp-4q=24+b & \cdots ㉢ \\ 6p+7q=9 & \cdots ㉣ \end{cases}$

㉠$\times 6-$㉣$\times 5$를 하면 $13q=-39$ $\quad\therefore q=-3$

$q=-3$을 ㉠에 대입하면 $5p-24=1$ $\quad\therefore p=5$

$p=5$, $q=-3$을 ㉡에 대입하면 $35-3a=41$ $\quad\therefore a=-2$

$p=5$, $q=-3$을 ㉢에 대입하면 $5b+12=24+b$ $\quad\therefore b=3$

$\therefore ab=(-2)\times 3=-6$

02 길잡이 $y=mx-5$를 다른 한 식에 대입한 후 m이 자연수가 되기 위한 조건을 생각한다.

$y=mx-5$를 $4x+3y=40$에 대입하면

$4x+3(mx-5)=40$, $(4+3m)x=55$

이때 m은 자연수이므로 $4+3m\ge 7$이고 $4+3m$은 55의 약수이므로 $4+3m=11$ 또는 $4+3m=55$

(i) $4+3m=11$일 때, $m=\frac{7}{3}$이므로 자연수가 아니다.

(ii) $4+3m=55$일 때, $m=17$

따라서 (i), (ii)에 의해 $m=17$

03 길잡이 $xy=1$인 경우와 $xy\neq 1$인 경우로 나누어 생각한다.

$\begin{cases} x^{x+y}=y^4 & \cdots ㉠ \\ y^{x+y}=x^4 & \cdots ㉡ \end{cases}$에서 ㉠$\times$㉡을 하면 $(xy)^{x+y}=(xy)^4$

(i) $xy=1$일 때, 즉 $x=1$, $y=1$일 때 $\begin{cases} 1^{1+1}=1^4 \\ 1^{1+1}=1^4 \end{cases}$이므로 등식이 모두 성립한다.

(ii) $xy\neq 1$일 때, $x+y=4$

이때 $x+y=4$를 만족시키는 자연수 x, y의 순서쌍 (x, y)는 $(1, 3)$, $(2, 2)$, $(3, 1)$이다.

$x=1$, $y=3$이면 $\begin{cases} 1^4=3^4 \\ 3^4=1^4 \end{cases}$이므로 모순이다.

$x=2$, $y=2$이면 $\begin{cases} 2^4=2^4 \\ 2^4=2^4 \end{cases}$이므로 등식이 모두 성립한다.

$x=3$, $y=1$이면 $\begin{cases} 3^4=1^4 \\ 1^4=3^4 \end{cases}$이므로 모순이다.

따라서 (i), (ii)에 의해 구하는 순서쌍 (x, y)는 $(1, 1)$, $(2, 2)$이다.

04 길잡이 $\frac{1}{x-2y}=A$, $\frac{1}{x+2y}=B$로 놓고 A, B에 대한 연립방정식을 푼다.

$\frac{1}{x-2y}=A$, $\frac{1}{x+2y}=B$라 하면

$\begin{cases} \frac{5}{2}A-B=4 \\ 7A-\frac{5}{2}B=13 \end{cases}$ ⇨ $\begin{cases} 5A-2B=8 & \cdots ㉠ \\ 14A-5B=26 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 5-$㉡$\times 2$를 하면 $-3A=-12$ $\quad\therefore A=4$

$A=4$를 ㉠에 대입하면 $20-2B=8$ $\quad\therefore B=6$

즉, $A=\frac{1}{x-2y}=4$, $B=\frac{1}{x+2y}=6$이므로

$\begin{cases} x-2y=\frac{1}{4} & \cdots ㉢ \\ x+2y=\frac{1}{6} & \cdots ㉣ \end{cases}$

㉢+㉣을 하면 $2x=\frac{5}{12}$ $\quad\therefore x=\frac{5}{24}$

$x=\frac{5}{24}$를 ㉣에 대입하면 $\frac{5}{24}+2y=\frac{1}{6}$ $\quad\therefore y=-\frac{1}{48}$

따라서 $a=\frac{5}{24}$, $b=-\frac{1}{48}$이므로

$\frac{a}{b}=\frac{5}{24}\div\left(-\frac{1}{48}\right)=\frac{5}{24}\times(-48)=-10$

05 길잡이 $a+b=A$, $ab=B$로 놓고 A, B에 대한 연립방정식을 푼다.

$\begin{cases} 5ab-4a-4b=-6 \\ 5a+4ab+5b=28 \end{cases}$ ⇨ $\begin{cases} -4(a+b)+5ab=-6 \\ 5(a+b)+4ab=28 \end{cases}$

$a+b=A$, $ab=B$라 하면 $\begin{cases} -4A+5B=-6 & \cdots ㉠ \\ 5A+4B=28 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 5+$㉡$\times 4$를 하면 $41B=82$ $\quad\therefore B=2$

$B=2$를 ㉡에 대입하면 $5A+8=28$ $\quad\therefore A=4$

따라서 $a+b=4$, $ab=2$이므로 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{a+b}{ab}=\frac{4}{2}=2$

06 길잡이 계단을 올라가는 것은 $+$, 계단을 내려가는 것은 $-$로 생각하여 연립방정식을 세운다.

수빈이가 이긴 횟수를 x번, 주하가 이긴 횟수를 y번이라 하면 비긴 횟수는 $\{20-(x+y)\}$번이므로

$\begin{cases} 3x-2y-\{20-(x+y)\}=-10 \\ -2x+3y-\{20-(x+y)\}=15 \end{cases}$

⇨ $\begin{cases} 4x-y=10 \\ -x+4y=35 \end{cases}$ $\quad\therefore x=5$, $y=10$

$\therefore x:y:\{20-(x+y)\}=5:10:5=1:2:1$

07 길잡이 $\begin{cases} \text{(연주한 시간의 합에 대한 식)} \\ \text{(피아노를 친 날수에 대한 식)} \end{cases}$으로 연립방정식을 세운다.

피아노를 친 시간의 합이 1680분이고, 하루 평균이 210분이므로 피아노를 친 날수는 $\frac{1680}{210}=8$(일)이다.

학교에 간 날수를 x일, 가지 않은 날수를 y일이라 하면

$\begin{cases} 180x+300y=1680 \\ x+y=8 \end{cases}$ ⇨ $\begin{cases} 3x+5y=28 \\ x+y=8 \end{cases}$ $\quad\therefore x=6$, $y=2$

따라서 학교에 간 날수는 총 6일이다.

08 길잡이 (부족한 금액)=(1인당 더 부담하는 비용)×(남은 인원수)임을 이용하여 연립방정식을 세운다.

처음 축구 동아리의 학생 수를 x명, 처음의 1인당 부담해야 할 비용을 y만 원이라 하면

5명이 나간 후 부족한 금액은 $5y$만 원이므로

$5y=1\times(x-5)$ … ㉠

3명이 더 나간 후 부족한 금액은 $8y$만 원이므로

$8y=2\times(x-8)$ … ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=20$, $y=3$

따라서 축구 장비의 가격은 $20\times3=60$(만 원)이다.

09 길잡이 형진이의 속력을 분속 x m라 하면 처음 진서의 속력은 분속 $2x$ m, 1.5배로 올린 속력은 분속 $2x\times1.5=3x$(m)임을 이용하여 연립방정식을 세운다.

형진이의 속력을 분속 x m, 호수의 둘레의 길이를 y m라 하면

$\begin{cases}45\times x+45\times2x=y\\30\times x+30\times3x=y-1000\end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases}135x=y\\120x-y=-1000\end{cases}$ $\therefore x=\frac{200}{3}$, $y=9000$

따라서 호수의 둘레의 길이는 9000 m, 즉 9 km이다.

10 길잡이 (기차가 보이지 않는 동안 움직인 거리)
=(터널의 길이)−(기차의 길이)
임을 이용하여 연립방정식을 세운다.

기차의 길이를 x m, 기차의 속력을 분속 y m라 하면

$\begin{cases}1400+x=3y\\4600-x=5y\end{cases}$ $\therefore x=850$, $y=750$

따라서 이 기차가 길이 2 km인 터널을 완전히 통과하는 데 걸리는 시간은

$\frac{2000+850}{750}=3\frac{48}{60}$(분), 즉 3분 48초이다.

11 길잡이 농도가 다른 두 소금물을 $a:b$의 비율로 섞는 경우는 각각 $a$kg, $b$kg을 섞는 것으로 생각한다.

소금물 A의 농도를 x%, 소금물 B의 농도를 y%라 하자.

A와 B를 1 : 1의 비율로 각각 a g씩 섞으면

$\frac{x}{100}\times a+\frac{y}{100}\times a=\frac{3}{100}\times2a$ … ㉠

A와 B를 1 : 3의 비율로 각각 b g, $3b$ g 섞으면

$\frac{x}{100}\times b+\frac{y}{100}\times3b=\frac{2}{100}\times4b$ … ㉡

㉠, ㉡에서 $\begin{cases}x+y=6\\x+3y=8\end{cases}$ $\therefore x=5$, $y=1$

A와 B를 1 : 4의 비율로 각각 c g, $4c$ g 섞으면 농도는

$\dfrac{\frac{5}{100}\times c+\frac{1}{100}\times4c}{5c}\times100=1.8(\%)$

따라서 구하는 농도는 1.8 %이다.

12 길잡이 소금물을 옮겨 담은 후에 비커 A, B에 들어 있는 소금의 양을 각각 방정식으로 나타내어 연립방정식을 세운다.

두 비커 A, B에 들어 있던 처음 소금물의 농도를 각각 x%, y%라 하면

$\begin{cases}\frac{x}{100}\times100+\frac{y}{100}\times50+\frac{4}{100}\times50=15\\\frac{y}{100}\times100+\frac{x}{100}\times50+\frac{4}{100}\times50=16\end{cases}$ $\Rightarrow \begin{cases}2x+y=26\\x+2y=28\end{cases}$

$\therefore x=8$, $y=10$

따라서 소금물을 옮겨 담은 후 비커 C에 들어 있는 소금의 양은 $\frac{4}{100}\times100+\frac{8}{100}\times50+\frac{10}{100}\times50=13$(g)이다.

P. 72~73 **4 서술형 완성하기**

[과정은 풀이 참조]

1 $x=2$, $y=5$	**2** $x=3$, $y=-1$	**3** $\frac{1}{36}$
4 $a=96$, $b=10$	**5** 쿠키, 152개	**6** 4.5 g
7 70초	**8** 318 g	

1 $x=8$, $y=3$을 $2x+ay=31$에 대입하면

$16+3a=31$ $\therefore a=5$ … (i)

$x=8$, $y=3$을 $y=2x+b-15$에 대입하면

$3=16+b-15$ $\therefore b=2$ … (ii)

$a=5$, $b=2$를 $ax+by=20$에 대입하면 $5x+2y=20$

즉, $x=4-\frac{2}{5}y$이고, x, y는 자연수이므로 y는 5의 배수이어야 한다.

따라서 $y=5, 10, 15, \cdots$를 차례로 대입하여 x의 값이 자연수인 해를 구하면 $x=2$, $y=5$뿐이다. … (iii)

채점 기준	비율
(i) a의 값 구하기	30 %
(ii) b의 값 구하기	30 %
(iii) 일차방정식 $ax+by=20$의 해 구하기	40 %

2 $(2, x)◎(y, 5)=2y+5x-2=5x+2y-2$

$(4, x-6)◎(y+4, -1)=4(y+4)-(x-6)-4$

$=-x+4y+18$

$(1, 2)◎(2, 5)=2+10-1=11$ … (i)

따라서 주어진 방정식은

$5x+2y-2=-x+4y+18=11$이므로

$\begin{cases}5x+2y-2=11\\-x+4y+18=11\end{cases}$ $\Rightarrow \begin{cases}5x+2y=13 & \cdots ㉠\\x-4y=7 & \cdots ㉡\end{cases}$ … (ii)

㉠×2+㉡을 하면 $11x=33$ $\therefore x=3$

$x=3$을 ㉡에 대입하면 $3-4y=7$ $\therefore y=-1$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) 주어진 식의 각 변을 간단히 하기	30 %
(ii) 주어진 식을 연립방정식으로 나타내기	40 %
(iii) 연립방정식 풀기	30 %

3 $\dfrac{1}{2x-y}=A$, $\dfrac{1}{2x+y}=B$라 하면

$\begin{cases} A-2B=2 & \cdots ㉠ \\ 2A+3B=18 & \cdots ㉡ \end{cases}$ $\cdots$ (i)

㉠$\times 2-$㉡을 하면 $-7B=-14$ $\quad \therefore B=2$

$B=2$를 ㉠에 대입하면 $A-4=2$ $\quad \therefore A=6$ $\cdots$ (ii)

즉, $\dfrac{1}{2x-y}=6$, $\dfrac{1}{2x+y}=2$이므로 $\begin{cases} 2x-y=\dfrac{1}{6} & \cdots ㉢ \\ 2x+y=\dfrac{1}{2} & \cdots ㉣ \end{cases}$

㉢$+$㉣을 하면 $4x=\dfrac{2}{3}$ $\quad \therefore x=\dfrac{1}{6}$

$x=\dfrac{1}{6}$을 ㉢에 대입하면 $\dfrac{1}{3}-y=\dfrac{1}{6}$ $\quad \therefore y=\dfrac{1}{6}$

$\therefore xy=\dfrac{1}{6}\times\dfrac{1}{6}=\dfrac{1}{36}$ $\cdots$ (iii)

채점 기준	비율
(i) $\dfrac{1}{2x-y}=A$, $\dfrac{1}{2x+y}=B$로 놓기	30 %
(ii) A, B에 대한 연립방정식 풀기	30 %
(iii) xy의 값 구하기	40 %

4 $\begin{cases} a=9b+6 & \cdots ㉠ \\ 3a-1=28b+7 & \cdots ㉡ \end{cases}$ $\cdots$ (i)

㉠을 ㉡에 대입하면

$3(9b+6)-1=28b+7$ $\quad \therefore b=10$ $\cdots$ (ii)

$b=10$을 ㉠에 대입하면

$a=90+6=96$ $\cdots$ (iii)

채점 기준	비율
(i) 연립방정식 세우기	60 %
(ii) a의 값 구하기	20 %
(iii) b의 값 구하기	20 %

5 (초콜릿 1개의 이익)$=600\times0.5=300$(원)

(쿠키 1개의 이익)$=300\times0.3=90$(원) $\cdots$ (i)

초콜릿을 x개, 쿠키를 y개 팔았다고 하면

$\begin{cases} x+y=164 \\ 300x+90y=16020 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=164 \\ 10x+3y=534 \end{cases}$ $\cdots$ (ii)

$\therefore x=6$, $y=158$

따라서 쿠키를 초콜릿보다 $158-6=152$(개) 더 팔았다.

$\cdots$ (iii)

채점 기준	비율
(i) 초콜릿과 쿠키의 1개당 이익 구하기	30 %
(ii) 연립방정식 세우기	30 %
(iii) 어떤 상품을 몇 개 더 팔았는지 구하기	40 %

6 5 %의 소금물의 양을 x g, 6 %의 소금물의 양을 y g이라 하면

$\begin{cases} x+y+45=150 \\ \dfrac{5}{100}x+\dfrac{6}{100}y=\dfrac{4}{100}\times150 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=105 \\ 5x+6y=600 \end{cases}$ $\cdots$ (i)

$\therefore x=30$, $y=75$ $\cdots$ (ii)

따라서 6 %의 소금물 75 g에 들어 있던 소금의 양은

$\dfrac{6}{100}\times75=4.5$(g)이다. $\cdots$ (iii)

채점 기준	비율
(i) 연립방정식 세우기	40 %
(ii) 연립방정식 풀기	30 %
(iii) 6 %의 소금물에 들어 있던 소금의 양 구하기	30 %

7 빨간색 블록의 개수를 x개, 파란색 블록의 개수를 y개라 하면 빨간색 블록과 파란색 블록은 총 600개이므로

$x+y=600$ $\cdots$ ㉠

빨간색 블록 1개는 $\dfrac{1}{4}$초, 파란색 블록 1개는 $\dfrac{1}{5}$초 만에 쓰러지고 모두 2분 14초, 즉 134초 만에 쓰러지므로

$\dfrac{1}{4}x+\dfrac{1}{5}y=134$ $\cdots$ ㉡ $\cdots$(i)

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=280$, $y=320$

즉, 빨간색 블록은 280개, 파란색 블록은 320개가 있다.

