



정답과 해설

1. 삼각형의 성질

P. 8~11

개념+ 문제 확인하기

- 1 110° 2 $\angle BDC = 72^\circ$, $\overline{AD} = 8\text{cm}$ 3 23°
 4 ④ 5 ③ 6 $\frac{25}{2}\text{cm}^2$ 7 40° 8 12cm
 9 ④ 10 ③ 11 ③ 12 $16\pi\text{cm}$
 13 10cm 14 75° 15 180° 16 ④, ⑤ 17 31°
 18 56cm^2 19 8 20 26cm

- 1 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이므로 $\angle ACB = \angle A = 35^\circ$
 $\therefore \angle CBD = 35^\circ + 35^\circ = 70^\circ$
 $\triangle CBD$ 에서 $\overline{BC} = \overline{CD}$ 이므로 $\angle CDB = \angle CBD = 70^\circ$
 $\therefore \angle x = 180^\circ - \angle CDB = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$
- 2 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로
 $\angle ABC = \angle C = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 36^\circ) = 72^\circ$
 $\therefore \angle DBC = \angle DBA = \frac{1}{2} \angle ABC = \frac{1}{2} \times 72^\circ = 36^\circ$
 $\triangle BCD$ 에서
 $\angle BDC = 180^\circ - (\angle DBC + \angle C)$
 $= 180^\circ - (36^\circ + 72^\circ) = 72^\circ$
 이때 $\angle BDC = \angle C = 72^\circ$ 이므로 $\overline{BD} = \overline{BC}$
 또 $\triangle ABD$ 에서 $\angle A = \angle DBA = 36^\circ$ 이므로 $\overline{AD} = \overline{BD}$
 $\therefore \overline{AD} = \overline{BD} = \overline{BC} = 8\text{cm}$
- 3 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로
 $\angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 46^\circ) = 67^\circ$
 $\therefore \angle DBC = \frac{1}{2} \angle ABC = \frac{1}{2} \times 67^\circ = 33.5^\circ$
 $\angle ACE = 180^\circ - \angle ACB = 180^\circ - 67^\circ = 113^\circ$ 이므로
 $\angle DCE = \frac{1}{2} \angle ACE = \frac{1}{2} \times 113^\circ = 56.5^\circ$
 $\triangle DBC$ 에서 $\angle DCE = \angle DBC + \angle x$ 이므로
 $56.5^\circ = 33.5^\circ + \angle x \quad \therefore \angle x = 23^\circ$
- 4 ① 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로 $\overline{BD} = \overline{CD}$
 ②, ③ $\triangle ABP$ 와 $\triangle ACP$ 에서
 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle BAP = \angle CAP$, $\overline{AP}$ 는 공통이므로
 $\triangle ABP \cong \triangle ACP$ (SAS 합동)
 $\therefore \angle ABP = \angle ACP$, $\overline{BP} = \overline{CP}$
 ④ $\angle ABP = \angle DBP$ 인지는 알 수 없다.
 ⑤ $\triangle PBD$ 와 $\triangle PCD$ 에서
 $\overline{BD} = \overline{CD}$, $\angle PDB = \angle PDC = 90^\circ$, $\overline{PD}$ 는 공통이므로
 $\triangle PBD \cong \triangle PCD$ (SAS 합동)
 따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

5 오른쪽 그림과 같이 점 D를

잡으면 $\overline{AC} \parallel \overline{BD}$ 이므로

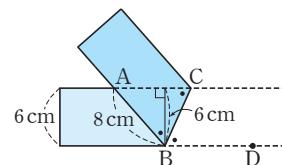
$\angle ACB = \angle CBD$ (엇각),

$\angle ABC = \angle CBD$ (접은 각)

$\therefore \angle ABC = \angle ACB$

즉, $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{AC} = \overline{AB} = 8\text{cm}$

$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24(\text{cm}^2)$



6 $\triangle ADB$ 와 $\triangle BEC$ 에서

$\angle D = \angle E = 90^\circ$, $\overline{AB} = \overline{BC}$,

$\angle BAD = 90^\circ - \angle ABD = \angle CBE$ 이므로

$\triangle ADB \cong \triangle BEC$ (RHA 합동)

따라서 $\overline{BD} = \overline{CE} = 2\text{cm}$, $\overline{BE} = \overline{AD} = 3\text{cm}$ 이므로

(사각형 ADEC의 넓이) $= \frac{1}{2} \times (2+3) \times (3+2)$

$= \frac{25}{2}(\text{cm}^2)$

7 $\triangle MBD$ 와 $\triangle MCE$ 에서

$\angle MDB = \angle MEC = 90^\circ$,

$\overline{BM} = \overline{CM}$, $\overline{MD} = \overline{ME}$ 이므로

$\triangle MBD \cong \triangle MCE$ (RHS 합동)

$\therefore \angle DBM = \angle ECM$

즉, $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle DBM = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 80^\circ) = 50^\circ$

$\triangle DBM$ 에서

$\angle BMD = 180^\circ - (\angle MDB + \angle DBM)$

$= 180^\circ - (90^\circ + 50^\circ) = 40^\circ$

8 $\triangle ADE$ 와 $\triangle ACE$ 에서

$\angle ADE = \angle C = 90^\circ$, $\overline{AE}$ 는 공통, $\overline{AD} = \overline{AC}$ 이므로

$\triangle ADE \cong \triangle ACE$ (RHS 합동)

$\therefore \overline{DE} = \overline{CE}$

또 $\overline{AD} = \overline{AC} = 6\text{cm}$ 이므로 $\overline{BD} = 10 - 6 = 4(\text{cm})$

$\therefore (\triangle BED \text{의 둘레의 길이}) = \overline{BE} + \overline{DE} + \overline{BD}$

$= \overline{BE} + \overline{CE} + \overline{BD}$

$= \overline{BC} + \overline{BD}$

$= 8 + 4 = 12(\text{cm})$

9 ① 주어진 조건에서 $\angle AOP = \angle BOP$

②, ③, ⑤ $\triangle AOP$ 와 $\triangle BOP$ 에서

$\angle OAP = \angle OBP = 90^\circ$, $\overline{OP}$ 는 공통,

$\angle AOP = \angle BOP$ 이므로

$\triangle AOP \cong \triangle BOP$ (RHA 합동)

$\therefore \overline{PA} = \overline{PB}$, $\angle APO = \angle BPO$

④ $\overline{OA} \neq \overline{OP}$

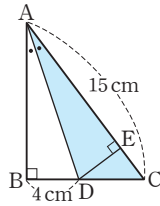
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

- 10 오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 E라 하면

$\triangle ABD$ 와 $\triangle AED$ 에서
 $\angle ABD = \angle AED = 90^\circ$, $\overline{AD}$ 는 공통,
 $\angle BAD = \angle EAD$ 이므로
 $\triangle ABD \cong \triangle AED$ (RHA 합동)

$$\therefore \overline{DE} = \overline{DB} = 4 \text{ cm}$$

$$\therefore \triangle ADC = \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{DE} = \frac{1}{2} \times 15 \times 4 = 30 (\text{cm}^2)$$



- 11 ① 점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심이므로 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$

② $\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\angle OBE = \angle OCE$

③ $\overline{AD} \neq \overline{AF}$

④ $\triangle AFO$ 와 $\triangle CFO$ 에서

$\angle AFO = \angle CFO = 90^\circ$, $\overline{OF}$ 는 공통, $\overline{OA} = \overline{OC}$ 이므로
 $\triangle AFO \cong \triangle CFO$ (RHS 합동)

⑤ $\triangle OBE \cong \triangle OCE$ (RHS 합동)이므로

$\triangle OBE = \triangle OCE$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

- 12 점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심이므로 $\overline{OA} = \overline{OC}$

$\triangle AOC$ 의 둘레의 길이가 25 cm이므로

$$\overline{OA} = \overline{OC} = \frac{1}{2} \times (25 - 9) = 8 (\text{cm})$$

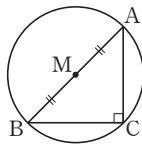
$$\therefore (\triangle ABC \text{의 외접원의 둘레의 길이}) = 2\pi \times 8 = 16\pi (\text{cm})$$

- 13 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$ 의 중점을 M이라 하면 점 M은 직각삼각형 ABC의 외심이므로 $\overline{AM} = \overline{BM}$

이때 $\triangle ABC$ 의 외접원의 반지름이 $\overline{AM}$ 이므로

$$10\pi = 2 \times \pi \times \overline{AM} \quad \therefore \overline{AM} = 5 (\text{cm})$$

$$\therefore \overline{AB} = 2\overline{AM} = 2 \times 5 = 10 (\text{cm})$$



- 14 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$, $\overline{OC}$ 를 긋고 $\angle OBC = \angle x$, $\angle OCA = \angle y$ 라 하면

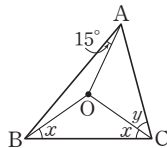
점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심이므로

$$\angle x + \angle y + 15^\circ = 90^\circ$$

$$\therefore \angle x + \angle y = 75^\circ$$

이때 $\angle OCB = \angle OBC = \angle x$ 이므로

$$\angle C = \angle x + \angle y = 75^\circ$$



다른 풀이

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$, $\overline{OC}$ 를 그으면

점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심이므로

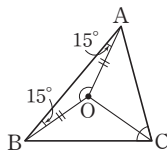
$$\overline{OA} = \overline{OB}$$

$$\therefore \angle OBA = \angle OAB = 15^\circ$$

$$\therefore \angle AOB = 180^\circ - 2\angle OAB$$

$$= 180^\circ - 2 \times 15^\circ = 150^\circ$$

$$\therefore \angle C = \frac{1}{2} \angle AOB = \frac{1}{2} \times 150^\circ = 75^\circ$$



- 15 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$ 를 그으면

점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심이므로

$$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$$

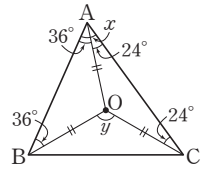
즉, $\angle OAB = \angle OBA = 36^\circ$,

$\angle OAC = \angle OCA = 24^\circ$ 이므로

$$\angle x = \angle OAB + \angle OAC = 36^\circ + 24^\circ = 60^\circ$$

이때 $\angle y = 2\angle x$ 이므로 $\angle y = 2 \times 60^\circ = 120^\circ$

$$\therefore \angle x + \angle y = 60^\circ + 120^\circ = 180^\circ$$



- 16 ① $\angle IAB = \angle IAC$, $\angle IBA = \angle IBC$

② $\angle BIE = \angle BID$, $\angle CIE = \angle CIF$

③ 점 I가 외심일 때 $\overline{IA} = \overline{IB} = \overline{IC}$

④ 점 I가 내심이므로 $\overline{ID} = \overline{IE} = \overline{IF}$

⑤ $\triangle IEC$ 와 $\triangle IFC$ 에서

$\angle IEC = \angle IFC = 90^\circ$, $\overline{IC}$ 는 공통, $\angle ICE = \angle ICF$

이므로 $\triangle IEC \cong \triangle IFC$ (RHA 합동)

따라서 옳은 것은 ④, ⑤이다.

- 17 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AI}$ 를 그으면 점

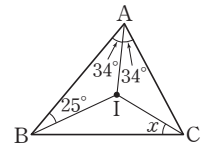
I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$$\angle IAC = \angle IAB = \frac{1}{2} \times 68^\circ = 34^\circ$$

이때 $\angle IBA + \angle ICB + \angle IAC = 90^\circ$

$$\text{이므로 } 25^\circ + \angle x + 34^\circ = 90^\circ$$

$$\therefore \angle x = 31^\circ$$



- 18 $\triangle ABC$ 의 내접원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times r \times (20 + 16 + 12) = 24r$$

$$\text{이때 } \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 16 \times 12 = 96 (\text{cm}^2) \text{이므로}$$

$$24r = 96 \quad \therefore r = 4$$

$$\therefore (\text{색칠한 부분의 넓이}) = \triangle AIC + \triangle IBC$$

$$= \frac{1}{2} \times 12 \times 4 + \frac{1}{2} \times 16 \times 4$$

$$= 24 + 32 = 56 (\text{cm}^2)$$

- 19 $\overline{BD} = \overline{BE} = x$ 라 하면

$$\overline{AF} = \overline{AD} = 10 - x,$$

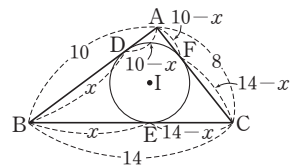
$$\overline{CF} = \overline{CE} = 14 - x$$

$$\overline{AC} = \overline{AF} + \overline{CF} \text{이므로}$$

$$8 = (10 - x) + (14 - x)$$

$$2x = 16 \text{에서 } x = 8$$

$$\therefore \overline{BD} = 8$$



- 20 오른쪽 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심

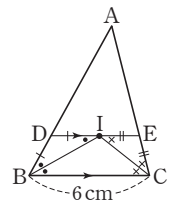
이므로 $\angle DBI = \angle IBC$

$\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle DIB = \angle IBC$ (엇각)

즉, $\angle DBI = \angle DIB$ 이므로 $\overline{DB} = \overline{DI}$

같은 방법으로 하면

$$\overline{EC} = \overline{IE}$$



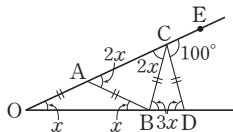
$$\begin{aligned}
 &\therefore (\triangle ABC \text{의 둘레의 길이}) \\
 &= \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} \\
 &= \overline{AD} + \overline{DB} + \overline{BC} + \overline{AE} + \overline{EC} \\
 &= \overline{AD} + \overline{DI} + \overline{BC} + \overline{AE} + \overline{IE} \\
 &= (\overline{AD} + \overline{DI} + \overline{IE} + \overline{AE}) + \overline{BC} \\
 &= 20 + 6 = 26(\text{cm})
 \end{aligned}$$

P. 12~17

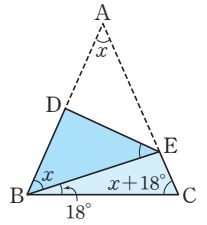
내신 5% 따라잡기

- | | | | | |
|------------------------------|---------------------------|--------------------------|-------------------------|----------------|
| 1 ④ | 2 16° | 3 ④ | 4 ③ | 5 30 cm |
| 6 4 cm | 7 36° | 8 24cm^2 | 9 57° | 10 5 cm |
| 11 $\frac{25}{2}\text{cm}^2$ | 12 40cm^2 | 13 15° | 14 ④ | |
| 15 13 cm | 16 ④ | 17 ④ | 18 ③ | 19 104° |
| 20 ④ | 21 ② | 22 ④ | 23 5 | 24 186° |
| 25 ② | 26 $\frac{5}{3}\text{cm}$ | 27 3 | 28 $(4-\pi)\text{cm}^2$ | |
| 29 ③ | 30 129° | 31 ③ | 32 64° | 33 96 |
| 34 54cm^2 | 35 85° | 36 $\frac{5}{3}\text{m}$ | | |

- 1 $\triangle ADC$ 에서 $\angle CAD = 180^\circ - (90^\circ + 52^\circ) = 38^\circ$
 $\triangle AEF$ 에서 $\overline{AE} = \overline{AF}$ 이므로
 $\angle AFE = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 38^\circ) = 71^\circ$
따라서 $\triangle ABF$ 에서 $\angle x = 180^\circ - (90^\circ + 71^\circ) = 19^\circ$
- 2 $\angle BAD = \angle x$ 라 하면 $\angle BAC = 4\angle BAD = 4\angle x$ 이므로
 $\angle DAC = \angle BAC - \angle BAD = 3\angle x$
 $\triangle CED$ 에서 $\angle EDC = 180^\circ - (90^\circ + 16^\circ) = 74^\circ$
 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로
 $\angle B = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 4\angle x) = 90^\circ - 2\angle x$
 $\triangle ABD$ 에서 $\angle ADC = \angle BAD + \angle B$ 이므로
 $74^\circ = \angle x + (90^\circ - 2\angle x)$, $74^\circ = 90^\circ - \angle x$
 $\therefore \angle x = 90^\circ - 74^\circ = 16^\circ$
 $\therefore \angle BAD = 16^\circ$
- 3 오른쪽 그림과 같이
 $\angle AOB = \angle x$ 라 하면
 $\triangle AOB$ 에서
 $\angle ABO = \angle AOB = \angle x$ 이므로
 $\angle CAB = 2\angle x$
 $\triangle ABC$ 에서 $\angle ACB = \angle CAB = 2\angle x$
 $\triangle COB$ 에서 $\angle CBD = \angle x + 2\angle x = 3\angle x$
 $\triangle CBD$ 에서 $\angle CDB = \angle CBD = 3\angle x$
 $\triangle COD$ 에서 $\angle ECD = \angle COD + \angle CDO$ 이므로
 $100^\circ = \angle x + 3\angle x$, $4\angle x = 100^\circ \quad \therefore \angle x = 25^\circ$
 $\therefore \angle CAB = 2\angle x = 2 \times 25^\circ = 50^\circ$



- 4 오른쪽 그림과 같이 $\angle A = \angle x$ 라 하면
 $\angle DBE = \angle A = \angle x$ (접은 각)이므로
 $\angle ABC = \angle x + 18^\circ$
 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로
 $\angle C = \angle ABC = \angle x + 18^\circ$
 $\triangle ABC$ 에서
 $\angle x + (\angle x + 18^\circ) + (\angle x + 18^\circ) = 180^\circ$
 $3\angle x = 144^\circ \quad \therefore \angle x = 48^\circ$
이때 $\angle BDE = \angle ADE = 90^\circ$ (접은 각)이므로
 $\triangle BED$ 에서 $\angle BED = 180^\circ - (90^\circ + 48^\circ) = 42^\circ$



- 5 $\triangle ABC$ 가 이등변삼각형이므로 $\overline{AP} \perp \overline{BC}$, $\overline{BP} = \overline{CP}$
 $\triangle ABP = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{DP} = \frac{1}{2} \times \overline{BP} \times \overline{AP}$ 이므로
 $\frac{1}{2} \times 25 \times 12 = \frac{1}{2} \times \overline{BP} \times 20$, $10\overline{BP} = 150$
 $\therefore \overline{BP} = 15(\text{cm})$
 $\therefore \overline{BC} = 2\overline{BP} = 2 \times 15 = 30(\text{cm})$

- 6 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로
 $\angle B = \angle C = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 90^\circ) = 45^\circ$
 $\triangle FBE$ 에서 $\angle BFE = 180^\circ - (90^\circ + 45^\circ) = 45^\circ$
 $\angle DFA = \angle BFE = 45^\circ$ (맞꼭지각)이므로
 $\triangle DFA$ 에서 $\angle ADF = 180^\circ - (90^\circ + 45^\circ) = 45^\circ$
즉, $\triangle DFA$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}$
이때 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로
 $\overline{AF} + 9 = 13 \quad \therefore \overline{AF} = 4(\text{cm})$
 $\therefore \overline{AD} = \overline{AF} = 4\text{cm}$

- 7 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $\angle B = \angle C$
 $\triangle BAE$ 와 $\triangle CAD$ 에서
 $\overline{BA} = \overline{CA}$, $\angle ABE = \angle ACD$, $\overline{BE} = \overline{CD}$ 이므로
 $\triangle BAE \cong \triangle CAD$ (SAS 합동)
즉, $\angle BAE = \angle CAD$ 이므로 $\angle BAD = \angle CAE$
이때 $\angle BAD = \angle CAE = \angle x$ 라 하면
 $\overline{BA} = \overline{BE}$ 에서 $\angle AEB = \angle BAE = \angle x + 36^\circ$
 $\overline{CA} = \overline{CD}$ 에서 $\angle ADC = \angle CAD = \angle x + 36^\circ$
따라서 $\triangle ADE$ 에서
 $36^\circ + (\angle x + 36^\circ) + (\angle x + 36^\circ) = 180^\circ$
 $2\angle x = 72^\circ \quad \therefore \angle x = 36^\circ$