$\cdots$ (ii)

따라서 빨간색 블록만 세운 도미노에서 모든 블록이 쓰러지는 데 걸리는 시간은

$\dfrac{1}{4}\times280=70$(초) $\cdots$ (iii)

채점 기준	비율
(i) 빨간색 블록과 파란색 블록의 개수를 구하는 연립방정식 세우기	50 %
(ii) 빨간색 블록과 파란색 블록의 개수 구하기	30 %
(iii) 빨간색 블록만 세운 도미노에서 모든 블록이 쓰러지는 데 걸리는 시간 구하기	20 %

8 두 식품 A, B를 각각 x g, y g 구입했다고 하면

$\begin{cases} 6x : 2y=2 : 3 \\ \dfrac{4}{100}x+\dfrac{3}{100}y=35 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9x-2y=0 & \cdots ㉠ \\ 4x+3y=3500 & \cdots ㉡ \end{cases}$ $\cdots$ (i)

㉠$\times3+$㉡$\times2$를 하면 $35x=7000$ $\quad \therefore x=200$

$x=200$을 ㉠에 대입하면 $1800-2y=0$ $\quad \therefore y=900$

$\cdots$ (ii)

따라서 식품 A는 200 g, 식품 B는 900 g을 섭취하였으므로 두 식품으로부터 섭취할 수 있는 단백질의 양은

$\dfrac{15}{100}\times200+\dfrac{32}{100}\times900=318$(g) $\cdots$ (iii)

채점 기준	비율
(i) 연립방정식 세우기	40 %
(ii) 연립방정식 풀기	30 %
(iii) 두 식품으로부터 섭취할 수 있는 단백질의 양 구하기	30 %

5. 일차함수와 그 그래프

P. 76~81 개념+대표 문제 확인하기

1 ③ **2** 62, $y=\frac{300}{x}$ **3** -24 **4** 174 cm
5 17 **6** 15 **7** ㄱ, ㄷ **8** $a=0$, $b\neq3$
9 $-\frac{4}{3}$ **10** $\frac{1}{2}$ **11** $a=-3$, $b=1$ **12** 0
13 1 **14** -3 **15** 1 **16** -4 **17** $-\frac{5}{3}$
18 ③ **19** ㄴ, ㄹ **20** $\frac{1}{2}\le a\le3$
21 $a=3$, $b\neq4$ **22** 1 **23** $y=-2x+2$
24 $-\frac{1}{3}$ **25** ⑤ **26** $y=\frac{1}{3}x+1$ **27** ⑤
28 (1) $y=-\frac{1}{274}x+100$ (2) 8220 m **29** ㄱ, ㄴ
30 96일 **31** 4초 후

1 ①

x	1	2	3	4	…
y	1	0	1	0	…

이와 같이 x의 값 하나에 y의 값이 오직 하나씩 대응하므로 y는 x의 함수이다.
② $y=3x$ ⇨ 정비례 관계이므로 y는 x의 함수이다.
③ $x=2$일 때, 2의 약수는 1, 2의 2개이다.
즉, x의 값 하나에 y의 값이 오직 하나씩 대응하지 않으므로 y는 x의 함수가 아니다.
④ $y=\frac{1000}{x}$ ⇨ 반비례 관계이므로 y는 x의 함수이다.
⑤ $y=3000-x$ ⇨ $y=$(x에 대한 일차식)이므로 y는 x의 함수이다.
따라서 함수가 아닌 것은 ③이다.

2

x(조각)	1	2	3	4	5
y(g)	300	150	100	75	60

$a=2$, $b=60$이므로 $a+b=2+60=62$
x와 y의 곱이 300으로 일정하므로
$xy=300$ $\quad\therefore y=\frac{300}{x}$

3 $f(-2)=-6\times(-2)=12$
$f(5)=-6\times5=-30$
$\therefore 3f(-2)+2f(5)=3\times12+2\times(-30)$
$=36-60=-24$

4 $h=83+3.5L$에 $L=26$을 대입하면
$h=83+3.5\times26=83+91=174$

5 $64=2^6$이므로 64의 약수의 개수는
$6+1=7$(개) $\quad\therefore f(64)=7$
$162=2\times3^4$이므로 162의 약수의 개수는
$(1+1)\times(4+1)=10$(개) $\quad\therefore f(162)=10$
$\therefore f(64)+f(162)=7+10=17$

6 $f(4)=\frac{a}{4}=5$ $\quad\therefore a=20$
즉, $f(x)=\frac{20}{x}$이므로 $f(b)=\frac{20}{b}=-4$ $\quad\therefore b=-5$
$\therefore a+b=20+(-5)=15$

7 ㄱ. $y=24-x$이므로 일차함수이다.
ㄴ. $y=x^2$이므로 일차함수가 아니다.
ㄷ. $y=2\pi\times4\times\frac{x}{360}+4\times2$에서 $y=\frac{\pi}{45}x+8$이므로 일차함수이다.
ㄹ. $xy=60$에서 $y=\frac{60}{x}$이므로 일차함수가 아니다.
ㅁ. $y=360$이므로 일차함수가 아니다.
따라서 일차함수인 것은 ㄱ, ㄷ이다.

8 $y=x(ax+b)-3x+2$에서 $y=ax^2+(b-3)x+2$
이 식이 일차함수가 되려면 x^2의 계수는 0이고, x의 계수는 0이 아니어야 하므로
$a=0$, $b-3\neq0$ $\quad\therefore a=0$, $b\neq3$

9 $f(2p)=-\frac{1}{4}\times2p+3=-\frac{1}{2}p+3$이므로
$-\frac{1}{2}p+3=p+5$, $-\frac{3}{2}p=2$ $\quad\therefore p=-\frac{4}{3}$

10 $y=-\frac{a}{3}x+2a-\frac{3}{4}$에 $x=3$, $y=\frac{5}{4}$를 대입하면
$\frac{5}{4}=-a+2a-\frac{3}{4}$ $\quad\therefore a=2$
따라서 $y=-\frac{2}{3}x+\frac{13}{4}$에 $x=3k$, $y=11k$를 대입하면
$11k=-2k+\frac{13}{4}$, $13k=\frac{13}{4}$ $\quad\therefore k=\frac{1}{4}$
$\therefore ak=2\times\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$

11 $y=2ax+5$의 그래프를 y축의 방향으로 -3만큼 평행이동하면
$y=2ax+5-3$ $\quad\therefore y=2ax+2$
$y=2ax+2$와 $y=-6x+2b$의 그래프가 겹쳐지므로
$2a=-6$, $2=2b$ $\quad\therefore a=-3$, $b=1$

12 $y=4x-6$의 그래프를 y축의 방향으로 m만큼 평행이동하면
$y=4x-6+m$
이 식에 $x=2$, $y=3$을 대입하면 $3=8-6+m$ $\quad\therefore m=1$
따라서 $y=4x-5$에 $x=1$, $y=n$을 대입하면 $n=4-5=-1$
$\therefore m+n=1+(-1)=0$

13 $y=-2x+6$의 그래프를 y축의 방향으로 -4만큼 평행이동하면 $y=-2x+6-4$ $\quad\therefore y=-2x+2$
즉, 기울기는 -2이고 y절편은 2이므로 $a=-2$, $c=2$
$y=-2x+2$에 $y=0$을 대입하면 $0=-2x+2$ $\quad\therefore x=1$
즉, x절편은 1이므로 $b=1$
$\therefore a+b+c=-2+1+2=1$

14 $y=ax+4$에 $x=2$, $y=0$을 대입하면
$0=2a+4$ $\quad\therefore a=-2$
$y=5x-b$의 그래프의 y절편이 $-\frac{3}{2}$이므로
$-b=-\frac{3}{2}$ $\quad\therefore b=\frac{3}{2}$
$\therefore ab=-2\times\frac{3}{2}=-3$

15 $\dfrac{1-(-3k)}{-\frac{k}{2}-(-1)}=8$에서 $1+3k=-4k+8$
$7k=7$ $\quad\therefore k=1$

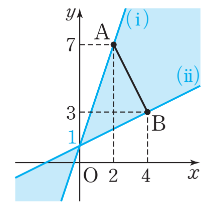
16 세 점 $\left(\frac{5}{2}, 6\right)$, $(1, 3)$, $(k, k-3)$이 한 직선 위에 있으면 세 점 중 어떤 두 점을 택해도 기울기는 모두 같으므로
$\dfrac{3-6}{1-\frac{5}{2}}=\dfrac{(k-3)-3}{k-1}$에서 $\dfrac{-3}{-\frac{3}{2}}=\dfrac{k-6}{k-1}$
$2=\dfrac{k-6}{k-1}$, $2k-2=k-6$ $\quad\therefore k=-4$

17 $y=-\frac{a}{2}x+5$의 그래프의 y절편은 5이므로 $\mathrm{B}(0, 5)$
이때 $\triangle\mathrm{AOB}$의 넓이가 15이므로
$\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{AO}}\times5=15$, $\overline{\mathrm{AO}}=6$ $\quad\therefore \mathrm{A}(-6, 0)$
따라서 $y=-\frac{a}{2}x+5$의 그래프가 점 $\mathrm{A}(-6, 0)$을 지나므로
$0=3a+5$ $\quad\therefore a=-\frac{5}{3}$

18 주어진 그래프가 오른쪽 아래로 향하는 직선이므로
(기울기)$=mn<0$
y축과 양의 부분에서 만나므로 (y절편)$=n>0$ $\quad\therefore m<0$

19 ㄱ. $y=\frac{b}{a}x-b$에 $y=0$을 대입하면 $x=a$
즉, x절편은 a이다.
ㄴ. $a>0$, $b<0$이면 (기울기)$=\frac{b}{a}<0$이고
(y절편)$=-b>0$이므로 제1, 2, 4사분면을 지난다.
ㄷ. $b>0$이면 (y절편)$=-b<0$이므로 y축과 음의 부분에서 만난다.
ㄹ. a와 b의 부호가 같으면 (기울기)$=\frac{b}{a}>0$이므로 오른쪽 위로 향하는 직선이다.
따라서 옳지 않은 것은 ㄴ, ㄹ이다.

20 (ⅰ) $y=ax+1$의 그래프가
점 $\mathrm{A}(2, 7)$을 지날 때
$7=2a+1$ $\quad\therefore a=3$
(ⅱ) $y=ax+1$의 그래프가
점 $\mathrm{B}(4, 3)$을 지날 때
$3=4a+1$ $\quad\therefore a=\frac{1}{2}$



따라서 (ⅰ), (ⅱ)에 의해 상수 a의 값의 범위는 $\frac{1}{2}\le a\le3$

21 $y=ax+b$와 $y=(2a-3)x+2b-4$의 그래프가 서로 평행하려면 기울기가 같고 y절편은 달라야 하므로
$a=2a-3$, $b\ne2b-4$ $\quad\therefore a=3$, $b\ne4$

22 $y=(2a-b)x+10$과 $y=4x+a+2b+3$의 그래프가 일치하면 기울기가 같고 y절편도 같으므로
$2a-b=4$, $10=a+2b+3$ $\quad\therefore a=3$, $b=2$
$\therefore a-b=3-2=1$

23 두 점 $(-2, 0)$, $(0, -4)$를 지나는 직선과 평행하므로
구하는 직선의 기울기는 $\dfrac{-4-0}{0-(-2)}=-2$이고
$y=3x+2$의 그래프와 y축 위에서 만나므로
구하는 직선의 y절편은 2이다.
따라서 구하는 일차함수의 식은 $y=-2x+2$이다.

24 $y=\frac{3}{4}x+5$의 그래프와 평행하므로 구하는 일차함수의 그래프의 기울기는 $\frac{3}{4}$이다. 즉, $y=\frac{3}{4}x+b$로 놓고
이 식에 $x=2$, $y=1$을 대입하면
$1=\frac{3}{2}+b$ $\quad\therefore b=-\frac{1}{2}$
따라서 구하는 일차함수의 식은 $y=\frac{3}{4}x-\frac{1}{2}$이므로
(x절편)$\times$(y절편)$=\frac{2}{3}\times\left(-\frac{1}{2}\right)=-\frac{1}{3}$

25 두 점 $(-1, 3)$, $(2, 6)$을 지나는 직선의 기울기는
$\dfrac{6-3}{2-(-1)}=1$이므로 $y=x+b$로 놓고
이 식에 $x=-1$, $y=3$을 대입하면
$3=-1+b$ $\quad\therefore b=4$
즉, 일차함수의 식은 $y=x+4$이고 이 그래프의 x절편은 -4이다.
보기의 일차함수의 그래프의 x절편을 각각 구하면 다음과 같다.
① -1 ② $\frac{1}{3}$ ③ -2 ④ 2 ⑤ -4
따라서 주어진 직선과 x축 위에서 만나는 것은 ⑤이다.

26 두 점 $(0,\ -2)$, $(-3,\ -3)$을 지나는 직선은 기울기가 $\dfrac{-3-(-2)}{-3-0}=\dfrac{1}{3}$이고, 점 $(0,\ -2)$를 지나므로 y절편이 -2이다.

따라서 $y=\dfrac{1}{3}x-2$의 그래프를 y축의 방향으로 3만큼 평행이동하면

$y=\dfrac{1}{3}x-2+3 \qquad \therefore\ y=\dfrac{1}{3}x+1$

27 기울기가 2이고 y절편이 1인 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식은 $y=2x+1$이다.

ㄱ. (기울기)$=\dfrac{3-1}{2-1}=2$이므로 $y=2x+b$로 놓고

이 식에 $x=1$, $y=1$을 대입하면 $1=2+b \qquad \therefore\ b=-1$

$\therefore\ y=2x-1$

ㄴ. 두 점 $(-2,\ 0)$, $(0,\ 4)$를 지나므로

(기울기)$=\dfrac{4-0}{0-(-2)}=2$, (y절편)$=4$

$\therefore\ y=2x+4$

ㄷ. 두 점 $\left(-\dfrac{1}{2},\ 0\right)$, $(0,\ 1)$을 지나므로

(기울기)$=\dfrac{1-0}{0-\left(-\dfrac{1}{2}\right)}=2$, ($y$절편)$=1$

$\therefore\ y=2x+1$

ㄹ. y절편이 1이므로 $y=ax+1$로 놓고

이 식에 $x=3$, $y=7$을 대입하면 $7=3a+1 \qquad \therefore\ a=2$

$\therefore\ y=2x+1$

따라서 주어진 직선과 일치하는 것은 ㄷ, ㄹ이다.

28 (1) 고도가 274 m씩 높아질 때마다 물이 끓는 온도가 1 ℃씩 내려가므로 고도가 1 m씩 높아질 때마다 물이 끓는 온도는 $\dfrac{1}{274}$ ℃씩 내려간다.

$\therefore\ y=-\dfrac{1}{274}x+100$

(2) $y=-\dfrac{1}{274}x+100$에 $y=70$을 대입하면

$70=-\dfrac{1}{274}x+100 \qquad \therefore\ x=8220$

따라서 물이 끓는 온도가 70 ℃가 되는 것은 고도가 8220 m일 때이다.

29 ㄱ. 양초에 불을 붙이면 1분마다 $\dfrac{2}{3}$ cm씩 타고, 처음 양초의 길이는 15 cm이므로

$y=-\dfrac{2}{3}x+15 \qquad \cdots$ ㉠

ㄴ. ㉠에 $x=9$를 대입하면 $y=-6+15=9$

즉, 9분 후에 남은 양초의 길이는 9 cm이다.

ㄷ. ㉠에 $y=0$을 대입하면 $0=-\dfrac{2}{3}x+15 \qquad \therefore\ x=22.5$

즉, 양초가 다 타는 데 걸리는 시간은 22.5분이다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

30 주어진 그래프가 두 점 $(0,\ 40)$, $(160,\ 0)$을 지나므로

(기울기)$=\dfrac{0-40}{160-0}=-\dfrac{1}{4}$이고, y절편이 40이므로

$y=-\dfrac{1}{4}x+40$

이 식에 $y=16$을 대입하면 $16=-\dfrac{1}{4}x+40 \qquad \therefore\ x=96$

따라서 방향제의 양이 16 mL가 되는 것은 개봉하고 96일이 지난 후이다.

31 점 P가 점 B를 출발한 지 x초 후 사각형 APCD의 넓이를 $y\,\text{cm}^2$라 하면 $\overline{BP}=3x$ cm, $\overline{PC}=(18-3x)$ cm이므로

$y=\dfrac{1}{2}\times\{18+(18-3x)\}\times 8$

$\therefore\ y=-12x+144$

이 식에 $y=96$을 대입하면 $96=-12x+144$

$12x=48 \qquad \therefore\ x=4$

따라서 사각형 APCD의 넓이가 $96\,\text{cm}^2$가 되는 것은 점 P가 점 B를 출발한 지 4초 후이다.

P. 82~89 내신 5% 따라잡기

1 ③, ④ **2** -9 **3** $\dfrac{21}{2}$ **4** ② **5** $-\dfrac{2}{5}$
6 57 **7** -15 **8** $a=4$, $b=2$ **9** ④
10 -2 **11** 18 **12** -6 **13** $(-1,\ -1)$
14 $-\dfrac{1}{2}$ **15** -12, 84 **16** ㄱ, ㄷ **17** ①
18 3 **19** ④ **20** ④
21 ㄱ$-m$, ㄴ$-n$, ㄷ$-l$ **22** 2
23 ㄱ, ㄴ, ㅁ **24** ③ **25** $\dfrac{17}{5}$, 4
26 ④ **27** 14 **28** D$(6,\ 6)$ **29** ②
30 $\dfrac{1}{4}$ **31** 2 **32** 6 **33** ⑤
34 $y=\dfrac{5}{2}x-5$ **35** ④ **36** $y=-4x+3$
37 -51 **38** $y=-\dfrac{1}{20}x+17$ **39** ㄱ, ㄷ **40** 8일
41 41분 후 **42** 16 cm **43** ③
44 $-\dfrac{2}{5}\le a<0$ 또는 $0<a\le\dfrac{1}{7}$ **45** 166 cm
46 21시 20분

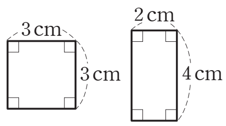
1 ① x의 값 하나에 y의 값이 오직 하나씩 대응하므로 y는 x의 함수이다.

② $y=|x|+1=\begin{cases} x+1 & (x\geq 0) \\ -x+1 & (x<0) \end{cases}$

즉, x의 값 하나에 y의 값이 오직 하나씩 대응하므로 y는 x의 함수이다.

③ $x=2$일 때, 자연수 2와 서로소인 수는 1, 3, 5, 7, …로 무수히 많다. 즉, x의 값 하나에 y의 값이 2개 이상 대응하므로 y는 x의 함수가 아니다.

④ 오른쪽 그림과 같이 둘레의 길이가 12 cm인 두 사각형의 넓이는 9 cm^{2}와 8 cm^{2}로 서로 다르다. 즉, x의 값 하나에 y의 값이 오직 하나씩 대응하지 않으므로 y는 x의 함수가 아니다.



⑤ $y=\frac{x}{100}\times 200 \qquad \therefore y=2x$

⇨ 정비례 관계이므로 y는 x의 함수이다.

따라서 함수가 아닌 것은 ③, ④이다.

2 $f(x)=6ax$에서 $f(-2)=4$이므로

$-12a=4 \qquad \therefore a=-\frac{1}{3}$

$g(x)=\frac{3}{x}$에서 $g(b)=a$이므로 $g(b)=-\frac{1}{3}$

$\frac{3}{b}=-\frac{1}{3} \qquad \therefore b=-9$

3 $f(2p)=\frac{a}{2p}+3,\ f(p)=\frac{a}{p}+3,\ f(-p)=\frac{a}{-p}+3$

$\therefore f(2p)+f(p)+\frac{3}{2}f(-p)$

$=\left(\frac{a}{2p}+3\right)+\left(\frac{a}{p}+3\right)+\frac{3}{2}\left(-\frac{a}{p}+3\right)$

$=\frac{a}{2p}+3+\frac{2a}{2p}+3-\frac{3a}{2p}+\frac{9}{2}$

$=3+3+\frac{9}{2}=\frac{21}{2}$

4 y가 x에 정비례하므로 $y=ax$라 하면

$f(5)=5a=-2 \qquad \therefore a=-\frac{2}{5}$

따라서 $f(x)=-\frac{2}{5}x$이므로

$3f(2)-f(5)+4f(1)$

$=3\times\left(-\frac{2}{5}\times 2\right)-\left(-\frac{2}{5}\times 5\right)+4\times\left(-\frac{2}{5}\times 1\right)$

$=-\frac{12}{5}+2-\frac{8}{5}=-2$

5 $f(x)=-\frac{x}{4}$에서 $f\left(\frac{a}{2}-3\right)=-2a$이므로

$-\frac{1}{4}\left(\frac{a}{2}-3\right)=-2a,\ -\frac{a}{8}+\frac{3}{4}=-2a$

$-a+6=-16a,\ 15a=-6 \qquad \therefore a=-\frac{2}{5}$

6 $f(1)=f(2)=f(3)=0$

$f(4)=f(5)=f(6)=1$

$f(7)=f(8)=f(9)=2$

⋮

$f(16)=f(17)=f(18)=5$

$f(19)=f(20)=6$

$\therefore f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(20)$

$=3\times 0+3\times 1+\cdots+3\times 5+2\times 6$

$=3\times(0+1+2+3+4+5)+2\times 6$

$=45+12=57$

7 $f\left(-\frac{x}{5}+3\right)$에서 $-\frac{x}{5}+3=5$일 때

$-\frac{x}{5}=2 \qquad \therefore x=-10$

따라서 $f\left(-\frac{x}{5}+3\right)=x-5$에 $x=-10$을 대입하면

$f\left(-\frac{-10}{5}+3\right)=-10-5 \qquad \therefore f(5)=-15$

8 $y=3(a-2b)x+4$와 $y=(a+b-6)x+5b$가 x에 대한 일차함수가 되지 않으려면 x의 계수가 각각 0이어야 하므로

$3(a-2b)=0,\ a+b-6=0$

이 두 식을 연립하여 풀면 $a=4,\ b=2$

9 $f(x)=-\frac{1}{2}x+5$에서

$f\left(\frac{1}{4}\right)=-\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}+5=\frac{39}{8}$,

$f\left(-\frac{1}{4}\right)=-\frac{1}{2}\times\left(-\frac{1}{4}\right)+5=\frac{41}{8}$이므로

$f\left(\frac{1}{4}\right)-f\left(-\frac{1}{4}\right)=\frac{39}{8}-\frac{41}{8}=-\frac{1}{4}$

즉, $\frac{3-a}{2}=-\frac{1}{4}$이므로 $2(3-a)=-1$

$6-2a=-1,\ -2a=-7 \qquad \therefore a=\frac{7}{2}$

$\therefore f(a)=f\left(\frac{7}{2}\right)=-\frac{1}{2}\times\frac{7}{2}+5=\frac{13}{4}$

10 $f(x)=(a-1)x+2b-a$에서 $f(3)=-1$이므로

$3(a-1)+2b-a=-1$

$3a-3+2b-a=-1,\ 2a+2b=2 \qquad \therefore a+b=1$

$f(2)=2(a-1)+2b-a=a+2b-2$

$f(4)=4(a-1)+2b-a=3a+2b-4$

$\therefore f(2)+f(4)=a+2b-2+3a+2b-4$

$=4a+4b-6$

$=4(a+b)-6$

$=4\times 1-6=-2$

11 점 C의 좌표를 C$(t,\ 0)(t>0)$이라 하면

점 D가 $y=-x+5$의 그래프 위에 있으므로 D$(t,\ -t+5)$,

$\overline{\text{BO}}:\overline{\text{CO}}=2:1$이므로 B$(-2t,\ 0)$,

점 A가 $y=\frac{2}{3}x+6$의 그래프 위에 있으므로

$A\left(-2t,\ -\frac{4}{3}t+6\right)$

이때 점 A와 점 D의 y좌표가 같으므로

$-\frac{4}{3}t+6=-t+5,\ -\frac{1}{3}t=-1 \qquad \therefore t=3$

따라서 $\overline{BC}=t-(-2t)=3t=9$, $\overline{CD}=-t+5=2$이므로

(직사각형 ABCD의 넓이)$=9\times2=18$

12 점 P$(-4,\ 1)$과 x축에 대하여 대칭인 점 Q의 좌표는

Q$(-4,\ -1)$

$y=-3x+a$의 그래프를 y축의 방향으로 -7만큼 평행이동하면 $y=-3x+a-7$

따라서 이 그래프가 점 Q$(-4,\ -1)$을 지나므로

$-1=12+a-7 \qquad \therefore a=-6$

13 $y=2x+5$의 그래프가 점 $(2a,\ -a)$를 지나므로

$-a=4a+5,\ -5a=5 \qquad \therefore a=-1$

$y=2x+5$의 그래프를 y축의 방향으로 $a-3$만큼, 즉 -4만큼 평행이동하면

$y=2x+5-4 \qquad \therefore y=2x+1$

x좌표와 y좌표가 같은 점의 좌표를 $(b,\ b)$라 하면

$y=2x+1$의 그래프가 점 $(b,\ b)$를 지나므로

$b=2b+1,\ -b=1 \qquad \therefore b=-1$

따라서 구하는 점의 좌표는 $(-1,\ -1)$이다.

14 $y=7x-2a$의 그래프를 y축의 방향으로 6만큼 평행이동하면

$y=7x-2a+6$

이 식에 $y=0$을 대입하면 $0=7x-2a+6 \qquad \therefore x=\frac{2a-6}{7}$

즉, $y=7x-2a+6$의 그래프의 x절편은 $\frac{2a-6}{7}$, y절편은 $-2a+6$이고, 그 합은 6이므로

$\frac{2a-6}{7}+(-2a+6)=6,\ 2a-6-14a+42=42$

$-12a=6 \qquad \therefore a=-\frac{1}{2}$

15 $y=-\frac{2}{3}x+4$의 그래프의 x절편은 6이므로 P$(6,\ 0)$

$y=3x-\frac{a}{2}$의 그래프의 x절편은 $\frac{a}{6}$이므로 Q$\left(\frac{a}{6},\ 0\right)$

이때 $\overline{PQ}=8$이므로 $\left|6-\frac{a}{6}\right|=8$에서

$6-\frac{a}{6}=8$ 또는 $6-\frac{a}{6}=-8$

따라서 $6-\frac{a}{6}=8$에서 $a=-12$이고

$6-\frac{a}{6}=-8$에서 $a=84$이다.

16 (속력)$=\frac{(\text{거리})}{(\text{시간})}$이므로 주어진 그래프에서 기울기가 나타내는 것이 속력이다. 즉, 각 그래프의 기울기를 구하면

버스 A: $\frac{+2500}{+2}=1250$, 버스 B: $\frac{+2000}{+2}=1000$,

버스 C: $\frac{+3300}{+3}=1100$, 버스 D: $\frac{+2100}{+2}=1050$

ㄱ. 버스 A의 속력은 분속 1000 m이다.

ㄴ. 두 버스 A, B의 그래프의 기울기가 다르므로 속력이 다르다.

ㄷ. 버스 C의 그래프의 기울기가 버스 A의 그래프의 기울기보다 작으므로 버스 C는 버스 A보다 느리다.

ㄹ. 그래프의 기울기가 가장 큰 버스 A가 가장 빠르다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

17 $y=f(x)$의 그래프가 x의 값이 3만큼 증가할 때, y의 값이 p만큼 감소하므로 기울기는 $-\frac{p}{3}$이다.

또 $2f(a)+3b=2f(b)+3a$에서

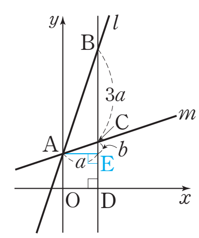
$2\{f(a)-f(b)\}=3(a-b),\ \frac{f(a)-f(b)}{a-b}=\frac{3}{2}$

이때 $\frac{f(a)-f(b)}{a-b}$는 $y=f(x)$의 그래프의 기울기이므로

$-\frac{p}{3}=\frac{3}{2} \qquad \therefore 2p=-9$

참고 두 점 $(a,\ f(a))$, $(b,\ f(b))$를 지나는 직선의 기울기는 $\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$이다. (단, $a\neq b$)

18 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 직선 BD에 내린 수선의 발을 E라 하고 $\overline{AE}=a$, $\overline{CE}=b$라 하면 $\overline{OD}=\overline{AE}=a$이고 $\overline{BC}:\overline{OD}=3:1$이므로 $\overline{BC}=3a$



따라서 직선 l의 기울기는 $\frac{3a+b}{a}$,

직선 m의 기울기는 $\frac{b}{a}$이므로 구하는 기울기의 차는

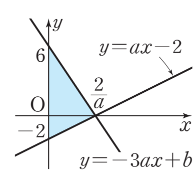
$\frac{3a+b}{a}-\frac{b}{a}=\frac{3a}{a}=3$

19 $y=ax-2$의 그래프의 x절편은 $\frac{2}{a}$이므로 $y=-3ax+b$의 그래프의 x절편도 $\frac{2}{a}$이다.

$y=-3ax+b$에 $x=\frac{2}{a}$, $y=0$을 대입하면

$0=-3a\times\frac{2}{a}+b \qquad \therefore b=6$

따라서 두 그래프와 y축으로 둘러싸인 도형은 오른쪽 그림과 같은 삼각형이고, 그 넓이가 16이므로



$\frac{1}{2}\times\{6-(-2)\}\times\frac{2}{a}=16$에서

$\frac{8}{a}=16 \qquad \therefore a=\frac{1}{2} \qquad \therefore ab=\frac{1}{2}\times6=3$

20 ① 주어진 그림에서 그래프가 오른쪽 아래로 향하므로 $a<0$, y축과 양의 부분에서 만나므로 $b>0$이다.

② 기울기가 a로 같으므로 평행하다.

③ $y=ax+b$에서 $y=0$일 때, $x=-\dfrac{b}{a}$

$y=-ax-b$에서 $y=0$일 때, $x=-\dfrac{b}{a}$

즉, 두 그래프의 x절편이 같으므로 x축 위에서 만난다.

④ $a<0$, $-b<0$이므로 $y=ax-b$의 그래프는 제1사분면을 지나지 않는다.