다른 풀이

- $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $\angle B = \angle C \quad \dots \text{㉠}$
 $\triangle ABE$ 에서 $\overline{BA} = \overline{BE}$ 이므로 $\angle BAE = \angle BEA$
 $\therefore \angle B + 2\angle BEA = 180^\circ \quad \dots \text{㉡}$
 $\triangle ACD$ 에서 $\overline{CA} = \overline{CD}$ 이므로 $\angle CAD = \angle CDA$
 $\therefore \angle C + 2\angle CDA = 180^\circ \quad \dots \text{㉢}$
㉠, ㉡, ㉢에 의해 $\angle BEA = \angle CDA$
따라서 $\triangle ADE$ 는 $\angle AED = \angle ADE$ 인 이등변삼각형이므로
 $\angle AED = \angle ADE = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 36^\circ) = 72^\circ$

$$\begin{aligned}\therefore \angle BAD &= \angle BAE - \angle DAE \\ &= \angle AED - \angle DAE \\ &= 72^\circ - 36^\circ = 36^\circ\end{aligned}$$

- 8 오른쪽 그림에서 직사각형 ABCD의 가로와 세로의 길이의 비가 3:1이므로

$$\overline{BC} = 3\overline{AB} = 3\overline{CG} = 3 \times 6 = 18(\text{cm})$$

$$\overline{AD} \parallel \overline{BC} \text{이므로}$$

$$\angle AFE = \angle FEC \text{ (엇각)}, \angle AFE = \angle EFC \text{ (접은 각)}$$

$$\therefore \angle FEC = \angle EFC$$

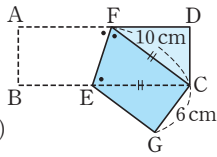
$$\text{즉, } \triangle CFE \text{는 } \overline{CF} = \overline{CE} \text{인 이등변삼각형이므로}$$

$$\overline{EC} = \overline{CF} = 10 \text{ cm}$$

$$\therefore \overline{EG} = \overline{BE} = \overline{BC} - \overline{EC} = 18 - 10 = 8(\text{cm})$$

$$\text{이때 } \angle CGE = \angle ABE = 90^\circ \text{이므로}$$

$$\triangle EGC = \frac{1}{2} \times \overline{EG} \times \overline{CG} = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24(\text{cm}^2)$$



- 9 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로

$$\angle B = \angle C = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 48^\circ) = 66^\circ$$

$$\triangle BDF \text{와 } \triangle CED \text{에서}$$

$$\overline{BD} = \overline{CE}, \angle DBF = \angle ECD, \overline{BF} = \overline{CD} \text{이므로}$$

$$\triangle BDF \equiv \triangle CED \text{ (SAS 합동)}$$

$$\therefore \angle BDF = \angle CED, \angle BFD = \angle CDE, \overline{DF} = \overline{ED}$$

$$\therefore \angle FDE = 180^\circ - (\angle BDF + \angle CDE)$$

$$= 180^\circ - (\angle BDF + \angle BFD) = \angle B = 66^\circ$$

$$\text{이때 } \triangle DEF \text{는 } \overline{DF} = \overline{DE} \text{인 이등변삼각형이므로}$$

$$\angle DEF = \angle DFE = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 66^\circ) = 57^\circ$$

- 10 $\triangle ABD$ 와 $\triangle BCE$ 에서

$$\angle ADB = \angle BEC = 90^\circ, \overline{AB} = \overline{BC},$$

$$\angle ABD = 90^\circ - \angle DBC = \angle BCE \text{이므로}$$

$$\triangle ABD \equiv \triangle BCE \text{ (RHA 합동)}$$

$$\therefore \overline{BD} = \overline{CE} = 8 \text{ cm}, \overline{BE} = \overline{AD} = 3 \text{ cm}$$

$$\therefore \overline{DE} = \overline{BD} - \overline{BE} = 8 - 3 = 5(\text{cm})$$

- 11 $\triangle ADB$ 와 $\triangle BEC$ 에서

$$\angle ADB = \angle BEC = 90^\circ, \overline{AB} = \overline{BC},$$

$$\angle BAD = 90^\circ - \angle ABD = \angle CBE \text{이므로}$$

$$\triangle ADB \equiv \triangle BEC \text{ (RHA 합동)} \quad \therefore \overline{BE} = \overline{AD} = 4 \text{ cm}$$

$$\text{또 } \triangle BEC = \frac{1}{2} \times \overline{BE} \times \overline{CE} = \frac{1}{2} \times 4 \times \overline{CE} = 6 \text{에서}$$

$$2\overline{CE} = 6 \quad \therefore \overline{CE} = 3(\text{cm})$$

$$\text{이때 } \overline{BD} = \overline{CE} = 3 \text{ cm이고,}$$

사각형 ADEC의 넓이는 세 삼각형 ADB, ABC, CBE의 넓이의 합과 같으므로

$$\frac{1}{2} \times (3+4) \times (4+3) = 6 + \triangle ABC + 6$$

$$\frac{49}{2} = 12 + \triangle ABC \quad \therefore \triangle ABC = \frac{25}{2}(\text{cm}^2)$$

- 12 $\triangle BDM$ 과 $\triangle CEM$ 에서

$$\angle BDM = \angle CEM = 90^\circ, \overline{BM} = \overline{CM}, \overline{DM} = \overline{EM} \text{이므로}$$

$$\triangle BDM \equiv \triangle CEM \text{ (RHS 합동)}$$

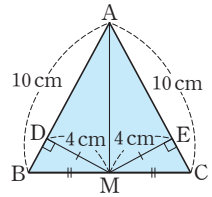
$$\text{따라서 } \angle B = \angle C \text{이므로 } \overline{AC} = \overline{AB} = 10 \text{ cm}$$

$$\text{오른쪽 그림과 같이 } \overline{AM} \text{을 그으면}$$

$$\triangle ABC = \triangle ABM + \triangle ACM$$

$$= \frac{1}{2} \times 10 \times 4 + \frac{1}{2} \times 10 \times 4$$

$$= 40(\text{cm}^2)$$



- 13 $\triangle AED$ 와 $\triangle CFD$ 에서

$$\angle DAE = \angle DCF = 90^\circ, \overline{DE} = \overline{DF}, \overline{AD} = \overline{CD} \text{이므로}$$

$$\triangle AED \equiv \triangle CFD \text{ (RHS 합동)}$$

$$\therefore \angle CDF = \angle ADE = 30^\circ$$

$$\text{즉, } \angle EDF = \angle ADC = 90^\circ \text{이므로 } \triangle DEF \text{는 } \overline{DE} = \overline{DF} \text{인}$$

$$\text{직각이등변삼각형이다.}$$

$$\therefore \angle DFE = \angle DEF = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 90^\circ) = 45^\circ$$

$$\text{이때 } \triangle DCF \text{에서}$$

$$\angle DFC = 180^\circ - (90^\circ + 30^\circ) = 60^\circ \text{이므로}$$

$$\angle BFE = \angle DFC - \angle DFE = 60^\circ - 45^\circ = 15^\circ$$

- 14 $\triangle ACD$ 와 $\triangle AED$ 에서

$$\angle ACD = \angle AED = 90^\circ, \overline{AD} \text{는 공통}, \overline{CD} = \overline{ED} \text{이므로}$$

$$\triangle ACD \equiv \triangle AED \text{ (RHS 합동)}$$

$$\therefore \overline{AE} = \overline{AC} = 12 \text{ cm}$$

$$\therefore \overline{BE} = \overline{AB} - \overline{AE} = 15 - 12 = 3(\text{cm})$$

$$\overline{CD} = \overline{DE} = x \text{ cm라 하면}$$

$$\triangle ABC = \triangle ABD + \triangle ADC \text{에서}$$

$$\frac{1}{2} \times 9 \times 12 = \frac{1}{2} \times 15 \times x + \frac{1}{2} \times x \times 12$$

$$54 = \frac{27}{2}x \quad \therefore x = 4$$

$$\text{즉, } \overline{DE} = \overline{CD} = 4 \text{ cm이므로}$$

$$\triangle BDE = \frac{1}{2} \times \overline{BE} \times \overline{DE} = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6(\text{cm}^2)$$

- 15 오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{AC}$ 에

$$\text{내린 수선의 발을 E라 하면}$$

$$\triangle ABD \text{와 } \triangle AED \text{에서}$$

$$\angle ABD = \angle AED = 90^\circ,$$

$$\overline{AD} \text{는 공통,}$$

$$\angle BAD = \angle EAD \text{이므로}$$

$$\triangle ABD \equiv \triangle AED \text{ (RHA 합동)}$$

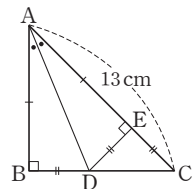
$$\therefore \overline{AB} = \overline{AE}, \overline{BD} = \overline{ED}$$

$$\text{한편, } \triangle ABC \text{가 직각이등변삼각형이므로}$$

$$\angle ACB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 90^\circ) = 45^\circ$$

$$\text{이때 } \triangle EDC \text{에서 } \angle DEC = 90^\circ, \angle ECD = 45^\circ \text{이므로}$$

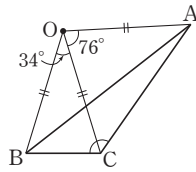
$$\angle EDC = 180^\circ - (90^\circ + 45^\circ) = 45^\circ$$



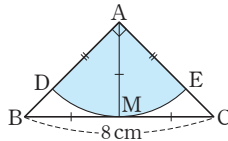
즉, $\triangle EDC$ 는 $\overline{ED}=\overline{EC}$ 인 직각이등변삼각형이므로
 $\overline{BD}=\overline{ED}=\overline{EC}$
 $\therefore \overline{AB}+\overline{BD}=\overline{AE}+\overline{EC}=\overline{AC}=13(\text{cm})$

- 16 점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심이므로
 $\triangle OAD \equiv \triangle OBD$ (RHS 합동)
 $\triangle OBE \equiv \triangle OCE$ (RHS 합동)
 $\triangle OCF \equiv \triangle OAF$ (RHS 합동)
 $\therefore \triangle ABC = \triangle OAB + \triangle OCA + \triangle OBC$
 $= 2\{(\triangle OAD + \triangle OAF) + \triangle OCE\}$
 $= 2\left(10 + \frac{1}{2} \times 4 \times 3\right) = 32(\text{cm}^2)$

- 17 점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심이므로
 $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$
 $\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB}=\overline{OC}$ 이므로
 $\angle OCB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 34^\circ) = 73^\circ$
또 $\triangle OCA$ 에서 $\overline{OC}=\overline{OA}$ 이므로
 $\angle OCA = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 76^\circ) = 52^\circ$
 $\therefore \angle BCA = \angle OCB + \angle OCA = 73^\circ + 52^\circ = 125^\circ$

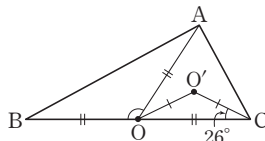


- 18 오른쪽 그림과 같이 직각삼각형
 ABC 의 빗변 BC 의 중점을 M이
라 하면 점 M은 $\triangle ABC$ 의 외심
이므로
 $\overline{AM}=\overline{BM}=\overline{CM}=4\text{ cm}$
 $\therefore (\text{색칠한 부채꼴의 넓이}) = \pi \times 4^2 \times \frac{90}{360} = 4\pi(\text{cm}^2)$

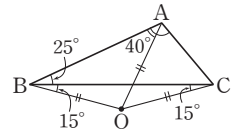


- 19 $\angle OAB = \angle OAC = \angle x$ 라 하면 $\angle A = 2\angle x$
점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심이므로 $\angle BOC = 2\angle A = 4\angle x$
 $\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB}=\overline{OC}$ 이고, $\angle OBC = \angle OAB + 12^\circ$ 이므로
 $\angle OBC = \angle OCB = \angle x + 12^\circ$
이때 $\triangle OBC$ 에서 $(\angle x + 12^\circ) + 4\angle x + (\angle x + 12^\circ) = 180^\circ$
 $6\angle x = 156^\circ \quad \therefore \angle x = 26^\circ$
 $\therefore \angle BOC = 4\angle x = 4 \times 26^\circ = 104^\circ$

- 20 오른쪽 그림에서 점 O가
 $\triangle ABC$ 의 외심이므로
 $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$
또 점 O'이 $\triangle AOC$ 의 외심
이므로 $\overline{O'O}=\overline{O'C}$ 에서
 $\angle COO' = \angle COO' = 26^\circ$
 $\therefore \angle OO'C = 180^\circ - (26^\circ + 26^\circ) = 128^\circ$
 $\angle OAC = \frac{1}{2} \angle OO'C = \frac{1}{2} \times 128^\circ = 64^\circ$
이때 $\overline{OA}=\overline{OC}$ 이므로 $\angle OCA = \angle OAC = 64^\circ$
따라서 $\triangle AOC$ 에서
 $\angle AOB = \angle OAC + \angle OCA = 64^\circ + 64^\circ = 128^\circ$

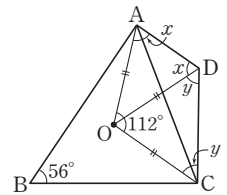


- 21 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OC}$ 를
그으면
점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심이므로
 $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$



이때 $\angle OAB = \angle OBA = 15^\circ + 25^\circ = 40^\circ$ 이므로
 $\angle BOA = 180^\circ - (40^\circ + 40^\circ) = 100^\circ$
또 $\angle OCB = \angle OBC = 15^\circ$ 이므로
 $\angle BOC = 180^\circ - (15^\circ + 15^\circ) = 150^\circ$
따라서
 $\angle AOC = \angle BOC - \angle BOA = 150^\circ - 100^\circ = 50^\circ$ 이므로
 $\angle OAC = \angle OCA = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 50^\circ) = 65^\circ$
 $\therefore \angle A = \angle BAO + \angle OAC$
 $= 40^\circ + 65^\circ = 105^\circ$

- 22 점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심이므로
 $\angle AOC = 2\angle B$
 $= 2 \times 56^\circ = 112^\circ$

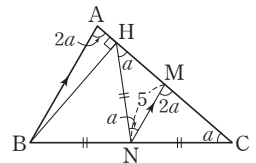


오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OC}$,
 $\overline{OD}$ 를 그으면 점 O가 $\triangle ACD$ 의
외심이므로
 $\overline{OA}=\overline{OD}=\overline{OC}$
 $\angle OAD = \angle ODA = \angle x$, $\angle ODC = \angle OCD = \angle y$ 라 하면
사각형 AOCD에서
 $\angle x + 112^\circ + \angle y + (\angle x + \angle y) = 360^\circ$
 $2(\angle x + \angle y) = 248^\circ$
 $\therefore \angle x + \angle y = 124^\circ$
 $\therefore \angle D = \angle x + \angle y = 124^\circ$

다른 풀이

점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심이므로
 $\angle AOC = 2\angle B = 2 \times 56^\circ = 112^\circ$
또 점 O가 $\triangle ACD$ 의 외심이므로
 $\angle D = \frac{1}{2} \times (360^\circ - 112^\circ) = 124^\circ$

- 23 오른쪽 그림과 같이 $\overline{HN}$ 을 그
으면 직각삼각형 BCH의 빗변
 BC 의 중점 N은 $\triangle BCH$ 의 외
심이므로
 $\overline{BN}=\overline{CN}=\overline{HN}$



$\angle C = \angle a$ 라 하면
 $\triangle CNH$ 에서 $\overline{CN}=\overline{HN}$ 이므로
 $\angle CHN = \angle C = \angle a$
 $\overline{AB} \parallel \overline{MN}$ 이고 $\angle A = 2\angle C$ 이므로
 $\angle NMC = \angle A = 2\angle a$ (동위각)
 $\triangle MHN$ 에서 $\angle NMC = \angle MHN + \angle MNH$ 이므로
 $2\angle a = \angle a + \angle MNH$
 $\therefore \angle MNH = \angle a$
따라서 $\triangle MHN$ 은 $\overline{HM}=\overline{MN}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\overline{HM}=\overline{MN}=5$

- 24 오른쪽 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$$\angle ABI = \angle IBC = \angle a, \\ \angle ACI = \angle ICB = \angle b \text{라 하면}$$

$\triangle ABC$ 에서

$$64^\circ + 2\angle a + 2\angle b = 180^\circ$$

$$2(\angle a + \angle b) = 116^\circ \quad \therefore \angle a + \angle b = 58^\circ$$

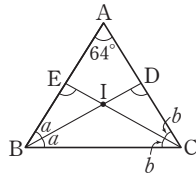
$$\triangle ABD \text{에서 } \angle BDC = 64^\circ + \angle a$$

$$\triangle ACE \text{에서 } \angle BEC = 64^\circ + \angle b$$

$$\therefore \angle BDC + \angle BEC = (64^\circ + \angle a) + (64^\circ + \angle b)$$

$$= 128^\circ + (\angle a + \angle b)$$

$$= 128^\circ + 58^\circ = 186^\circ$$



- 25 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이므로

$$\angle A = \angle B = \angle C$$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{IB}$, $\overline{IC}$ 를 그으면

점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$$\angle ABI = \angle IBD$$

$$\overline{AB} \parallel \overline{ID} \text{이므로 } \angle BID = \angle ABI \text{ (엇각)}$$

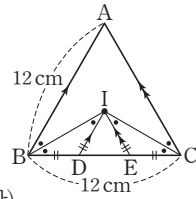
$$\text{즉, } \angle IBD = \angle BID \text{이므로 } \overline{BD} = \overline{ID}$$

$$\text{같은 방법으로 하면 } \angle ICE = \angle CIE \text{이므로 } \overline{IE} = \overline{EC}$$

$$\therefore (\triangle IDE \text{의 둘레의 길이}) = \overline{ID} + \overline{DE} + \overline{IE}$$

$$= \overline{BD} + \overline{DE} + \overline{EC}$$

$$= \overline{BC} = 12(\text{cm})$$



- 26 오른쪽 그림과 같이 $\overline{IB}$, $\overline{IC}$ 를 그으면

점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$$\angle DBI = \angle IBC$$

$$\overline{DE} \parallel \overline{BC} \text{이므로}$$

$$\angle DIB = \angle IBC \text{ (엇각)}$$

$$\text{즉, } \angle DBI = \angle DIB \text{이므로 } \overline{DI} = \overline{DB}$$

$$\text{같은 방법으로 } \angle ECI = \angle EIC \text{이므로 } \overline{EI} = \overline{EC}$$

따라서 $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이는

$$\overline{AD} + \overline{DE} + \overline{AE} = \overline{AD} + (\overline{DI} + \overline{EI}) + \overline{AE}$$

$$= (\overline{AD} + \overline{DB}) + (\overline{EC} + \overline{AE})$$

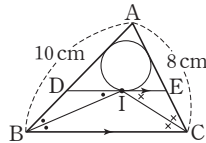
$$= \overline{AB} + \overline{AC}$$

$$= 10 + 8 = 18(\text{cm})$$

이때 $\triangle ADE$ 의 내접원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$$15 = \frac{1}{2} \times r \times 18 \quad \therefore r = \frac{5}{3}$$

따라서 구하는 반지름의 길이는 $\frac{5}{3}$ cm이다.