⑤ $-a>0$, $b>0$이므로 $y=-ax+b$의 그래프는 제1, 2, 3 사분면을 지난다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

21 $y=\dfrac{a}{2}x+b$와 $y=-\dfrac{a}{2}x-b$의 그래프는 기울기의 부호가 반대이고, y절편의 부호도 반대이므로

ㄱ$-m$, ㄴ$-n$ 또는 ㄱ$-n$, ㄴ$-m$ $\quad\therefore$ ㄷ$-l$

이때 $y=-\dfrac{a}{2}x-b$와 $y=ax-b-1$의 그래프는 기울기의 부호가 반대이므로 ㄴ$-n$

따라서 ㄱ$-m$, ㄴ$-n$, ㄷ$-l$이다.

22 $y=(a-4)x+3b$에서 $a<4$, 즉 $a-4<0$이므로 x의 값이 증가할 때, y의 값은 감소한다.

즉, $x=-2$일 때 $y=7$이고, $x=1$일 때 $y=1$이므로 주어진 일차함수의 그래프는 두 점 $(-2, 7)$, $(1, 1)$을 지난다.

(기울기)$=\dfrac{1-7}{1-(-2)}=-2$이므로

$a-4=-2 \quad \therefore a=2$

따라서 $y=-2x+3b$에 $x=1$, $y=1$을 대입하면

$1=-2+3b$, $-3b=-3 \quad \therefore b=1$

$\therefore ab=2\times1=2$

23 ㄱ. $y=cx+d$의 그래프의 기울기가 $y=ax+b-1$의 그래프의 기울기보다 크므로 $a<c$

ㄴ. $y=ax+b-1$의 그래프의 y절편이 0보다 작으므로

$b-1<0 \quad \therefore b<1$

ㄷ. $y=cx+d$와 $y=ax+b-1$의 그래프의 y절편이 같으므로 $d=b-1 \quad \therefore d-b=-1$

ㄹ. $y=cx+d$의 그래프는 $x=1$일 때 y의 값이 양수이고, $y=ax+b-1$의 그래프는 $x=2$일 때 y의 값이 양수이다.

즉, $c+d>0$, $2a+b-1>0$이므로

$c+d+2a+b-1>0 \quad \therefore 2a+b+c+d>1$

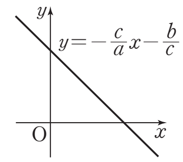
ㅁ. $y=cx+d$의 그래프는 $x=1$일 때 y의 값이 양수이고, $y=ax+b-1$의 그래프는 $x=1$일 때 y의 값이 음수이다.

즉, $c+d>0$, $a+b-1<0$이므로

$(a+b-1)(c+d)<0$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㅁ이다.

24 $ac>0$에서 a와 c의 부호는 같고 $ab<0$에서 a와 b의 부호는 반대이므로 b와 c의 부호는 반대이다.

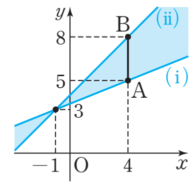


즉, $\dfrac{c}{a}>0$, $\dfrac{b}{c}<0$에서

(기울기)$=-\dfrac{c}{a}<0$, (y절편)$=-\dfrac{b}{c}>0$

이므로 $y=-\dfrac{c}{a}x-\dfrac{b}{c}$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 제3사분면을 지나지 않는다.

25 (ⅰ) $y=ax+b$의 그래프가 점 $(-1, 3)$과 점 $A(4, 5)$를 지날 때



$3=-a+b$, $5=4a+b$

$\therefore a=\dfrac{2}{5}$, $b=\dfrac{17}{5}$

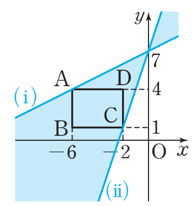
(ⅱ) $y=ax+b$의 그래프가 점 $(-1, 3)$과 점 $B(4, 8)$을 지날 때

$3=-a+b$, $8=4a+b \quad \therefore a=1$, $b=4$

따라서 (ⅰ), (ⅱ)에 의해 b의 값의 범위는 $\dfrac{17}{5}\le b\le 4$이므로

주어진 그래프의 y절편의 최솟값은 $\dfrac{17}{5}$, 최댓값은 4이다.

26 직사각형 ABCD의 가로의 길이가 4, 세로의 길이가 3이므로



$A(-6, 4)$, $B(-6, 1)$, $C(-2, 1)$, $D(-2, 4)$

$y=(a-1)x+7$의 그래프가 직사각형 ABCD와 만나려면 그래프가 오른쪽 그림의 색칠한 부분을 지나야 한다.

(ⅰ) $y=(a-1)x+7$의 그래프가 점 $A(-6, 4)$를 지날 때

$4=-6(a-1)+7$, $4=-6a+6+7$

$6a=9 \quad \therefore a=\dfrac{3}{2}$

(ⅱ) $y=(a-1)x+7$의 그래프가 점 $C(-2, 1)$을 지날 때

$1=-2(a-1)+7$, $1=-2a+2+7$

$2a=8 \quad \therefore a=4$

따라서 (ⅰ), (ⅱ)에 의해 상수 a의 값의 범위는 $\dfrac{3}{2}\le a\le 4$

27 $y=(3m-4)x+2n-3$과 $y=(n+1)x-m$의 그래프가 서로 평행하므로 $3m-4=n+1$ (단, $2n-3\ne-m$) ⋯ ㉠

$y=(3m-4)x+2n-3$과 $y=nx-2m$의 그래프의 y절편이 같으므로 $2n-3=-2m$ ⋯ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $m=\dfrac{13}{8}$, $n=-\dfrac{1}{8}$

$\therefore 8(m-n)=8\left\{\dfrac{13}{8}-\left(-\dfrac{1}{8}\right)\right\}=14$

28 점 D의 좌표를 $D(a, b)$라 하면

(직선 AB의 기울기)$=\dfrac{1-4}{3-1}=-\dfrac{3}{2}$

(직선 DC의 기울기)$=\dfrac{3-b}{8-a}$

이때 두 직선이 서로 평행하므로 기울기가 같아야 한다.

즉, $-\dfrac{3}{2}=\dfrac{3-b}{8-a}$에서 $3a+2b=30$ ⋯ ㉠

(직선 AD의 기울기)$=\dfrac{b-4}{a-1}$

(직선 BC의 기울기)$=\dfrac{3-1}{8-3}=\dfrac{2}{5}$

이때 두 직선이 서로 평행하므로 기울기가 같아야 한다.

즉, $\dfrac{b-4}{a-1}=\dfrac{2}{5}$에서 $2a-5b=-18$ $\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=6$, $b=6$

따라서 점 D의 좌표는 D$(6, 6)$이다.

29 $f(x)=\dfrac{3}{4}x+b$, $g(x)=ax-2$라 하면

$f(2)=\dfrac{3}{2}+b=4$, $g(2)=2a-2=4$

$\therefore a=3$, $b=\dfrac{5}{2}$

따라서 $f(x)=\dfrac{3}{4}x+\dfrac{5}{2}$, $g(x)=3x-2$이므로

$4f(1)-g(3)=4\times\left(\dfrac{3}{4}+\dfrac{5}{2}\right)-(9-2)=4\times\dfrac{13}{4}-7=6$

30 $y=-\dfrac{a}{2}x+2$의 그래프를 y축의 방향으로 b만큼 평행이동하면 $y=-\dfrac{a}{2}x+2+b$ $\cdots$ ㉠

두 점 $(-3, 2)$, $(1, 3)$을 지나는 직선의 기울기는

$\dfrac{3-2}{1-(-3)}=\dfrac{1}{4}$이므로 $y=\dfrac{1}{4}x+q$로 놓고

이 식에 $x=1$, $y=3$을 대입하면 $3=\dfrac{1}{4}+q$ $\therefore q=\dfrac{11}{4}$

$\therefore y=\dfrac{1}{4}x+\dfrac{11}{4}$ $\cdots$ ㉡

이때 ㉠, ㉡의 그래프가 일치하므로

$-\dfrac{a}{2}=\dfrac{1}{4}$, $2+b=\dfrac{11}{4}$ $\therefore a=-\dfrac{1}{2}$, $b=\dfrac{3}{4}$

$\therefore a+b=-\dfrac{1}{2}+\dfrac{3}{4}=\dfrac{1}{4}$

31 보검이는 y절편을 바르게 보았으므로 $b=-2$

수지는 기울기를 바르게 보았으므로 $a=\dfrac{-1-(-5)}{2-(-2)}=1$

따라서 $y=x-2$의 그래프의 x절편은 2이다.

32 세 점 $(-3, -7)$, $(k-2, 5)$, $(3k-5, 14)$가 한 직선 위에 있으면 세 점 중 어떤 두 점을 택해도 기울기는 모두 같으므로

$\dfrac{5-(-7)}{k-2-(-3)}=\dfrac{14-(-7)}{3k-5-(-3)}$에서 $\dfrac{12}{k+1}=\dfrac{21}{3k-2}$

$36k-24=21k+21$, $15k=45$ $\therefore k=3$

즉, 두 점 $(-3, -7)$, $(1, 5)$를 지나는 직선의 기울기는

$\dfrac{5-(-7)}{1-(-3)}=3$이므로 $a=3$

따라서 $y=3x+b$에 $x=1$, $y=5$를 대입하면

$5=3+b$ $\therefore b=2$

$\therefore ab=3\times2=6$

33 직선 m은 두 점 $(2, 0)$, $(1, 2)$를 지나므로

(직선 m의 기울기)$=\dfrac{2-0}{1-2}=-2$

직선 m을 그래프로 하는 일차함수의 식을 $y=-2x+p$로 놓으면 이 그래프가 점 $(2, 0)$을 지나므로 $p=4$

$\therefore m$: $y=-2x+4$

$y=-2x+4$의 그래프가 점 $(2-k, k-1)$을 지나므로

$k-1=-2(2-k)+4$, $k-1=-4+2k+4$

$\therefore k=-1$, 즉 $(3, -2)$

직선 n을 그래프로 하는 일차함수의 식을 $y=qx-8$로 놓으면 이 그래프가 점 $(3, -2)$를 지나므로

$-2=3q-8$ $\therefore q=2$

따라서 직선 n의 기울기는 2이다.

34 $y=3x+6$의 그래프의 x절편은 -2이므로

점 $(-2, 0)$과 y축에 대하여 대칭인 점 A의 좌표는 A$(2, 0)$

$y=x+5$의 그래프의 y절편은 5이므로

점 $(0, 5)$와 x축에 대하여 대칭인 점 B의 좌표는 B$(0, -5)$

즉, 두 점 A$(2, 0)$, B$(0, -5)$를 지나는 직선의 기울기는

$\dfrac{-5-0}{0-2}=\dfrac{5}{2}$이고 y절편은 -5이다.

$\therefore y=\dfrac{5}{2}x-5$

35 두 점 $\left(\dfrac{1}{2}, 0\right)$, $(0, -2)$를 지나므로

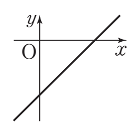
(기울기)$=\dfrac{-2-0}{0-\dfrac{1}{2}}=4$이고, y절편은 -2이므로

일차함수의 식은 $y=4x-2$ $\cdots$ ㉠

ㄱ. ㉠에서 x의 계수가 4이므로 기울기는 4이다.

ㄴ. ㉠에 $x=3$, $y=10$을 대입하면 $10=4\times3-2$
등식이 성립하므로 점 $(3, 10)$을 지난다.

ㄷ. (기울기)$=4>0$, (y절편)$=-2<0$이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같이 제1, 3, 4사분면을 지난다.



ㄹ. 이 일차함수의 그래프와 x축, y축으로 둘러싸인 도형 넓이는 $\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}\times|-2|=\dfrac{1}{2}$이다.

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ, ㄹ이다.

36 x절편을 $m(m\neq0)$이라 하면 y절편이 x절편의 4배이므로 y절편은 $4m$이다. 즉, 두 점 $(m, 0)$, $(0, 4m)$을 지나므로

(기울기)$=\dfrac{4m-0}{0-m}=-4$

즉, $y=-4x+4m$의 그래프가 두 점 $(a, 2a-3)$, $(a+1, -a-4)$를 지나므로

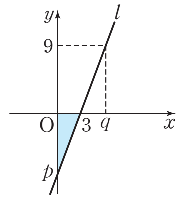
$2a-3=-4a+4m$에서 $6a-4m=3$ $\cdots$ ㉠

$-a-4=-4(a+1)+4m$에서 $3a=4m$ $\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=1$, $m=\dfrac{3}{4}$

$\therefore y=-4x+3$

37 세 점 $(3,\ 0)$, $(0,\ p)$, $(q,\ 9)$를 지나는 직선을 l이라 하면 $p<0$이므로 직선 l은 오른쪽 그림과 같다.



이때 $\frac{1}{2}\times3\times(-p)=12$이므로

$p=-8$

직선 l을 그래프로 하는 일차함수의 식을 $y=ax-8$로 놓으면 이 그래프가 점 $(3,\ 0)$을 지나므로

$0=3a-8\qquad \therefore a=\frac{8}{3}$

따라서 $y=\frac{8}{3}x-8$의 그래프가 점 $(q,\ 9)$를 지나므로

$9=\frac{8}{3}q-8,\ 8q=51\qquad \therefore q=\frac{51}{8}$

$\therefore pq=-8\times\frac{51}{8}=-51$

38 1 L의 연료로 20 km를 달리므로 60 km를 달리는 데 $60\div20=3$(L)의 연료가 사용된다.
이때 60 km를 달린 후 남아 있는 연료의 양은 $5-3=2$(L), x km를 달리는 데 사용되는 연료의 양은 $\frac{1}{20}x$ L이므로 y를 x에 대한 식으로 나타내면

$y=2+15-\frac{1}{20}x$, 즉 $y=-\frac{1}{20}x+17$

39 ㄱ. 택시가 4 km를 달렸을 때 1 km 초과에 대한 추가 요금은 $200\times10=2000$(원)이므로 기본요금은
$5000-2000=3000$(원)

ㄴ. x km를 달렸을 때, 3 km까지는 기본요금 3000원이고 $(x-3)$ km는 1 km당 2000원의 추가 요금을 내야 하므로
$y=2000(x-3)+3000,\ y=2000x-6000+3000$
$\therefore y=2000x-3000$

ㄷ. $y=2000x-3000$에 $x=5$를 대입하면
$y=10000-3000=7000$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

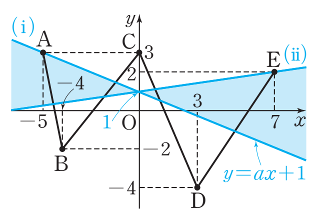
40 매일 4개씩 주고 다시 6개를 통 안에 넣으므로 통 안에 들어 있는 사탕의 개수는 하루에 2개씩 늘어난다.
x일 후에 통 안에 남아 있는 사탕의 수를 y개라 하면
$y=2x+48$
a일 후에 지용이가 태양이에게 준 사탕의 수가 통 안에 남아 있는 사탕의 수의 절반이 된다고 하면 $x=a$일 때, $y=8a$이므로
$8a=2a+48\qquad \therefore a=8$
따라서 8일이 걸린다.

41 처음 5분 동안 수도꼭지 A만 열었으므로 수도꼭지 A를 연 지 5분 후 수조에 들어 있는 물의 양은
$24+5\times18=114$(L)
두 수도꼭지 A, B를 동시에 열면 매분 18 L의 물이 채워지고 12 L의 물이 빠져 나가므로 매분 $18-12=6$(L)의 물이 채워진다.
수도꼭지 B를 연 지 x분 후 수조 안의 물의 양을 y L라 하면
$y=6x+114$
이 식에 $y=360$을 대입하면 $360=6x+114$
$-6x=-246\qquad \therefore x=41$
따라서 수도꼭지 B를 연 지 41분 후에 수조에 물이 가득 찬다.