- 27 오른쪽 그림과 같이 $\overline{IA}$, $\overline{IB}$, $\overline{IE}$ 를 그으면 $\overline{IA} = \overline{IB} = \overline{IE}$

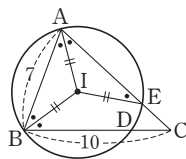
$$\triangle ABI \text{에서 } \overline{IA} = \overline{IB} \text{이므로}$$

$$\angle IAB = \angle IBA$$

이때 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$$\angle IAB = \angle IAC, \angle IBA = \angle IBC$$

$$\text{즉, } \triangle ABC \text{에서 } \angle A = \angle B \text{이므로 } \overline{AC} = \overline{BC} = 10$$



한편, $\triangle AIE$ 에서 $\overline{IA} = \overline{IE}$ 이므로 $\angle IAE = \angle IEA$

$$\therefore \angle AIB = \angle AIE$$

따라서 $\triangle AIB \cong \triangle AIE$ (SAS 합동)이므로 $\overline{AE} = \overline{AB} = 7$

$$\therefore \overline{EC} = \overline{AC} - \overline{AE} = 10 - 7 = 3$$

- 28 오른쪽 그림과 같이 점 I에서 $\overline{BC}$, $\overline{CA}$, $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 각각 D, E, F라 하고 내접원 I의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times r \times (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA})$$

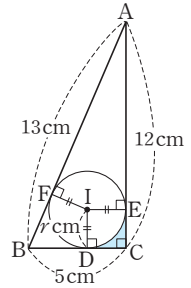
$$\frac{1}{2} \times 5 \times 12 = \frac{1}{2} \times r \times (13 + 5 + 12)$$

$$30 = 15r \quad \therefore r = 2$$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)

$$= (\text{사각형 IDCE의 넓이}) - (\text{부채꼴 IDE의 넓이})$$

$$= 2 \times 2 - \frac{1}{4} \times \pi \times 2^2 = 4 - \pi (\text{cm}^2)$$



- 29 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로

$$\angle ACB = \angle ABC = 70^\circ$$

$$\therefore \angle A = 180^\circ - (70^\circ + 70^\circ) = 40^\circ$$

점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심이므로

$$\angle BOC = 2\angle A = 2 \times 40^\circ = 80^\circ$$

$$\triangle OBC \text{에서 } \overline{OB} = \overline{OC} \text{이므로}$$

$$\angle OBC = \angle OCB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 80^\circ) = 50^\circ$$

점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$$\angle IBC = \frac{1}{2} \angle ABC = \frac{1}{2} \times 70^\circ = 35^\circ$$

$$\therefore \angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 50^\circ - 35^\circ = 15^\circ$$

- 30 오른쪽 그림의 $\triangle ABC$ 에서

$$\angle ACB = 180^\circ - (56^\circ + 90^\circ) = 34^\circ$$

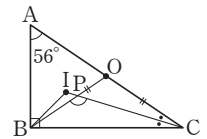
$$\triangle OBC \text{에서 } \overline{OB} = \overline{OC} \text{이므로}$$

$$\angle OBC = \angle OCB = 34^\circ$$

점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$$\angle ICB = \frac{1}{2} \angle ACB = \frac{1}{2} \times 34^\circ = 17^\circ$$

$$\text{따라서 } \triangle PBC \text{에서 } \angle BPC = 180^\circ - (34^\circ + 17^\circ) = 129^\circ$$



- 31 오른쪽 그림의 $\triangle ABC$ 에서

$$\angle A = 180^\circ - (50^\circ + 64^\circ) = 66^\circ$$

점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$$\angle BAI = \frac{1}{2} \angle A = \frac{1}{2} \times 66^\circ = 33^\circ$$

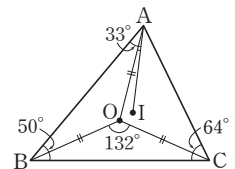
점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심이므로

$$\angle AOB = 2\angle C = 2 \times 64^\circ = 128^\circ$$

$$\triangle OAB \text{에서 } \overline{OA} = \overline{OB} \text{이므로}$$

$$\angle OAB = \angle OBA = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 128^\circ) = 26^\circ$$

$$\therefore \angle OAI = \angle BAI - \angle OAB = 33^\circ - 26^\circ = 7^\circ$$



32 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$$\angle BAI = \angle CAI = \frac{1}{2} \angle BAC = \frac{1}{2} \times 76^\circ = 38^\circ$$

점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심이므로 $\angle OFB = 90^\circ$

$\triangle ABF$ 에서 $\angle ABF = 180^\circ - (90^\circ + 38^\circ) = 52^\circ$

점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$$\angle ABI = \angle IBF = \frac{1}{2} \angle ABF = \frac{1}{2} \times 52^\circ = 26^\circ$$

따라서 $\triangle BED$ 에서 $\angle BED = 180^\circ - (90^\circ + 26^\circ) = 64^\circ$

33 오른쪽 그림과 같이 점 O' 에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ 에 내린 수선의 발을 각각 D, E, F라 하자.

원 O' 의 반지름의 길이가 4이므로

$$\overline{O'E} = \overline{O'F} = \overline{EC} = \overline{CF} = 4$$

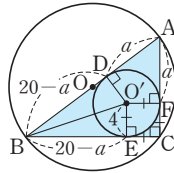
$\triangle ABC$ 는 직각삼각형이고 외심 O는 $\overline{AB}$ 의 중점이므로

$$\overline{AB} = 2 \times 10 = 20$$

$$\overline{AD} = a \text{라 하면 } \overline{AF} = \overline{AD} = a, \overline{BE} = \overline{BD} = 20 - a$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA})$$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times \{20 + (20 - a + 4) + (a + 4)\} = 96$$



34 **길잡이** 폭이 일정한 종이를 접을 때, 접은 각의 크기와 엇각의 크기는 각각 같음을 이용하여 이등변삼각형을 찾아본다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{FG}$ 의 연장선 위

에 두 점 I, J를 잡으면

$\overline{EH} \parallel \overline{FG}$ 이므로

$$\angle BEF = \angle EFI \text{ (엇각),}$$

$$\angle EFB = \angle EFI \text{ (접은 각)}$$

즉, $\angle BEF = \angle EFB$ 이므로

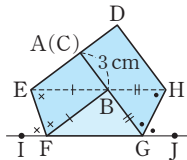
$\triangle BEF$ 는 $\overline{BE} = \overline{BF}$ 인 이등변삼각형이다.

같은 방법으로 하면 $\angle BHG = \angle HGB$ 이므로 $\triangle BGH$ 는 $\overline{BG} = \overline{BH}$ 인 이등변삼각형이다.

이때 $\overline{EH} + \overline{FG} = 15 \text{ cm}$ 이므로 [그림 1]의 직사각형 ABCD의 가로 길이는

$$\begin{aligned} \overline{BF} + \overline{FG} + \overline{GB} + \overline{BA} &= \overline{EB} + \overline{FG} + \overline{BH} + \overline{BA} \\ &= (\overline{EB} + \overline{BH}) + \overline{FG} + \overline{BA} \\ &= (\overline{EH} + \overline{FG}) + \overline{BA} \\ &= 15 + 3 = 18 \text{ (cm)} \end{aligned}$$

따라서 구하는 넓이는 $18 \times 3 = 54 \text{ (cm}^2\text{)}$



35 **길잡이** 삼각형의 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리는 서로 같음을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 A, B, C, D

공장을 각각 점 A, B, C, D, 분

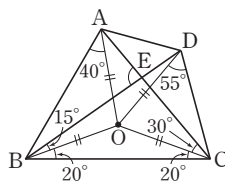
사를 점 O라 하고, $\overline{AC}$, $\overline{BD}$ 를

긋고 $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 의 교점을 E라

하자.

이때 각 공장은 분사와 같은 거리

에 있으므로 점 O는 $\triangle ABC$, $\triangle BDC$ 의 외심이다.



$\triangle ABC$ 에서 $\angle OAB = 40^\circ$, $\angle OBC = \angle OCB = 20^\circ$ 이므로 $\angle OCA = 90^\circ - (40^\circ + 20^\circ) = 30^\circ$

같은 방법으로 하면

$$\triangle DBC \text{에서 } \angle OBD = 90^\circ - (55^\circ + 20^\circ) = 15^\circ$$

즉, $\angle ACB = \angle OCA + \angle OCB = 30^\circ + 20^\circ = 50^\circ$,

$$\angle DBC = \angle OBD + \angle OBC = 15^\circ + 20^\circ = 35^\circ \text{이므로}$$

$$\triangle BCE \text{에서 } \angle BEA = 50^\circ + 35^\circ = 85^\circ$$

따라서 구하는 각의 크기는 85° 이다.

36 **길잡이** 각 분수 꼭지의 위치는 각 삼각형의 내심임을 이용한다.

주어진 조건을 오른쪽 그림과 같이 나타

내면 각 분수 꼭지에서 나오는 물줄기

는 그 분수대를 벗어나거나 다른 색의

물이 나오는 공간에는 떨어지지 않고

최대한 멀리 퍼져야 하므로 분수 꼭지

는 합동인 4개의 삼각형의 내심에 각각

설치해야 한다.

분수대의 전체 넓이가 60 m^2 이므로 합동인 4개의 삼각형의

$$\text{각각의 넓이는 } 60 \times \frac{1}{4} = 15 \text{ (m}^2\text{)}$$

$$4\text{개의 삼각형은 합동이므로 } \overline{AD} = \overline{DB} = \frac{13}{2} \text{ (m),}$$

$$\overline{AE} = \overline{EC} = \frac{13}{2} \text{ (m), } \overline{DE} = \overline{BF} = \overline{FC} = \frac{10}{2} = 5 \text{ (m)}$$

이때 합동인 4개의 삼각형의 내접원의

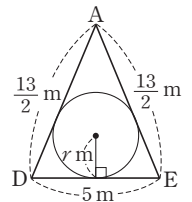
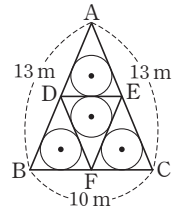
반지름의 길이를 $r \text{ m}$ 라 하면

$$\frac{1}{2} \times r \times \left(\frac{13}{2} + 5 + \frac{13}{2} \right) = 15$$

$$9r = 15 \quad \therefore r = \frac{5}{3}$$

따라서 각 물줄기는 분수 꼭지에서

최대 $\frac{5}{3} \text{ m}$ 까지 퍼질 수 있다.



P. 18~19 **내신 1% 뒤편**

- 01 3cm 02 10° 03 ③ 04 75° 05 $\frac{10}{9}$
06 8

01 **길잡이** $\triangle ABC \cong \triangle ADE$ 이고 $\overline{BA} \parallel \overline{DE}$ 임을 이용하여 크기가 같은 각을 찾아본다.

$\angle ABC = \angle ADE$, $\angle BAD = \angle ADE$ (엇각)에서

$\angle ABG = \angle BAG$ 이므로

$\triangle ABG$ 는 $\overline{AG} = \overline{BG}$ 인 이등변삼각형이다.

또 $\angle ABC = \angle ADE$, $\angle ABF = \angle DFB$ (엇각)에서

$\angle GDF = \angle GFD$ 이므로 $\triangle GDF$ 는 $\overline{GD} = \overline{GF}$ 인 이등변삼각형이다.

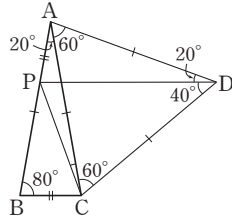
$$\therefore \overline{BF} = \overline{BG} + \overline{GF} = \overline{AG} + \overline{GD} = \overline{AD} = \overline{AB} = 6 \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{CF} = \overline{BC} - \overline{BF} = 9 - 6 = 3 \text{ (cm)}$$

02 [질문] $\overline{AC}$ 를 한 변으로 하는 정삼각형을 그려서 합동인 두 삼각형을 찾아본다.

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$ 이므로
 $\angle ACB=\angle B=80^\circ$
 $\therefore \angle BAC=180^\circ-(80^\circ+80^\circ)$
 $=20^\circ$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$ 를 한 변으로 하는 정삼각형 ACD 를 그리면



$\triangle ABC$ 와 $\triangle DAP$ 에서
 $\overline{AB}=\overline{DA}$, $\angle DAP=\angle ABC=80^\circ$, $\overline{BC}=\overline{AP}$ 이므로
 $\triangle ABC\equiv\triangle DAP$ (SAS 합동)
 $\therefore \angle ADP=\angle BAC=20^\circ$, $\overline{DP}=\overline{AC}$
 이때 $\overline{DC}=\overline{AC}=\overline{DP}$ 이므로 $\triangle DPC$ 는 이등변삼각형이다.
 $\angle PDC=60^\circ-20^\circ=40^\circ$ 이므로
 $\angle DCP=\frac{1}{2}\times(180^\circ-40^\circ)=70^\circ$
 $\therefore \angle ACP=\angle DCP-\angle DCA=70^\circ-60^\circ=10^\circ$

03 [질문] $\triangle ABE$ 와 합동이 되는 삼각형을 그린 후 각의 크기를 비교해 본다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{CD}$ 의 연장선 위에 $\overline{BE}=\overline{DE'}$ 이 되도록 점 E' 을 잡으면

$\triangle ABE$ 와 $\triangle ADE'$ 에서
 $\overline{AB}=\overline{AD}$,
 $\angle ABE=\angle ADE'=90^\circ$,
 $\overline{BE}=\overline{DE'}$ 이므로

$\triangle ABE\equiv\triangle ADE'$ (SAS 합동)
 $\therefore \overline{AE}=\overline{AE'}$

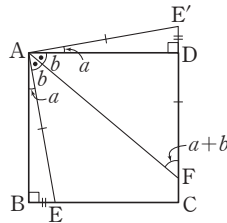
$\angle BAE=\angle DAE'=\angle a$, $\angle DAF=\angle EAF=\angle b$ 라 하면
 $\angle BAF=\angle a+\angle b=\angle FAE'$

또 $\overline{AB}\parallel\overline{DC}$ 이므로

$\angle AFD=\angle BAF=\angle a+\angle b$ (엇각)

즉, $\angle E'AF=\angle E'FA$ 이므로 $\overline{AE'}=\overline{E'F}$

$\therefore \overline{AE}=\overline{AE'}=\overline{E'F}=\overline{DE'}+\overline{DF}=\overline{BE}+\overline{DF}$



04 [질문] $\triangle ABC$ 가 직각삼각형이고, 직각삼각형의 빗변의 중점은 직각삼각형의 외심을 이용하여 각의 크기를 구해 본다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$ 의 중점을

M 이라 하면 점 M 은 $\triangle ABC$ 의

외심이므로

$\overline{MA}=\overline{MB}=\overline{MC}$

$\triangle ABM$ 에서

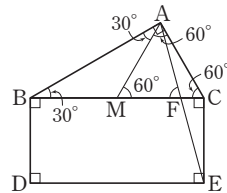
$\angle MAB=\angle MBA=30^\circ$ 이므로

$\angle AMC=30^\circ+30^\circ=60^\circ$

이때 $\overline{MA}=\overline{MC}$ 이므로

$\angle ACM=\angle CAM$

$=\frac{1}{2}\times(180^\circ-60^\circ)=60^\circ$



즉, $\triangle AMC$ 는 정삼각형이므로 $\overline{MA}=\overline{MC}=\overline{AC}$

또 $\overline{BC}=2\overline{CE}$ 이고, $\overline{BC}=2\overline{MC}=2\overline{AC}$ 이므로

$\overline{AC}=\overline{CE}$

즉, $\triangle AEC$ 는 이등변삼각형이고,

$\angle ACE=60^\circ+90^\circ=150^\circ$ 이므로

$\angle CAE=\frac{1}{2}\times(180^\circ-150^\circ)=15^\circ$

따라서 $\triangle AFC$ 에서

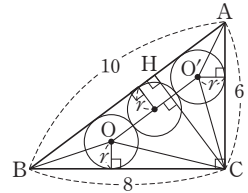
$\angle AFB=\angle CAF+\angle ACF=15^\circ+60^\circ=75^\circ$

05 [질문] $\triangle ABC$ 를 삼각형과 사각형으로 나눈 다음 각 도형의 넓이를 원의 반지름의 길이를 이용하여 나타내어 본다.

오른쪽 그림과 같이 세 원 중 두 원의 중심을 O , O' 이라 하고 반지름의 길이를 r 라 하면

$\triangle OBC=\frac{1}{2}\times 8\times r=4r \dots \text{㉠}$

$\triangle O'CA=\frac{1}{2}\times 6\times r=3r \dots \text{㉡}$



(사각형 $O'ABO$ 의 넓이) $=\frac{1}{2}\times(4r+10)\times r$

$=2r^2+5r \dots \text{㉢}$

이때 꼭짓점 C 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AC}=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{CH}$ 이므로

$\frac{1}{2}\times 8\times 6=\frac{1}{2}\times 10\times\overline{CH}$, $24=5\overline{CH} \therefore \overline{CH}=\frac{24}{5}$

$\triangle CO'O=\frac{1}{2}\times 4r\times\left(\frac{24}{5}-r\right)=\frac{48}{5}r-2r^2 \dots \text{㉣}$

㉠, ㉡, ㉢, ㉣에 의해 $\triangle ABC$ 의 넓이는

$4r+3r+(2r^2+5r)+\left(\frac{48}{5}r-2r^2\right)=\frac{108}{5}r$

이때 $\triangle ABC$ 의 넓이는 24이므로

$\frac{108}{5}r=24 \therefore r=\frac{10}{9}$

따라서 구하는 반지름의 길이는 $\frac{10}{9}$ 이다.

06 [질문] 삼각형의 내심의 성질을 이용하여 크기가 같은 각을 찾아본다.

외접원 O 의 둘레의 길이가 22π 이므로

$2\pi\times\overline{OD}=22\pi \therefore \overline{OD}=11$

오른쪽 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$\angle BAI=\angle CAI=\angle CBD$,

$\angle ABI=\angle IBC$

$\triangle ABI$ 에서

$\angle BID=\angle BAI+\angle ABI$

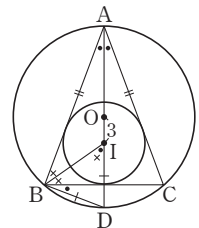
$\therefore \angle IBD=\angle IBC+\angle CBD$

$=\angle ABI+\angle BAI$

$=\angle BID$

따라서 $\triangle BDI$ 는 $\overline{DB}=\overline{DI}$ 인 이등변삼각형이므로

$\overline{BD}=\overline{DI}=\overline{OD}-\overline{OI}=11-3=8$



2. 사각형의 성질

P. 22~25 개념+문제 확인하기

- | | | | | |
|--------|-----------------------|----------------------|---------------------|-----------------------|
| 1 ④ | 2 3 cm | 3 32° | 4 ③ | 5 ⑤ |
| 6 ②, ④ | 7 ④ | 8 28 cm ² | 9 8 cm ² | 10 23 cm ² |
| 11 38° | 12 ⑤ | 13 ③ | 14 20 cm | 15 18 cm ² |
| 16 ⑤ | 17 16 cm ² | 18 ① | 19 ④ | |

1 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle ADB = \angle DBC = 35^\circ$ (엇각)
 $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 이므로 $\angle BAC = \angle ACD = \angle y$ (엇각)
 따라서 $\triangle ABD$ 에서
 $\angle x + (\angle y + 40^\circ) + 35^\circ = 180^\circ$
 $\therefore \angle x + \angle y = 105^\circ$