42 두 점 P, Q가 동시에 출발한 지 x초 후 사각형 PBQD의 넓이를 $y\ \text{cm}^2$라 하면 $\overline{PB}=(22-2x)$ cm, $\overline{BQ}=2x$ cm이므로
(사각형 PBQD의 넓이)
$=\triangle PBD+\triangle BQD$
$=\frac{1}{2}\times(22-2x)\times30+\frac{1}{2}\times2x\times22$
$=330-30x+22x=-8x+330(\text{cm}^2)$
$\therefore y=-8x+330$
이 식에 $y=274$를 대입하면 $274=-8x+330$
$8x=56\qquad \therefore x=7$
$\therefore \overline{QC}=30-2x=30-14=16$(cm)

43 두 사람이 동시에 출발한 지 x초 후 두 사람의 거리의 차를 y m라 하면 출발점에서 중기의 위치까지의 거리는 $6x$ m, 출발점에서 혜교의 위치까지의 거리는 $(4x+10)$ m이므로
$y=6x-(4x+10)\qquad \therefore y=2x-10$
이 식에 $y=24$를 대입하면 $24=2x-10$
$-2x=-34\qquad \therefore x=17$
따라서 중기가 혜교보다 24 m 앞선 지점에 있게 되는 것은 출발한 지 17초 후이다.

44 길잡이 일차함수 $y=ax+1$의 그래프가 항상 지나는 점을 먼저 찾는다.



위의 그림과 같이 $y=ax+1$의 그래프는 항상 점 $(0,\ 1)$을 지나는 직선이므로 $y=ax+1$의 그래프가 두 점 $A(-5,\ 3)$, $E(7,\ 2)$를 각각 지날 때 W 모양의 도형과의 교점의 개수는 4개로 최대가 된다.

(i) $y=ax+1$의 그래프가 점 $A(-5,\ 3)$을 지날 때
$3=-5a+1,\ 5a=-2\qquad \therefore a=-\frac{2}{5}$

(ii) $y=ax+1$의 그래프가 점 $E(7,\ 2)$를 지날 때
$2=7a+1,\ -7a=-1\qquad \therefore a=\frac{1}{7}$

따라서 (i), (ii)에 의해 상수 a의 값의 범위는
$-\frac{2}{5}\le a<0$ 또는 $0<a\le\frac{1}{7}$ $(\because a\ne0)$

45 길잡이 육각형 1개, 2개, 3개, …로 만든 도형의 둘레의 길이를 각각 구하여 규칙을 찾는다.

육각형으로 만든 도형의 둘레의 길이는

육각형이 1개일 때, $3\times2+2\times4=6+8\times1=14(\text{cm})$

육각형이 2개일 때, $3\times2+2\times8=6+8\times2=22(\text{cm})$

육각형이 3개일 때, $3\times2+2\times12=6+8\times3=30(\text{cm})$

⋮

육각형이 x개일 때, $6+8\times x=6+8x(\text{cm})$

즉, 육각형 x개로 만든 도형의 둘레의 길이를 y cm라 하면 $y=8x+6$

이 식에 $x=20$을 대입하면 $y=160+6=166$

따라서 20개의 육각형으로 만든 도형의 둘레의 길이는 166 cm이다.

다른 풀이 y를 x에 대한 식으로 나타내기

처음 육각형의 둘레의 길이는

$3\times2+2\times4=6+8=14(\text{cm})$

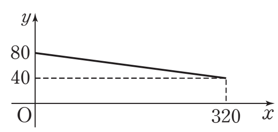
육각형 1개를 이어 붙일 때마다 긴 변 2개가 겹치므로 둘레의 길이는 4개의 짧은 변의 길이의 합, 즉 $2\times4=8(\text{cm})$씩 늘어난다.

x개의 육각형으로 만든 도형의 둘레의 길이를 y cm라 하면

$y=14+8(x-1)$ $\qquad \therefore y=8x+6$

46 길잡이 문제의 뜻에 맞게 x와 y를 정하여 주어진 그래프를 x와 y 사이의 관계로 다시 나타낸다.

실험을 시작한 지 x분 후의 화학물질의 양을 y mL, 8시 정각을 원점 O라고 하면 주어진 그래프를 오른쪽 그림과 같이 나타낼 수 있다.



이 직선이 두 점 (0, 80), (320, 40)을 지나므로

(기울기)$=\dfrac{40-80}{320-0}=\dfrac{-40}{320}=-\dfrac{1}{8}$이고, y절편이 80이므로

이 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식은 $y=-\dfrac{1}{8}x+80$

화학물질 100 mL를 같은 조건으로 실험하면 물질의 양이 변하는 속력, 즉 그래프의 기울기는 같고 y절편이 100이 되므로

$y=-\dfrac{1}{8}x+100$

화학물질이 완전히 없어지는 것은 $y=0$일 때이므로

$y=-\dfrac{1}{8}x+100$에 $y=0$을 대입하면

$0=-\dfrac{1}{8}x+100$ $\qquad \therefore x=800$

따라서 화학물질 100 mL가 완전히 없어지는 것은 8시로부터 800분 후, 즉 13시간 20분 후인 21시 20분이다.

P. 90~91 **내신 1% 뛰어넘기**

01 57	**02** 23	**03** $\dfrac{5}{3}$	**04** 7
05 $f(x)=2x-4$	**06** $\text{P}\left(\dfrac{7}{5},\ 0\right)$	**07** 540	

01 길잡이 $f(x)$와 $g(x)$의 값이 0 또는 1뿐임을 이용하여 함수 $h(x)$의 식을 구한다.

$f(x)$와 $g(x)$의 값이 0 또는 1이므로 $h(x)$의 값도 0 또는 1이다.

이때 $h(x)=\{1-f(x)\}\{1-g(x)\}$의 값이 1이려면 $1-f(x)$와 $1-g(x)$의 값이 모두 1이어야 하므로 $f(x)$와 $g(x)$의 값이 모두 0이어야 한다.

따라서 x가 5의 배수이면서 7의 배수, 즉 35의 배수일 때 $f(x)$와 $g(x)$의 값이 모두 0이므로 $h(x)$의 값은 1이다.

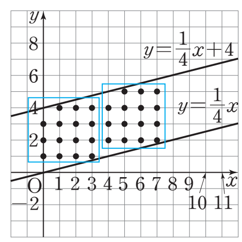
$\therefore h(x)=\begin{cases} 0 & (x\text{가 35의 배수가 아닐 때}) \\ 1 & (x\text{가 35의 배수일 때}) \end{cases}$

따라서 $2019=35\times57+24$이므로

$h(1)+h(2)+h(3)+\cdots+h(2018)+h(2019)$

$=1\times57=57$

02 길잡이 y좌표가 정수인 점들을 기준으로 x의 값의 범위를 나누어 각 범위에서 x좌표와 y좌표가 모두 정수인 점의 개수를 구한다.



(i) $0\le x\le3$일 때, x좌표와 y좌표가 모두 정수인 점은

(0, 1), (0, 2), (0, 3),

(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4),

(2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4),

(3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4)

의 $4\times4-1=15$(개)이다.

(ii) $4\le x\le7$일 때, x좌표와 y좌표가 모두 정수인 점은

(4, 2), (4, 3), (4, 4),

(5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5),

(6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5),

(7, 2), (7, 3), (7, 4), (7, 5)

의 $4\times4-1=15$(개)이다.

(iii) 마찬가지 방법으로 $8\le x\le11$, $12\le x\le15$, …일 때도 x좌표와 y좌표가 모두 정수인 점은 15개이다.

따라서 (i)~(iii)에 의해 $4(k-1)\le x\le4(k-1)+3$(단, k는 자연수)일 때, x좌표와 y좌표가 모두 정수인 점은 15개이므로

$90=15\times6$에서

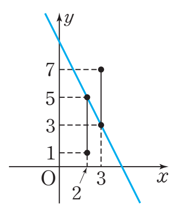
$a=4\times(6-1)+3=23$

03 길잡이 두 점 E, F의 좌표를 a를 사용하여 나타낸 후,
(사각형 OAFE의 넓이)$=\frac{7}{12}\times$(사각형 OABC의 넓이)임을 이용하여 식을 세운다.

두 점 E, F의 좌표는 각각 $E\left(0,\ \frac{8}{3}\right)$, $F\left(a,\ a^2+\frac{8}{3}\right)$이다.
(사각형 OABC의 넓이)$=a\times6=6a$
(사각형 OAFE의 넓이)$=\frac{1}{2}\times\left\{\frac{8}{3}+\left(a^2+\frac{8}{3}\right)\right\}\times a$
$=\frac{1}{2}a\left(a^2+\frac{16}{3}\right)$
(사각형 OAFE의 넓이)$=\frac{7}{12}\times$(사각형 OABC의 넓이)에서
$\frac{1}{2}a\left(a^2+\frac{16}{3}\right)=\frac{7}{12}\times6a$
$a^2+\frac{16}{3}=7\ (\because a\neq0)\qquad \therefore a^2=\frac{5}{3}$

04 길잡이 기울기가 최소가 될 때 일차함수 $f(x)$의 그래프가 지나는 점을 찾는다.

$1\le f(2)\le5,\ 3\le f(3)\le7$이므로
$y=f(x)$의 그래프의 기울기가 최소가 되려면 그 그래프가 오른쪽 그림과 같이 두 점 $(2,\ 5)$, $(3,\ 3)$을 지나야 한다.



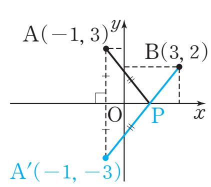
즉, (기울기)$=\frac{3-5}{3-2}=-2$이므로
$a=-2$
따라서 $y=-2x+b$의 그래프가 점 $(2,\ 5)$를 지나므로
$5=-4+b\qquad \therefore b=9$
$\therefore a+b=-2+9=7$

05 길잡이 (가)에 (나), (다)를 대입하여 일차함수 $f(x)$의 식을 구한다.

$f(x^2)=f(x)g(x)+4$에 $x=1$을 대입하면
$f(1)=f(1)g(1)+4$에서
$f(1)=3f(1)+4$ ($\because$ (다))
$-2f(1)=4\qquad \therefore f(1)=-2$
이때 $f(x)$는 일차함수이므로 $f(x)=ax+b$로 놓으면
$f(3)=3a+b=2$ ($\because$ (나)) $\cdots$ ㉠
$f(1)=a+b=-2$ $\cdots$ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면
$a=2,\ b=-4\qquad \therefore f(x)=2x-4$

06 길잡이 $\overline{AP}+\overline{BP}$의 최솟값은 점 A를 x축에 대하여 대칭이동한 점과 점 B를 이은 선분의 길이와 같다.

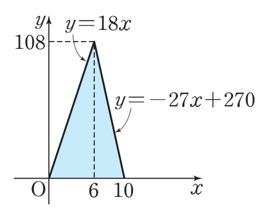
오른쪽 그림과 같이 점 A를 x축에 대하여 대칭이동한 점을 A′이라 하면



$\overline{AP}+\overline{BP}=\overline{A'P}+\overline{BP}\ge\overline{A'B}$
이므로 $\overline{AP}+\overline{BP}$의 값이 최소가 되도록 하는 점 P는 직선 A′B와 x축의 교점이다.
이때 직선 A′B를 그래프로 하는 일차함수의 식을 $y=ax+b$라 하면 이 그래프가 두 점 $A'(-1,\ -3)$, $B(3,\ 2)$를 지나므로
$-3=-a+b,\ 2=3a+b\qquad \therefore a=\frac{5}{4},\ b=-\frac{7}{4}$
즉, $y=\frac{5}{4}x-\frac{7}{4}$에 $y=0$을 대입하면 $x=\frac{7}{5}$
따라서 점 P의 좌표는 $P\left(\frac{7}{5},\ 0\right)$이다.

07 길잡이 점 P가 움직이는 변에 따라 x의 값의 범위를 나누어 생각한다.

점 P가 점 A를 출발한 지 x초 후 △APC의 넓이를 구하면
(i) 점 P가 변 AB 위를 움직일 때
$\overline{AP}=3x(\text{cm})\ (0<x<6)$이므로
$\triangle APC=\frac{1}{2}\times3x\times12=18x(\text{cm}^2)$
(ii) 점 P가 변 BC 위를 움직일 때
$\overline{PC}=(18+12)-3x=30-3x(\text{cm})\ (6\le x<10)$이므로
$\triangle APC=\frac{1}{2}\times(30-3x)\times18=-27x+270(\text{cm}^2)$
즉, (i), (ii)에 의해 x와 y 사이의 관계식은
$y=\begin{cases}18x & (0<x<6)\\-27x+270 & (6\le x<10)\end{cases}$
따라서 x와 y 사이의 관계를 나타낸 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 구하는 도형의 넓이는
$\frac{1}{2}\times10\times108=540$



6. 일차함수와 일차방정식

P. 94~95 **개념+대표 문제 확인하기**

1 ㄱ, ㄴ, ㄷ　**2** $a=1,\ b=\frac{2}{3}$

3 (1) ㄷ, ㅂ　(2) ㄹ　**4** $a=0,\ b<0$　**5** $\frac{45}{2}$

6 $-\frac{1}{2}$　**7** $x=3$　**8** -2　**9** 27

10 (1) $a\neq-4,\ b=2$　(2) $b\neq2$　**11** $\frac{3}{2}$

1 ㄱ, ㄴ. $3x-4y+6=0$에서 y를 x에 대한 식으로 나타내면

$y=\frac{3}{4}x+\frac{3}{2}$이고, y절편은 $\frac{3}{2}$이다.

ㄷ. $-6x+8y+3=0$에서 y를 x에 대한 식으로 나타내면

$y=\frac{3}{4}x-\frac{3}{8}$이므로 $y=\frac{3}{4}x+\frac{3}{2}$의 그래프와 평행하다.

ㄹ. $y=\frac{3}{4}x+\frac{3}{2}$의 그래프는 제4사분면을 지나지 않는다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

2 $ax+by-2=0$에 두 점 $(2,\ 0)$, $(0,\ 3)$의 좌표를 각각 대입하면 $2a-2=0$, $3b-2=0$　$\therefore a=1,\ b=\frac{2}{3}$

다른 풀이 x절편이 2이고, y절편이 3인 직선의 방정식은

$y=\frac{3-0}{0-2}x+3$, 즉 $y=-\frac{3}{2}x+3$, $2y=-3x+6$

$\therefore x+\frac{2}{3}y-2=0$　$\therefore a=1,\ b=\frac{2}{3}$

3 ㄱ, ㄴ, ㅁ. 미지수가 2개인 일차방정식

ㄷ. $y=\frac{4}{3}$　ㄹ. $x=-\frac{3}{2}$　ㅂ. $y=-1$

(1) x축에 평행한 직선의 방정식은 $y=n(n\neq0)$의 꼴이므로 ㄷ, ㅂ이다.

(2) x축에 수직인 직선의 방정식은 $x=m$의 꼴이므로 ㄹ이다.

4 $ax+by+5=0$의 그래프가 x축에 평행하려면 $y=n(n\neq0)$의 꼴이어야 하므로 $a=0$

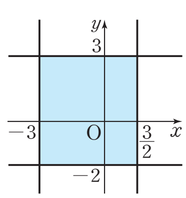
이때 $by+5=0$, 즉 $y=-\frac{5}{b}$의 그래프가 제1, 2사분면을 지나려면

$-\frac{5}{b}>0$　$\therefore b<0$

5 $2x-3=0$에서 $x=\frac{3}{2}$

$y+2=0$에서 $y=-2$

네 직선 $x=-3$, $x=\frac{3}{2}$, $y=-2$, $y=3$으로 둘러싸인 부분은 오른쪽 그림의 색칠한 부분과 같은 직사각형이다.