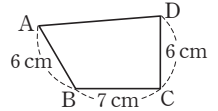
2 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle BEA = \angle DAE$ (엇각)
 $\triangle BEA$ 에서 $\angle BEA = \angle BAE$ 이므로
 $\overline{BE} = \overline{BA} = 5 \text{ cm}$
 이때 $\overline{BC} = \overline{AD} = 7 \text{ cm}$ 이므로
 $\overline{CE} = \overline{BC} - \overline{BE} = 7 - 5 = 2 (\text{cm})$
 또 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle CFD = \angle ADF$ (엇각)
 $\triangle CDF$ 에서 $\angle CFD = \angle CDF$ 이므로
 $\overline{CF} = \overline{CD} = 5 \text{ cm}$
 $\therefore \overline{EF} = \overline{CF} - \overline{CE} = 5 - 2 = 3 (\text{cm})$

3 $\angle D = \angle B = 64^\circ$ 이므로
 $\triangle ACD$ 에서 $2\angle DAE + 52^\circ + 64^\circ = 180^\circ$
 $2\angle DAE = 64^\circ \therefore \angle DAE = 32^\circ$
 따라서 $\overline{AD} \parallel \overline{BE}$ 이므로
 $\angle AEC = \angle DAE = 32^\circ$ (엇각)

4 $\angle DAB + \angle ABP = 180^\circ$ 이고,
 $\angle DAB : \angle ABP = 5 : 4$ 이므로
 $\angle ABP = 180^\circ \times \frac{4}{9} = 80^\circ$
 $\triangle BPA$ 는 $\overline{AB} = \overline{BP}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\angle x = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 80^\circ) = 50^\circ$

5 $\triangle AOE$ 와 $\triangle COF$ 에서
 $\angle EAO = \angle FCO$ (엇각), $\overline{OA} = \overline{OC}$,
 $\angle AOE = \angle COF$ (맞꼭지각)이므로
 $\triangle AOE \equiv \triangle COF$ (ASA 합동)
 $\therefore \overline{AE} = \overline{CF}$ (①), $\overline{OE} = \overline{OF}$ (③), $\angle AEO = \angle CFO$
 $\triangle BOE$ 와 $\triangle DOF$ 에서
 $\angle EBO = \angle FDO$ (엇각), $\overline{OB} = \overline{OD}$,
 $\angle BOE = \angle DOF$ (맞꼭지각)이므로
 $\triangle BOE \equiv \triangle DOF$ (ASA 합동) (④)
 $\therefore \overline{BE} = \overline{DF}$ (②), $\angle OEB = \angle OFD$
 따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

6 ① 오른쪽 그림의 사각형은 주어진 조건을 만족시키지만 $\square ABCD$ 는 평행사변형이 아니다.



② $\angle C = 360^\circ - (110^\circ + 70^\circ + 70^\circ) = 110^\circ$ 이므로

$$\angle A = \angle C, \angle B = \angle D$$

따라서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로 $\square ABCD$ 는 평행사변형이다.

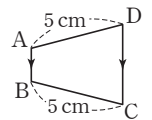
③ $\overline{OA} \neq \overline{OC}$, $\overline{OB} \neq \overline{OD}$ 이므로 $\square ABCD$ 는 평행사변형이 아니다.

④ $\angle A + \angle B = 80^\circ + 100^\circ = 180^\circ$ 에서 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이고,

$$\overline{AD} = \overline{BC} = 5 \text{ cm}$$

따라서 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 $\square ABCD$ 는 평행사변형이다.

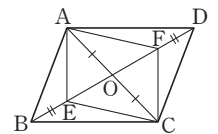
⑤ 오른쪽 그림의 사각형은 주어진 조건을 만족시키지만 $\square ABCD$ 는 평행사변형이 아니다.



따라서 $\square ABCD$ 가 평행사변형인 것은 ②, ④이다.

7 $\triangle ABE$ 와 $\triangle CDF$ 에서
 $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\angle ABE = \angle CDF$ (엇각) (①), $\overline{BE} = \overline{DF}$ 이므로
 $\triangle ABE \equiv \triangle CDF$ (SAS 합동) (②)
 $\therefore \overline{AE} = \overline{CF}$ (③)

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$ 를 그어 $\overline{BD}$ 와 만나는 점을 O라 하면 $\square ABCD$ 는 평행사변형이므로
 $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$



즉, $\square AECF$ 에서

$$\overline{OA} = \overline{OC}, \overline{OE} = \overline{OB} - \overline{BE} = \overline{OD} - \overline{DF} = \overline{OF}$$

이므로 $\square AECF$ 는 평행사변형이다. (⑤)

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

8 $\triangle AOF$ 와 $\triangle COE$ 에서
 $\angle FAO = \angle ECO$ (엇각), $\overline{AO} = \overline{CO}$,
 $\angle AOF = \angle COE$ (맞꼭지각)이므로
 $\triangle AOF \equiv \triangle COE$ (ASA 합동)
 $\therefore \triangle AOF + \triangle BOE = \triangle COE + \triangle BOE$
 $= \triangle OBC = 7 (\text{cm}^2)$

이때 $\square ABCD$ 는 평행사변형이므로

$$\square ABCD = 4\triangle OBC = 4 \times 7 = 28 (\text{cm}^2)$$

9 $\overline{AD} = \overline{BC}$ 이므로
 $\overline{AM} = \overline{MD} = \overline{BN} = \overline{NC}$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{MN}$ 을 그으면

$\square ABNM$, $\square MNCD$ 가 평행사변형이므로

$$\begin{aligned} \triangle MPN &= \frac{1}{4} \square ABNM = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \square ABCD \\ &= \frac{1}{8} \square ABCD \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\triangle MQN &= \frac{1}{4} \square MNCD = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \square ABCD \\ &= \frac{1}{8} \square ABCD \\ \therefore \square PNQM &= \triangle MPN + \triangle MQN \\ &= \frac{1}{8} \square ABCD + \frac{1}{8} \square ABCD \\ &= \frac{1}{4} \square ABCD = \frac{1}{4} \times 32 = 8(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

10 $\triangle PAD + \triangle PBC = \frac{1}{2} \square ABCD$ 이므로

$$18 + \triangle PBC = \frac{1}{2} \times 82$$

$$\therefore \triangle PBC = 41 - 18 = 23(\text{cm}^2)$$

11 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle ACB = \angle DAC = 52^\circ$ (엇각)
 $\triangle OBC$ 에서 $\angle BOC = 180^\circ - (38^\circ + 52^\circ) = 90^\circ$
 즉, 평행사변형 ABCD가 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이므로 마름모이다.
 따라서 $\triangle BCD$ 에서 $\overline{BC} = \overline{CD}$ 이므로
 $\angle BDC = \angle DBC = 38^\circ$

12 $\square ABCD$ 가 등변사다리꼴이므로
 $\angle B = \angle C$, $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AC} = \overline{BD}$ ①
 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이고, $\angle ABC = \angle DCB$ 이므로
 $\angle BAD = 180^\circ - \angle ABC = 180^\circ - \angle DCB = \angle ADC$ ③
 $\triangle ABC$ 와 $\triangle DCB$ 에서
 $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\angle ABC = \angle DCB$, $\overline{BC}$ 는 공통이므로
 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$ (SAS 합동) ④
 즉, $\angle OBC = \angle OCB$ 이므로 $\overline{OB} = \overline{OC}$ ②
 따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

13 $\angle A + \angle D = 180^\circ$ 이므로 $\angle FAD + \angle FDA = 90^\circ$
 $\triangle AFD$ 에서 $\angle AFD = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$
 같은 방법으로 하면 $\angle HEF = \angle FGH = \angle EHG = 90^\circ$
 따라서 $\square EFGH$ 는 직사각형이다.

14 사각형의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형은 평행사변형이므로 $\square EFGH$ 는 평행사변형이다.
 따라서 $\overline{HG} = \overline{EF} = 4\text{cm}$, $\overline{FG} = \overline{EH} = 6\text{cm}$ 이므로
 ($\square EFGH$ 의 둘레의 길이) $= \overline{EF} + \overline{FG} + \overline{GH} + \overline{HE}$
 $= 4 + 6 + 4 + 6 = 20(\text{cm})$

15 $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 이므로 $\triangle ACD = \triangle BCD$ 이고
 $\triangle BCD = \triangle DBE - \triangle DCE = 24 - 6 = 18(\text{cm}^2)$
 $\therefore \triangle ACD = \triangle BCD = 18(\text{cm}^2)$

16 $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 이므로 $\triangle BCQ = \triangle ACQ$
 $\overline{AC} \parallel \overline{PQ}$ 이므로 $\triangle ACQ = \triangle ACP$
 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\triangle ACP = \triangle ABP$
 $\therefore \triangle BCQ = \triangle ACQ = \triangle ACP = \triangle ABP$
 따라서 넓이가 나머지 넷과 다른 삼각형은 ⑤이다.