따라서 구하는 넓이는

$\left\{\frac{3}{2}-(-3)\right\}\times\{3-(-2)\}=\frac{9}{2}\times5=\frac{45}{2}$

6 두 일차방정식의 그래프의 교점의 좌표가 $(1,\ 2)$이므로 각 일차방정식에 $x=1$, $y=2$를 대입하면

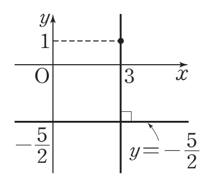
$a+4=3$, $1+2b=2$　$\therefore a=-1,\ b=\frac{1}{2}$

$\therefore ab=-1\times\frac{1}{2}=-\frac{1}{2}$

7 연립방정식 $\begin{cases}6x-5y-13=0\\4x-7y-5=0\end{cases}$을 풀면

$x=3$, $y=1$

따라서 점 $(3,\ 1)$을 지나고 직선 $2y+5=0$, 즉 $y=-\frac{5}{2}$에 수직인 직선의 방정식은 $x=3$이다.



8 연립방정식 $\begin{cases}x+2y=1\\-2x+y=8\end{cases}$을 풀면 $x=-3$, $y=2$이므로

두 일차방정식의 그래프의 교점의 좌표는 $(-3,\ 2)$이다.

따라서 $ax-2y=2$의 그래프가 점 $(-3,\ 2)$를 지나므로

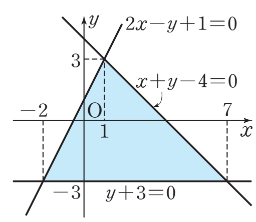
$-3a-4=2$, $-3a=6$　$\therefore a=-2$

9 두 직선 $x+y-4=0$, $2x-y+1=0$의 교점은 $(1,\ 3)$이고,

두 직선 $2x-y+1=0$, $y+3=0$의 교점은 $(-2,\ -3)$이고,

두 직선 $y+3=0$, $x+y-4=0$의 교점은 $(7,\ -3)$이다.

따라서 주어진 세 직선으로 둘러싸인 부분은 오른쪽 그림의 색칠한 부분과 같은 삼각형이므로 구하는 넓이는



$\frac{1}{2}\times\{7-(-2)\}\times\{3-(-3)\}$

$=\frac{1}{2}\times9\times6=27$

10 $-4x+2y-a=0$에서 $2y=4x+a$　$\therefore y=2x+\frac{a}{2}$

$bx-y-2=0$에서 $y=bx-2$

(1) 두 그래프가 교점이 존재하지 않으려면 서로 평행해야 하므로

$2=b$, $\frac{a}{2}\neq-2$　$\therefore a\neq-4,\ b=2$

(2) 두 그래프가 한 점에서 만나려면 기울기가 달라야 하므로 $b\neq2$

다른 풀이 (1) 두 그래프가 서로 평행하면

$\frac{-4}{b}=\frac{2}{-1}\neq\frac{-a}{-2}$　$\therefore a\neq-4,\ b=2$

(2) 두 그래프가 한 점에서 만나면

$\frac{-4}{b}\neq\frac{2}{-1}$　$\therefore b\neq2$

11 $ax-2y=-5$에서 $-2y=-ax-5$ $\quad\therefore y=\frac{a}{2}x+\frac{5}{2}$

$4x+by=10$에서 $by=-4x+10$ $\quad\therefore y=-\frac{4}{b}x+\frac{10}{b}$

연립방정식의 해가 무수히 많으려면 두 일차방정식의 그래프가 일치해야 하므로

$\frac{a}{2}=-\frac{4}{b}$, $\frac{5}{2}=\frac{10}{b}$ $\quad\therefore a=-2,\ b=4$

즉, $-2x+4y+3=0$에 $y=0$을 대입하면

$-2x+3=0$ $\quad\therefore x=\frac{3}{2}$

따라서 구하는 x절편은 $\frac{3}{2}$이다.

다른 풀이 a, b의 값 구하기

주어진 연립방정식의 해가 무수히 많으므로

$\frac{a}{4}=\frac{-2}{b}=\frac{-5}{10}$ $\quad\therefore a=-2,\ b=4$

P. 96~99 **내신 5% 따라잡기**

1 18 **2** ② **3** ⑤ **4** 0
5 제2사분면과 제3사분면 **6** $\frac{4}{3}$
7 $A\left(\frac{23}{5}, \frac{24}{5}\right)$ **8** $a=-1,\ b=-9$ **9** 3
10 $-\frac{15}{2}$ **11** 10 **12** $\frac{15}{2}$ **13** 1 **14** ③
15 $y=-x+\frac{3}{2}$ **16** ③ **17** $-\frac{1}{9}$ **18** ①, ④
19 $-\frac{3}{2}<a<\frac{3}{2}$ **20** 26 **21** ㄴ, ㄷ

1 $ax+y-b=0$에서 $y=-ax+b$

이 그래프가 두 점 $(2, 3)$, $(4, 0)$을 지나는 직선 l과 평행하므로

$(\text{기울기})=\frac{0-3}{4-2}=-\frac{3}{2}$ $\quad\therefore a=\frac{3}{2}$

주어진 그림에서 직선 m의 x절편이 8이므로

$y=-\frac{3}{2}x+b$에 $x=8$, $y=0$을 대입하면

$0=-12+b$ $\quad\therefore b=12$

$\therefore ab=\frac{3}{2}\times 12=18$

2 $ax+by-c=0$에서 $y=-\frac{a}{b}x+\frac{c}{b}$

이때 주어진 그림에서 $(\text{기울기})=-\frac{a}{b}>0$, $(y\text{절편})=\frac{c}{b}>0$

이므로 $\frac{b}{c}>0$, $\frac{a}{c}<0$

따라서 $bx-cy-a=0$, 즉 $y=\frac{b}{c}x-\frac{a}{c}$의 그래프는

$(\text{기울기})=\frac{b}{c}>0$, $(y\text{절편})=-\frac{a}{c}>0$이므로 그 그래프로 알맞은 것은 제1, 2, 3사분면을 지나는 직선인 ②이다.

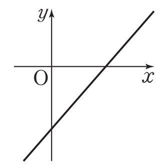
3 점 $\left(\frac{a}{b}, bc\right)$가 제2사분면 위의 점이므로

$\frac{a}{b}<0$에서 a와 b의 부호는 반대이고

$bc>0$에서 b와 c의 부호는 같으므로 a와 c의 부호는 반대이다.

$a^2x+aby-bc=0$, 즉 $y=-\frac{a}{b}x+\frac{c}{a}$의 그래프에서

$(\text{기울기})=-\frac{a}{b}>0$, $(y\text{절편})=\frac{c}{a}<0$이므로 그 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



⑤ 기울기가 1이면 $-\frac{a}{b}=1$에서 $a=-b$이다.

4 두 점을 지나는 직선이 y축에 평행하면 두 점의 x좌표가 같으므로

$\frac{a-3}{4}=\frac{2b-1}{6}$에서 $3a-4b=7$ $\quad\cdots$ ㉠

두 점을 지나는 직선이 y축에 수직이면 두 점의 y좌표가 같으므로

$\frac{3a-1}{2}=\frac{-b+3}{4}$에서 $6a+b=5$ $\quad\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=1$, $b=-1$

$\therefore a+b=1+(-1)=0$

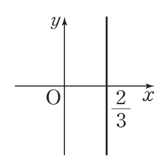
5 주어진 그래프는 $y=4$의 그래프이다.

$ax+6y+2b=0$에서 $y=-\frac{a}{6}x-\frac{b}{3}$

즉, $-\frac{a}{6}=0$, $-\frac{b}{3}=4$이므로 $a=0$, $b=-12$

$bx-ay+8=0$에서 $-12x+8=0$ $\quad\therefore x=\frac{2}{3}$

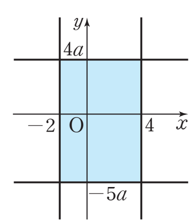
따라서 $x=\frac{2}{3}$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 지나지 않는 사분면은 제2사분면과 제3사분면이다.



6 $2x-8=0$에서 $x=4$, $3x+6=0$에서 $x=-2$

$2y+10a=0$에서 $y=-5a$, $4y-16a=0$에서 $y=4a$

$a>0$이므로 네 직선 $x=4$, $x=-2$, $y=-5a$, $y=4a$로 둘러싸인 도형은 오른쪽 그림의 색칠한 부분과 같은 직사각형이다.



이때 이 직사각형의 넓이가 72이므로

$\{4-(-2)\}\times\{4a-(-5a)\}=72$

$6\times 9a=72$ $\quad\therefore a=\frac{4}{3}$

7 두 점 $P(3, 0)$, $Q(5, 6)$을 지나는 직선의 기울기는

$\frac{6-0}{5-3}=\frac{6}{2}=3$이므로 $y=3x+a$로 놓고

이 식에 $x=3$, $y=0$을 대입하면 $0=9+a$ $\quad\therefore a=-9$

$\therefore y=3x-9$

두 점 P$(7, 0)$, Q$(4, 6)$을 지나는 직선의 기울기는

$\dfrac{6-0}{4-7}=\dfrac{6}{-3}=-2$이므로 $y=-2x+b$로 놓고

이 식에 $x=7$, $y=0$을 대입하면 $0=-14+b$ $\quad\therefore b=14$

$\therefore y=-2x+14$

즉, 점 A는 두 직선 $y=3x-9$와 $y=-2x+14$의 교점이므로

연립방정식 $\begin{cases} y=3x-9 \\ y=-2x+14 \end{cases}$를 풀면 $x=\dfrac{23}{5}$, $y=\dfrac{24}{5}$

따라서 점 A의 좌표는 A$\left(\dfrac{23}{5}, \dfrac{24}{5}\right)$이다.

8 $x+ay-1=0$ $\quad\cdots$ ㉠

$3x-y-5=0$ $\quad\cdots$ ㉡

$4x+y+b=0$ $\quad\cdots$ ㉢

$2x+ay-3=0$ $\quad\cdots$ ㉣

㉠$-$㉣을 하면 $-x+2=0$ $\quad\therefore x=2$

㉡에 $x=2$를 대입하면 $6-y-5=0$ $\quad\therefore y=1$

따라서 네 직선의 교점의 좌표는 $(2, 1)$이므로

㉠에 $x=2$, $y=1$을 대입하면 $2+a-1=0$ $\quad\therefore a=-1$

㉢에 $x=2$, $y=1$을 대입하면 $8+1+b=0$ $\quad\therefore b=-9$

9 두 점 $(-1, 1)$, $(0, 4)$를 지나는 직선의 방정식은

$y=\dfrac{4-1}{0-(-1)}x+4$ $\quad\therefore y=3x+4$

연립방정식 $\begin{cases} y=3x+4 \\ x-y+1=0 \end{cases}$을 풀면 $x=-\dfrac{3}{2}$, $y=-\dfrac{1}{2}$이므로

두 직선의 교점의 좌표는 $\left(-\dfrac{3}{2}, -\dfrac{1}{2}\right)$이다.

따라서 점 $\left(-\dfrac{3}{2}, -\dfrac{1}{2}\right)$이 직선 $ax-y+4=0$ 위에 있으므로

$-\dfrac{3}{2}a+\dfrac{1}{2}+4=0$, $-3a+1+8=0$

$\therefore a=3$

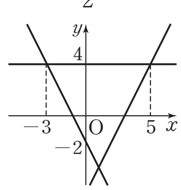
10 삼각형의 두 꼭짓점 $(-3, 4)$, $(5, 4)$의 y좌표가 같으므로 세 직선 중 한 직선의 방정식은 $y=4$이다.

$2x-y+c=0$은 $y=2x+c$이므로 $y=4$일 수 없다.

$dx-y-2=0$은 $y=dx-2$이고, 이 직선의 y절편은 -2이므로 $y=4$일 수 없다.

따라서 $ax+by-2=0$이 $y=4$이므로 $a=0$, $b=\dfrac{1}{2}$

이때 나머지 한 꼭짓점이 제4사분면 위에 있으므로 세 직선은 오른쪽 그림과 같다.



즉, 직선 $y=dx-2$가 점 $(-3, 4)$를 지나므로

$4=-3d-2$ $\quad\therefore d=-2$

직선 $y=2x+c$가 점 $(5, 4)$를 지나므로

$4=10+c$ $\quad\therefore c=-6$

$\therefore a+b+c+d=0+\dfrac{1}{2}+(-6)+(-2)=-\dfrac{15}{2}$

11 주어진 세 일차방정식의 그래프가 삼각형을 이루지 않는 경우는 다음과 같다.

(i) $y=\dfrac{a}{2}x-\dfrac{a}{3}$와 $\underbrace{2x-y=0}_{y=2x}$의 그래프가 서로 평행할 때

$\dfrac{a}{2}=2$, $-\dfrac{a}{3}\neq 0$ $\quad\therefore a=4$, $a\neq 0$

(ii) $y=\dfrac{a}{2}x-\dfrac{a}{3}$와 $\underbrace{x+y-4=0}_{y=-x+4}$의 그래프가 서로 평행할 때

$\dfrac{a}{2}=-1$, $-\dfrac{a}{3}\neq 4$ $\quad\therefore a=-2$, $a\neq -12$

(iii) $y=\dfrac{a}{2}x-\dfrac{a}{3}$, $2x-y=0$, $x+y-4=0$의 그래프가 한 점에서 만날 때

연립방정식 $\begin{cases} 2x-y=0 \\ x+y-4=0 \end{cases}$을 풀면 $x=\dfrac{4}{3}$, $y=\dfrac{8}{3}$

즉, $y=\dfrac{a}{2}x-\dfrac{a}{3}$의 그래프가 점 $\left(\dfrac{4}{3}, \dfrac{8}{3}\right)$을 지나므로

$\dfrac{8}{3}=\dfrac{a}{2}\times\dfrac{4}{3}-\dfrac{a}{3}$ $\quad\therefore a=8$

따라서 (i)~(iii)에 의해 모든 a의 값의 합은

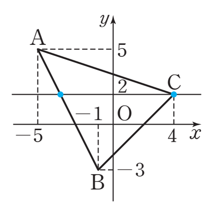
$4+(-2)+8=10$

참고 서로 다른 세 직선이 삼각형을 이루지 않는 경우

(1) 어느 두 직선이 서로 평행하거나 세 직선이 서로 평행하다.

(2) 세 직선이 한 점에서 만난다.

12 $\overline{\text{PQ}}$의 길이가 최대가 되려면 오른쪽 그림과 같이 x축에 평행한 직선이 점 C$(4, 2)$를 지나야 한다.



이때 x축에 평행한 직선의 방정식은 $y=2$이다.

두 점 A$(-5, 5)$, B$(-1, -3)$을 지나는 직선의 방정식은 $y=-2x-5$이다.

직선 $y=-2x-5$와 $y=2$의 교점은 $\left(-\dfrac{7}{2}, 2\right)$이다.

따라서 $\overline{\text{PQ}}$의 길이가 최대일 때의 두 점 P, Q의 좌표는

P$\left(-\dfrac{7}{2}, 2\right)$, Q$(4, 2)$ 또는 P$(4, 2)$, Q$\left(-\dfrac{7}{2}, 2\right)$이므로

구하는 최댓값은 $4-\left(-\dfrac{7}{2}\right)=\dfrac{15}{2}$이다.

13 오른쪽 그림에서

A$(0, -6)$,

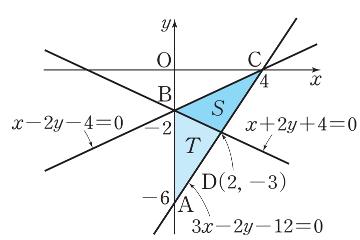
B$(0, -2)$, C$(4, 0)$

이고, 점 D는 직선

$3x-2y-12=0$과

직선 $x+2y+4=0$

의 교점이므로 D$(2, -3)$이다.



$T=\triangle\text{ADB}=\dfrac{1}{2}\times 4\times 2=4$

$S=\triangle\text{CBD}=\triangle\text{CBA}-\triangle\text{ADB}=\dfrac{1}{2}\times 4\times 4-4=4$

$\therefore \dfrac{S}{T}=\dfrac{4}{4}=1$

14 두 점 $(-4,\ 0)$, $(0,\ 4)$를 지나는 직선의 방정식은

$y=\dfrac{4-0}{0-(-4)}x+4 \qquad \therefore\ y=x+4$

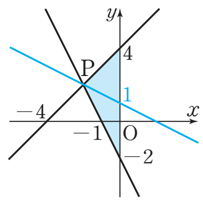
두 점 $(-1,\ 0)$, $(0,\ -2)$를 지나는 직선의 방정식은

$y=\dfrac{-2-0}{0-(-1)}x-2 \qquad \therefore\ y=-2x-2$

연립방정식 $\begin{cases} y=x+4 \\ y=-2x-2 \end{cases}$를 풀면 $x=-2$, $y=2$이므로

두 직선의 교점 P의 좌표는 $\mathrm{P}(-2,\ 2)$이다.

점 P를 지나면서 오른쪽 그림의 색칠한 부분의 넓이를 이등분하려면 두 점 $(0,\ 4)$, $(0,\ -2)$를 이은 선분의 중점 $(0,\ 1)$을 지나면 된다.



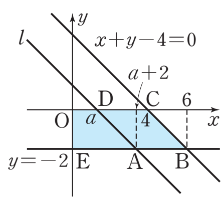
따라서 두 점 $(-2,\ 2)$, $(0,\ 1)$을 지나는 직선의 방정식은

$y=\dfrac{1-2}{0-(-2)}x+1$, $y=-\dfrac{1}{2}x+1$

$\therefore\ x+2y-2=0$

15 직선 l이 직선 $x+y-4=0$, 즉 $y=-x+4$와 평행하므로 직선 l의 기울기는 -1이다.

직선 l의 방정식을 $y=-x+a$로 놓고, 네 점 A, B, C, D의 좌표를 각각 구하면



$\mathrm{A}(a+2,\ -2)$, $\mathrm{B}(6,\ -2)$,

$\mathrm{C}(4,\ 0)$, $\mathrm{D}(a,\ 0)$

(사각형 OEBC의 넓이)$=\dfrac{1}{2}\times(4+6)\times2=10$

(사각형 OEAD의 넓이)$=\dfrac{1}{2}\times\{a+(a+2)\}\times2=2a+2$

이때 (사각형 OEAD의 넓이)$=\dfrac{1}{2}\times$(사각형 OEBC의 넓이)

이므로

$2a+2=\dfrac{1}{2}\times10$, $2a=3 \qquad \therefore\ a=\dfrac{3}{2}$

따라서 직선 l의 방정식은 $y=-x+\dfrac{3}{2}$이다.

16 $x-3y=-4$에서 $y=\dfrac{1}{3}x+\dfrac{4}{3}$

$ax+y=b$에서 $y=-ax+b$

연립방정식의 해가 무수히 많으려면 두 일차방정식의 그래프가 일치해야 하므로

$\dfrac{1}{3}=-a$, $\dfrac{4}{3}=b \qquad \therefore\ a=-\dfrac{1}{3}$, $b=\dfrac{4}{3}$

따라서 $y=-\dfrac{1}{3}x+\dfrac{4}{3}$의 그래프는 (기울기)$=-\dfrac{1}{3}<0$,

(y절편)$=\dfrac{4}{3}>0$이므로 제3사분면을 지나지 않는다.

다른 풀이 a, b의 값 구하기

연립방정식 $\begin{cases} x-3y=-4 \\ ax+y=b \end{cases}$의 해가 무수히 많으므로

$\dfrac{1}{a}=\dfrac{-3}{1}=\dfrac{4}{-b} \qquad \therefore\ a=-\dfrac{1}{3}$, $b=\dfrac{4}{3}$

17 $ax+by+3=0$에서 $y=-\dfrac{a}{b}x-\dfrac{3}{b}$

$x-3y-2=0$에서 $y=\dfrac{1}{3}x-\dfrac{2}{3}$

이 두 그래프가 서로 만나지 않으면 평행하므로

$-\dfrac{a}{b}=\dfrac{1}{3}$, $-\dfrac{3}{b}\neq-\dfrac{2}{3} \qquad \therefore\ \dfrac{a}{b}=-\dfrac{1}{3}$, $\dfrac{b}{a}=-3$

즉, $\dfrac{a}{b}x+\dfrac{b}{a}y=1$에서 $-\dfrac{1}{3}x-3y=1 \qquad \therefore\ y=-\dfrac{1}{9}x-\dfrac{1}{3}$

따라서 구하는 기울기는 $-\dfrac{1}{9}$이다.

18 ㄱ. $3x-2y=6$에서 $y=\dfrac{3}{2}x-3$

$ax+y=-3$에서 $y=-ax-3$

$a=-\dfrac{3}{2}$이면 해가 무수히 많고

$a\neq-\dfrac{3}{2}$이면 해가 하나뿐이다.

ㄴ. $3x-by=-6$에서 $y=\dfrac{3}{b}x+\dfrac{6}{b}$

$2x+y=-4$에서 $y=-2x-4$

$\dfrac{3}{b}=-2$, 즉 $b=-\dfrac{3}{2}$이면 $\dfrac{6}{b}=-4$이므로 해가 무수히 많고, $b\neq-\dfrac{3}{2}$이면 해가 하나뿐이다.

ㄷ. $x-2y=1$에서 $y=\dfrac{1}{2}x-\dfrac{1}{2}$

$4y=2x-c$에서 $y=\dfrac{1}{2}x-\dfrac{c}{4}$

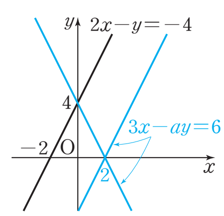
$-\dfrac{1}{2}=-\dfrac{c}{4}$, 즉 $c=2$이면 해가 무수히 많고

$c\neq2$이면 해가 없다.

따라서 항상 옳은 것은 ①, ④이다.

19 길잡이 주어진 연립방정식이 $x>0$, $y>0$인 해를 가지면 두 일차방정식의 그래프의 교점은 제1사분면 위에 있다.

연립방정식 $\begin{cases} 2x-y=-4 & \cdots\ ㉠ \\ 3x-ay=6 & \cdots\ ㉡ \end{cases}$



이 $x>0$, $y>0$인 해를 가지므로 ㉠과 ㉡의 그래프의 교점이 제1사분면 위에 있다.

이때 ㉡의 그래프의 x절편이 2이므로 a의 값에 관계없이 항상 점 $(2,\ 0)$을 지난다.

즉, ㉡의 그래프는 두 점 $(0,\ 4)$, $(2,\ 0)$을 지나는 직선과 점 $(2,\ 0)$을 지나면서 ㉠의 그래프와 평행한 직선 사이에 존재한다.

(i) ㉡의 그래프가 점 $(0,\ 4)$를 지날 때

$-4a=6 \qquad \therefore\ a=-\dfrac{3}{2}$

(ii) ㉡의 그래프가 ㉠의 그래프와 평행할 때

$\dfrac{2}{3}=\dfrac{-1}{-a}\neq\dfrac{4}{-6} \qquad \therefore\ a=\dfrac{3}{2}$, $a\neq-\dfrac{3}{2}$

따라서 (i), (ii)에 의해 상수 a의 값의 범위는 $-\dfrac{3}{2}<a<\dfrac{3}{2}$

20 길잡이 사각형 ABCD가 사다리꼴이 되기 위한 두 직선의 위치 관계를 생각한다.

사각형 ABCD는 사다리꼴이므로 직선 l: $px+3y=q$는 직선 $4x+3y=12$와 평행해야 한다. $\therefore p=4$

즉, l: $4x+3y=q$이다.

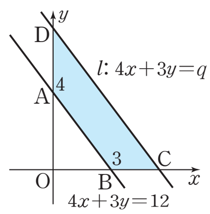
직선 l의 x절편이 양수이고,

(삼각형 AOB의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times3\times4=6$,

(사각형 ABCD의 넓이)

$=\frac{85}{6}>6$



이므로 두 점 C, D의 위치는 오른쪽 그림과 같다.

이때 두 점 C, D의 좌표는 각각 $C\left(\frac{q}{4}, 0\right)$, $D\left(0, \frac{q}{3}\right)$이므로

(사각형 ABCD의 넓이)$=\frac{1}{2}\times\frac{q}{4}\times\frac{q}{3}-6=\frac{85}{6}$

$q^2=484$ $\quad\therefore q=22$ ($\because q>0$)

$\therefore p+q=4+22=26$

21 길잡이 토끼와 거북의 달리기 경주에서의 시간과 거리 사이의 관계를 나타낸 그래프를 확인한 후, 보기의 설명의 참, 거짓을 확인한다.

ㄱ. 토끼의 그래프는 20분에서 60분까지 거리에 변함이 없으므로 토끼는 $60-20=40$(분) 동안 쉬었다.

ㄴ. 주어진 그림에서 원점을 제외한 토끼의 그래프와 거북의 그래프의 교점의 좌표는 (30, 50)이므로 토끼와 거북은 출발한 지 30분 후에 다시 만난다.

ㄷ. 주어진 그림에서 토끼가 100 m를 이동하는 데 걸린 시간은 80분이고, 거북이 100 m를 이동하는 데 걸린 시간은 60분이다.

즉, 거북이 결승점에 도착한 지 $80-60=20$(분) 후에 토끼가 결승점에 도착한다.

ㄹ. 토끼와 거북이 100 m 이후에도 일정한 속력으로 계속 달린다고 할 때 토끼와 거북이 각각 이동한 시간을 x분, 이동한 거리를 y m라 하자.

토끼의 그래프는 두 점 (60, 50), (80, 100)을 지나므로 직선의 방정식은 $y=\frac{5}{2}x-100$ $\cdots$ ㉠

거북의 그래프는 두 점 (0, 0), (60, 100)을 지나므로 직선의 방정식은 $y=\frac{5}{3}x$ $\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=120$, $y=200$

즉, 경주를 시작한 지 120분 후에 다시 만난다.

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

P. 100~101 내신 1% 뛰어넘기

01 -1 **02** 4 **03** $\frac{5}{6}$ **04** $\frac{45}{4}$

05 $\frac{2}{13}\le a\le2$ **06** l: $\frac{1}{2}$, m: $\frac{1}{8}$ **07** 0

08 동쪽: $\frac{55}{13}$ km, 북쪽: $\frac{44}{13}$ km

01 길잡이 두 직선 $ax+by+c=0$과 $a'x+b'y+c'=0$이 일치하면 기울기와 y절편이 각각 같음을, 또는 $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}=\frac{c}{c'}$임을 이용한다.

$ax+by+c=0$에서 $by=-ax-c$ $\quad\therefore y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$

$cx+ay+b=0$에서 $ay=-cx-b$ $\quad\therefore y=-\frac{c}{a}x-\frac{b}{a}$

직선 $y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$와 $y=-\frac{c}{a}x-\frac{b}{a}$가 일치하므로

$-\frac{a}{b}=-\frac{c}{a}$에서 $c=\frac{a^2}{b}$

$-\frac{c}{b}=-\frac{b}{a}$에서 $c=\frac{b^2}{a}$

즉, $\frac{a^2}{b}=\frac{b^2}{a}$이므로 $a^3=b^3$ $\quad\therefore a=b$

$c=\frac{a^2}{b}$에 $a=b$를 대입하면 $c=\frac{b^2}{b}=b$ $\quad\therefore a=b=c$

따라서 $ax+by+c=0$에서

$ax+ay+a=0$ $\quad\therefore x+y+1=0$ ($\because a\neq0$)

직선 $x+y+1=0$이 점 (m, n)을 지나므로

$m+n+1=0$ $\quad\therefore m+n=-1$

다른 풀이 $a=b=c$임을 알기

직선 $ax+by+c=0$과 $cx+ay+b=0$이 일치하므로

$\frac{a}{c}=\frac{b}{a}=\frac{c}{b}$이다.

$\frac{a}{c}=\frac{b}{a}=\frac{c}{b}=k$($k\neq0$)라 하면 $a=ck$, $b=ak$, $c=bk$

이 세 식을 변끼리 곱하면 $abc=abck^3$, $k^3=1$ ($\because abc\neq0$)

$\therefore k=1$, 즉 $a=b=c$

02 길잡이 두 점 $P(a, b)$, $Q(c, d)$에 대하여 $\frac{d-b}{c-a}$는 직선 PQ의 기울기이다.

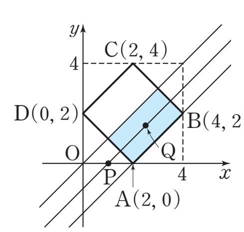
점 $P(a, b)$와 점 $Q(c, d)$에 대하여 $\frac{d-b}{c-a}=1$이므로 직선 PQ의 기울기는 1이다.

이때 점 P가 선분 OA 위에 있고

직선 AB의 기울기는 $\frac{2-0}{4-2}=1$,

직선 CD의 기울기는 $\frac{4-2}{2-0}=1$

이므로 점 Q가 존재할 수 있는 영역은 오른쪽 그림의 색칠한 부분과 같다.



(사각형 ABCD의 넓이)$=\frac{1}{2}\times(4\times4)=8$

이므로 색칠한 부분의 넓이는 $8\times\frac{1}{2}=4$이다.

03 길잡이 세 직선에 의해 좌표평면이 6개의 영역으로 나누어지는 경우를 생각한다.

서로 다른 세 직선에 의해 좌표평면이 6개의 영역으로 나누어지려면 세 직선 중 어느 두 직선이 평행하거나 세 직선이 한 점에서 만나야 한다.

$x-y-2=0$에서 $y=x-2$ ⋯ ㉠

$\frac{1}{2}x+y-7=0$에서 $y=-\frac{1}{2}x+7$ ⋯ ㉡

$mx-y+2=0$에서 $y=mx+2$ ⋯ ㉢

(ⅰ) ㉢과 ㉠의 그래프가 서로 평행할 때, $m=1$

(ⅱ) ㉢과 ㉡의 그래프가 서로 평행할 때, $m=-\frac{1}{2}$

(ⅲ) ㉠, ㉡, ㉢의 그래프가 한 점에서 만날 때

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=6$, $y=4$

즉, ㉢의 그래프가 점 $(6, 4)$를 지나므로

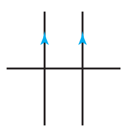
$4=6m+2$, $6m=2$ $\therefore m=\frac{1}{3}$

따라서 (ⅰ)~(ⅲ)에 의해 모든 상수 m의 값의 합은

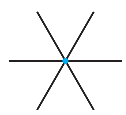
$1+\left(-\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{3}=\frac{5}{6}$

참고 세 직선에 의해 6개의 영역으로 나누어지는 경우

(1) 어느 두 직선이 평행할 때



(2) 세 직선이 한 점에서 만날 때

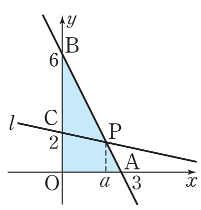


04 길잡이 두 직선 l과 $2x+y=6$의 교점의 x좌표를 a라 하고, $\triangle PBC=\frac{1}{2}\triangle ABO$임을 이용한다.

직선 $2x+y=6$이 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라 하면

A$(3, 0)$, B$(0, 6)$

점 $(0, 2)$를 C라 하고, 두 직선 l과 $2x+y=6$의 교점을 P라 할 때, 점 P의 x좌표를 a라 하면



$\triangle PBC=\frac{1}{2}\triangle ABO$이므로

$\frac{1}{2}\times(6-2)\times a=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}\times3\times6\right)$ $\therefore a=\frac{9}{4}$

따라서 $ax+by-9-4a=0$, 즉 $\frac{9}{4}x+by-18=0$이 점 $(0, 2)$를 지나므로

$2b-18=0$ $\therefore b=9$

$\therefore a+b=\frac{9}{4}+9=\frac{45}{4}$

05 길잡이 정사각형의 두 대각선의 교점을 지나는 직선은 정사각형의 넓이를 이등분함을 이용한다.

A$(2, 7)$, B$(2, 1)$, C$(8, 1)$, D$(8, 7)$이므로 사각형 ABCD의 두 대각선의 교점의 좌표는 $(5, 4)$이다.

즉, 직선 l이 사각형 ABCD의 넓이를 이등분하려면 두 점 $(7, 0)$, $(5, 4)$를 지나야 하므로 직선 l의 방정식은

$y=-2x+14$ ⋯ ㉠

점 M, N은 각각 직선 l과 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$의 교점이므로

㉠에 $y=7$을 대입하면 $7=-2x+14$ $\therefore x=\frac{7}{2}$

㉠에 $y=1$을 대입하면 $1=-2x+14$ $\therefore x=\frac{13}{2}$

$\therefore$ M$\left(\frac{7}{2}, 7\right)$, N$\left(\frac{13}{2}, 1\right)$

(ⅰ) 직선 $y=ax$가 점 M$\left(\frac{7}{2}, 7\right)$을 지날 때

$7=\frac{7}{2}a$ $\therefore a=2$

(ⅱ) 직선 $y=ax$가 점 N$\left(\frac{13}{2}, 1\right)$을 지날 때

$1=\frac{13}{2}a$ $\therefore a=\frac{2}{13}$

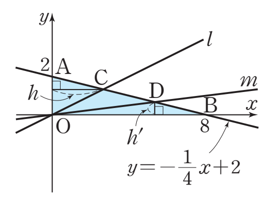
따라서 (ⅰ), (ⅱ)에 의해 상수 a의 값의 범위는 $\frac{2}{13}\le a\le2$

06 길잡이 △AOC, △DOB의 넓이가 각각 △AOB의 넓이의 $\frac{1}{3}$임을 이용한다.

$y=-\frac{1}{4}x+2$의 그래프의 x절편은 8이고, y절편은 2이므로 오른쪽 그림에서

A$(0, 2)$, B$(8, 0)$

$\therefore \triangle AOB=\frac{1}{2}\times8\times2=8$



두 직선 l, m과 $y=-\frac{1}{4}x+2$의 그래프의 교점을 각각 C, D라 하고, 점 C의 x좌표를 h, 점 D의 y좌표를 h'이라 하면 두 직선 l, m이 △AOB의 넓이를 삼등분하므로

$\triangle AOC=\frac{1}{2}\times2\times h=\frac{1}{3}\times8$ $\therefore h=\frac{8}{3}$

$\triangle DOB=\frac{1}{2}\times8\times h'=\frac{1}{3}\times8$ $\therefore h'=\frac{2}{3}$

$y=-\frac{1}{4}x+2$에 $x=\frac{8}{3}$을 대입하면 $y=-\frac{2}{3}+2=\frac{4}{3}$

$y=-\frac{1}{4}x+2$에 $y=\frac{2}{3}$를 대입하면

$\frac{2}{3}=-\frac{1}{4}x+2$ $\therefore x=\frac{16}{3}$

$\therefore$ C$\left(\frac{8}{3}, \frac{4}{3}\right)$, D$\left(\frac{16}{3}, \frac{2}{3}\right)$

두 점 O$(0, 0)$, C$\left(\frac{8}{3}, \frac{4}{3}\right)$를 지나는 직선 l의 기울기는

$$\frac{\frac{4}{3}-0}{\frac{8}{3}-0}=\frac{4}{3}\times\frac{3}{8}=\frac{1}{2}$$

두 점 O$(0, 0)$, D$\left(\frac{16}{3}, \frac{2}{3}\right)$를 지나는 직선 m의 기울기는

$$\frac{\frac{2}{3}-0}{\frac{16}{3}-0}=\frac{2}{3}\times\frac{3}{16}=\frac{1}{8}$$

07 길잡이 두 일차방정식의 그래프의 교점이 2개 이상이면 두 일차방정식의 그래프는 일치한다.

$ax+2y-7=4x-7$에서 $2y=(4-a)x$ $\quad\therefore y=\dfrac{4-a}{2}x$

$-6x+3y=2ax$에서 $3y=(2a+6)x$ $\quad\therefore y=\dfrac{2a+6}{3}x$

이때 두 일차방정식의 그래프의 y절편이 모두 0이므로 두 그래프는 모두 원점을 지나고, 주어진 연립방정식이 $x\neq0$, $y\neq0$인 해를 가지므로 두 그래프가 원점 이외의 교점을 가져야 한다.

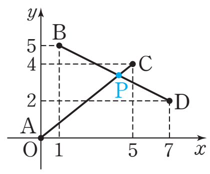
따라서 두 그래프의 교점이 2개 이상이면 두 직선은 일치하므로

$\dfrac{4-a}{2}=\dfrac{2a+6}{3}$, $12-3a=4a+12$

$-7a=0$ $\quad\therefore a=0$

08 길잡이 아파트 A를 원점으로 하여 나머지 아파트의 위치를 좌표평면 위에 각각 나타낸다.

아파트 A를 원점으로 놓고 x축의 양의 방향을 동쪽, y축의 양의 방향을 북쪽으로 생각하여 나머지 세 아파트 B, C, D의 위치를 좌표평면 위에 각각 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



즉, A$(0, 0)$, B$(1, 5)$, C$(5, 4)$, D$(7, 2)$

카페의 위치를 점 P라 하면

$\overline{PA}+\overline{PC}\geq\overline{AC}$이고 $\overline{PB}+\overline{PD}\geq\overline{BD}$에서

$\overline{PA}+\overline{PB}+\overline{PC}+\overline{PD}\geq\overline{AC}+\overline{BD}$이므로

$\overline{PA}+\overline{PB}+\overline{PC}+\overline{PD}$의 값이 최소이려면 점 P가 $\overline{AC}$와 $\overline{BD}$의 교점이어야 한다.

두 점 $(0, 0)$, $(5, 4)$를 지나는 직선 AC의 방정식은

$y=\dfrac{4}{5}x$ $\quad\cdots$ ㉠

두 점 $(1, 5)$, $(7, 2)$를 지나는 직선 BD의 방정식은

$y=-\dfrac{1}{2}x+\dfrac{11}{2}$ $\quad\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=\dfrac{55}{13}$, $y=\dfrac{44}{13}$이므로

두 직선의 교점 P의 좌표는 $\mathrm{P}\left(\dfrac{55}{13}, \dfrac{44}{13}\right)$이다.

따라서 카페는 아파트 A에서 동쪽으로 $\dfrac{55}{13}$ km, 북쪽으로 $\dfrac{44}{13}$ km 떨어진 곳에 지어야 한다.

P. 102~103 5~6 서술형 완성하기

[과정은 풀이 참조]

1 6 **2** 제3사분면 **3** $\dfrac{270}{11}$ **4** 3
5 -4 **6** 30초 후 **7** $\mathrm{P}(0, 3)$
8 $y=\dfrac{1}{4}x+2$

1 $f(x)=ax$에서 $f(2)=-6$이므로

$f(2)=2a=-6$ $\quad\therefore a=-3$ $\quad\cdots$ (i)

즉, $f(x)=-3x$이므로 $\quad\cdots$ (ii)

$2f(-1)+f(3)=\dfrac{1}{6}f(k)$에서

$2\times(-3)\times(-1)+(-3)\times3=\dfrac{1}{6}\times(-3k)$

$6-9=-\dfrac{1}{2}k$, $-3=-\dfrac{1}{2}k$

$\therefore k=6$ $\quad\cdots$ (iii)

채점 기준	비율
(i) a의 값 구하기	30 %
(ii) 함수 $f(x)$의 식 구하기	30 %
(iii) k의 값 구하기	40 %

2 $y=-3x+6$의 그래프의 x절편은 2이고

$y=\dfrac{1}{2}x-4+a$의 그래프의 x절편은 $8-2a$이므로

$2=8-2a$, $2a=6$ $\quad\therefore a=3$ $\quad\cdots$ (i)

$y=-3x+6$의 그래프의 y절편은 6이고

$y=-\dfrac{1}{2}x+b$의 그래프의 y절편은 b이므로 $b=6$ $\quad\cdots$ (ii)

따라서 $y=-18x+3$의 그래프는 (기울기)$=-18<0$, (y절편)$=3>0$이므로 제3사분면을 지나지 않는다. $\quad\cdots$ (iii)

채점 기준	비율
(i) a의 값 구하기	30 %
(ii) b의 값 구하기	30 %
(iii) 일차함수 $y=-3bx+a$의 그래프가 지나지 않는 사분면 구하기	40 %

3 1분에 시침은 $0.5°$씩, 분침은 $6°$씩 움직이므로

시침이 12를 가리킬 때부터 4시간 30분 동안 움직인 각도는

$30°\times4+0.5°\times30=120°+15°=135°$

분침이 12를 가리킬 때부터 30분 동안 움직인 각도는

$6°\times30=180°$

즉, $y=180+6\times x-(135+0.5\times x)$

$\therefore y=5.5x+45$ $\quad\cdots$ (i)

이 식에 $y=180$을 대입하면 $180=5.5x+45$

$5.5x=135$ $\quad\therefore x=\dfrac{270}{11}$ $\quad\cdots$ (ii)

채점 기준	비율
(i) y를 x에 대한 식으로 나타내기	70 %
(ii) $y=180$일 때, x의 값 구하기	30 %

참고 시침과 분침이 움직인 각도

① 시침은 1시간, 즉 60분 동안 $\dfrac{360°}{12}=30°$만큼 움직인다.

⇨ 시침은 1분에 $\dfrac{30°}{60}=0.5°$만큼 움직인다.

② 분침은 1시간, 즉 60분 동안 $360°$만큼 움직인다.

⇨ 분침은 1분에 $\dfrac{360°}{60}=6°$만큼 움직인다.

4 $ax-4y+8a=0$에 $y=0$을 대입하면

$ax+8a=0$ $\quad\therefore x=-8\,(\because a\neq0)$

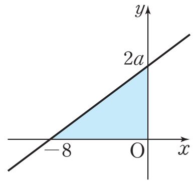
즉, x절편은 -8이다.

$ax-4y+8a=0$에 $x=0$을 대입하면

$-4y+8a=0$ $\quad\therefore y=2a$

즉, y절편은 $2a$이다. … (i)

이때 $a>0$에서 $2a>0$이므로 $ax-4y+8a=0$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



따라서 이 그래프와 x축, y축으로 둘러싸인 도형의 넓이가 24이므로

$\frac{1}{2}\times8\times2a=24$, $8a=24$ $\quad\therefore a=3$ … (ii)

채점 기준	비율
(i) 주어진 일차방정식의 그래프의 x절편과 y절편 구하기	50 %
(ii) 양수 a의 값 구하기	50 %

5 $(a+b)x+(a+1)y+4a-2b=0$의 그래프가 점 $(2,\ -4)$를 지나므로

$2(a+b)-4(a+1)+4a-2b=0$

$2a+2b-4a-4+4a-2b=0$

$2a-4=0$ $\quad\therefore a=2$ … (i)

또 직선 $x=7$에 수직이므로 $a+b=0$

즉, $2+b=0$ $\quad\therefore b=-2$ … (ii)

$\therefore ab=2\times(-2)=-4$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) a의 값 구하기	40 %
(ii) b의 값 구하기	40 %
(iii) ab의 값 구하기	20 %

6 성범이에 대한 직선은 두 점 $(0,\ 100)$, $(50,\ 0)$을 지나므로

(기울기)$=\frac{0-100}{50-0}=-2$이고, y절편은 100이다.

따라서 성범이에 대한 직선의 방정식은

$y=-2x+100$ … ㉠ … (i)

명일이에 대한 직선은 두 점 $(0,\ 0)$, $(75,\ 100)$을 지나므로

(기울기)$=\frac{100-0}{75-0}=\frac{4}{3}$이고, 원점을 지난다.

따라서 명일이에 대한 직선의 방정식은

$y=\frac{4}{3}x$ … ㉡ … (ii)

㉠, ㉡에서 $-2x+100=\frac{4}{3}x$

$-\frac{10}{3}x=-100$ $\quad\therefore x=30$

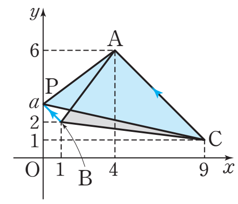
$y=\frac{4}{3}x$에 $x=30$을 대입하면 $y=40$

따라서 성범이와 명일이는 출발한 지 30초 후에 만난다. … (iii)

채점 기준	비율
(i) 성범이에 대한 직선의 방정식 구하기	30 %
(ii) 명일이에 대한 직선의 방정식 구하기	30 %
(iii) 성범이와 명일이가 출발한 지 몇 초 후에 만나는지 구하기	40 %

7 점 P의 좌표를 $P(0,\ a)$라 하자.

$\triangle ABC$와 $\triangle APC$의 밑변을 $\overline{AC}$라 하면 두 삼각형의 밑변의 길이는 서로 같으므로 넓이가 같으려면 높이가 같아야 한다.



두 직선 AC와 PB가 평행할 때,

$\triangle ABC$와 $\triangle APC$의 높이가 서로 같으므로

(직선 AC의 기울기)=(직선 PB의 기울기)이어야 한다. … (i)

즉, $\frac{1-6}{9-4}=\frac{a-2}{0-1}$, $1=a-2$ $\quad\therefore a=3$ … (ii)

따라서 점 P의 좌표는 $P(0,\ 3)$이다. … (iii)

채점 기준	비율
(i) (직선 AC의 기울기)=(직선 PB의 기울기)임을 알기	40 %
(ii) a의 값 구하기	50 %
(iii) 점 P의 좌표 구하기	10 %

8 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\{6-(-2)\}\times\{8-(-4)\}$

$=\frac{1}{2}\times8\times12=48$ … (i)

두 점 $A(-4,\ 4)$, $B(8,\ -2)$를 지나는 직선의 기울기는

$\frac{-2-4}{8-(-4)}=-\frac{1}{2}$이므로 직선 AB의 방정식을

$y=-\frac{1}{2}x+b$로 놓고 이 식에 $x=-4$, $y=4$를 대입하면

$4=2+b$ $\quad\therefore b=2$

즉, 직선 AB의 방정식은 $y=-\frac{1}{2}x+2$이므로 점 D의 좌표는 $D(0,\ 2)$이다. … (ii)

점 E의 좌표를 $(8,\ a)$라 하면 $\triangle DBE=\frac{1}{2}\triangle ABC$에서

$\frac{1}{2}\times\{a-(-2)\}\times(8-0)=\frac{1}{2}\times48$, $4(a+2)=24$

$a+2=6$ $\quad\therefore a=4$ $\quad\therefore E(8,\ 4)$ … (iii)

따라서 직선 DE의 방정식은 $y=\frac{4-2}{8-0}x+2$

즉, $y=\frac{1}{4}x+2$이다. … (iv)

채점 기준	비율
(i) $\triangle ABC$의 넓이 구하기	20 %
(ii) 점 D의 좌표 구하기	30 %
(iii) 점 E의 좌표 구하기	30 %
(iv) 직선 DE의 방정식 구하기	20 %