17 $\overline{AC} \parallel \overline{DE}$ 이므로 $\triangle ACD = \triangle ACE$
 $\square ABCD = \triangle ABC + \triangle ACD$
 $= \triangle ABC + \triangle ACE$
 $= \triangle ABE = 40(\text{cm}^2)$

이때 $\overline{BC} : \overline{CE} = 3 : 2$ 이므로

$$\triangle ACD = \triangle ACE = \frac{2}{5} \triangle ABE = \frac{2}{5} \times 40 = 16(\text{cm}^2)$$

18 $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이므로 $\triangle ABM = \triangle ACM$
 $\therefore \triangle ABM = \frac{1}{2} \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 36 = 18(\text{cm}^2)$
 $\overline{AP} : \overline{PM} = 1 : 2$ 이므로 $\triangle ABP : \triangle PBM = 1 : 2$
 $\therefore \triangle PBM = \frac{2}{3} \triangle ABM = \frac{2}{3} \times 18 = 12(\text{cm}^2)$

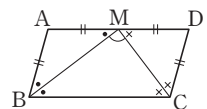
19 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\triangle ABD = \triangle ACD = 30\text{cm}^2$
 $\triangle ABO : \triangle AOD = \overline{OB} : \overline{OD} = 3 : 2$ 이므로
 $\triangle AOD = \frac{2}{5} \triangle ABD = \frac{2}{5} \times 30 = 12(\text{cm}^2)$
 이때 $\triangle OCD = \triangle ACD - \triangle AOD = 30 - 12 = 18(\text{cm}^2)$ 이고,
 $\triangle OBC : \triangle OCD = \overline{OB} : \overline{OD} = 3 : 2$ 이므로
 $\triangle OBC : 18 = 3 : 2$, $2\triangle OBC = 54$
 $\therefore \triangle OBC = 27(\text{cm}^2)$
 $\therefore \square ABCD = \triangle ABD + \triangle OBC + \triangle OCD$
 $= 30 + 27 + 18 = 75(\text{cm}^2)$

P. 26~31

내신 5% 따라잡기

- | | | | | |
|-----------------------------|--------------------------------|--------------------|---------------|--------------------|
| 1 ④ | 2 3cm | 3 ③ | 4 132° | 5 20 |
| 6 7 | 7 4cm | 8 ③ | 9 평행사변형 | |
| 10 ② | 11 5 | 12 6초 후 | 13 ④ | 14 16cm^2 |
| 15 14cm^2 | 16 135° | 17 8 | 18 50° | |
| 19 $\frac{144}{5}\text{cm}$ | 20 80° | 21 ③ | 22 50° | |
| 23 71° | 24 ③ | 25 3 | 26 ⑤ | 27 24 |
| 28 ⑤ | 29 $\frac{3}{2}\pi\text{cm}^2$ | 30 10cm^2 | | |
| 31 ④ | 32 120cm^2 | 33 15 | 34 ③ | |
| 35 5 | 36 $\neg, \perp, \parallel$ | 37 4cm^2 | | |
| 38 풀이 참조 | | | | |

- 1 오른쪽 그림에서 점 M은 $\overline{AD}$ 의 중점이고 $\overline{BC} = 2\overline{AB}$ 이므로
 $\overline{AB} = \overline{AM} = \overline{DM} = \overline{DC}$
 즉, $\triangle ABM$ 과 $\triangle CDM$ 은 모두 이등변삼각형이므로

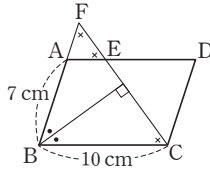


$$\angle ABM = \angle AMB, \angle DCM = \angle DMC$$

... ①

또 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\angle AMB = \angle MBC$ (엇각), $\angle DMC = \angle MCB$ (엇각) ... ㉠
 ㉠, ㉡에 의해
 $\angle ABM = \angle MBC$, $\angle DCM = \angle MCB$ 이고,
 $\angle B + \angle C = 180^\circ$ 이므로
 $2\angle MBC + 2\angle MCB = 180^\circ \quad \therefore \angle MBC + \angle MCB = 90^\circ$
 따라서 $\triangle MBC$ 에서
 $\angle BMC = 180^\circ - (\angle MBC + \angle MCB) = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$

- 2 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BA}$ 의 연장선과 $\overline{CE}$ 의 연장선의 교점을 F라 하면 $\triangle BCF$ 는 꼭지각의 이등분선이 밑변과 수직이므로 이등변삼각형이다.

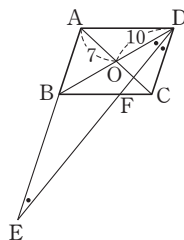


즉, $\overline{BF} = \overline{BC} = 10$ cm이고
 $\angle BFC = \angle BCF$... ㉠
 또 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle BCE = \angle AEF$ (동위각) ... ㉡
 ㉠, ㉡에 의해 $\angle AFE = \angle AEF$ 이므로 $\overline{AE} = \overline{AF}$
 $\therefore \overline{AE} = \overline{AF} = \overline{BF} - \overline{AB} = 10 - 7 = 3$ (cm)

- 3 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle BEA = \angle DAE$ (엇각)
 즉, $\triangle BEA$ 에서 $\angle BAE = \angle BEA$ 이므로
 $\overline{BE} = \overline{BA} = 15$ cm
 이때 $\overline{BE} : \overline{EC} = 3 : 2$ 이므로 $15 : \overline{EC} = 3 : 2$
 $3\overline{EC} = 30 \quad \therefore \overline{EC} = 10$ (cm)
 또 $\overline{AB} \parallel \overline{DF}$ 이므로
 $\angle AFD = \angle FAB$ (엇각), $\angle CEF = \angle BEA$ (맞꼭지각)
 따라서 $\triangle CEF$ 에서 $\angle CEF = \angle CFE$ 이므로
 $\overline{CF} = \overline{EC} = 10$ cm

- 4 $\angle AFB = 180^\circ - 138^\circ = 42^\circ$
 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle FBE = \angle AFB = 42^\circ$ (엇각)
 $\therefore \angle ABE = 2\angle FBE = 2 \times 42^\circ = 84^\circ$
 이때 $\angle BAD + \angle ABE = 180^\circ$ 이므로
 $\angle BAD = 180^\circ - 84^\circ = 96^\circ$
 $\therefore \angle BAE = \frac{1}{2} \times 96^\circ = 48^\circ$
 따라서 $\triangle ABE$ 에서
 $\angle x = \angle ABE + \angle BAE = 84^\circ + 48^\circ = 132^\circ$

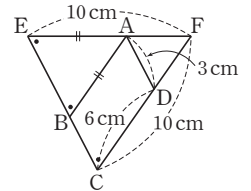
- 5 오른쪽 그림과 같이 $\overline{DE}$ 와 $\overline{BC}$ 가 만나는 점을 F라 하면
 $\overline{AE} \parallel \overline{DC}$ 이므로
 $\angle BEF = \angle FDC$ (엇각)
 $\triangle BED$ 에서
 $\angle BED = \angle BDE$ 이므로
 $\overline{BD} = \overline{BE}$



이때 $\square ABCD$ 는 평행사변형이므로
 $\overline{BE} = \overline{BD} = 2\overline{OD} = 2 \times 10 = 20$

- 6 $\triangle AED$ 에서 $\overline{AD} = \overline{AE}$ 이므로 $\angle ADE = \angle AED$... ㉠
 $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 이므로 $\angle EAB = \angle AED$ (엇각) ... ㉡
 $\square ABCD$ 가 평행사변형이므로 $\angle ADE = \angle CBA$... ㉢
 ㉠, ㉡, ㉢에 의해
 $\angle EAB = \angle CBA$
 이때 $\triangle EAB$ 와 $\triangle CBA$ 에서
 $\overline{BC} = \overline{AD} = \overline{AE}$, $\angle EAB = \angle CBA$, $\overline{AB}$ 는 공통이므로
 $\triangle EAB \cong \triangle CBA$ (SAS 합동)
 $\therefore \overline{BE} = \overline{AC} = 7$

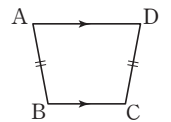
- 7 오른쪽 그림에서 $\triangle FEC$ 는
 $\overline{FE} = \overline{FC}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\angle E = \angle C$... ㉠
 $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 이므로
 $\angle ABE = \angle C$ (동위각) ... ㉡



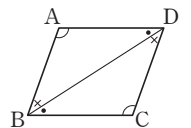
㉠, ㉡에 의해 $\angle E = \angle ABE$
 따라서 $\triangle AEB$ 에서 $\overline{AE} = \overline{AB}$ 이고 $\overline{AB} = \overline{CD} = 6$ cm이므로
 $\overline{AE} = \overline{AB} = 6$ cm
 $\therefore \overline{AF} = \overline{EF} - \overline{AE} = 10 - 6 = 4$ (cm)

- 8 ㄱ. $\angle A + \angle B = 180^\circ$ 이면 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$
 $\angle A + \angle D = 180^\circ$ 이면 $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$
 따라서 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 $\square ABCD$ 는 평행사변형이다.

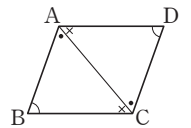
- ㄴ. $\angle C + \angle D = 180^\circ$ 이면 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$
 오른쪽 그림에서 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$,
 $\overline{AB} = \overline{CD}$ 이지만 $\square ABCD$ 는 평행사변형이 아니다.



- ㄷ. 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180° 이므로 $\triangle ABD$ 와 $\triangle CDB$ 에서 $\angle A = \angle C$,
 $\angle ADB = \angle CBD$ 이면
 $\angle ABD = \angle CDB \quad \therefore \angle B = \angle D$
 따라서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로 $\square ABCD$ 는 평행사변형이다.

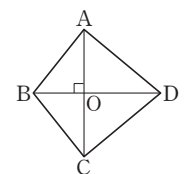


- ㄹ. $\triangle ABC \cong \triangle CDA$ 이므로
 $\angle BAC = \angle DCA$ (엇각)에서
 $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$
 $\angle ACB = \angle CAD$ (엇각)에서
 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$



따라서 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 $\square ABCD$ 는 평행사변형이다.

- ㅁ. 오른쪽 그림에서 $\overline{AC} = \overline{BD}$,
 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이지만 $\square ABCD$ 는 평행사변형이 아니다.



따라서 보기 중 $\square ABCD$ 가 평행사변형인 것은 ㄱ, ㄷ, ㄹ이다.

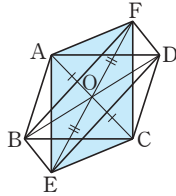
- 9 평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로 $\overline{BD}$ 를 대각선으로 하는 두 평행사변형 $ABCD$ 와 $BEDF$ 의 두 대각선의 교점은 일치한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$, $\overline{EF}$ 를 긋고

$\overline{AC}$, $\overline{BD}$, $\overline{EF}$ 의 교점을 O 라 하면

$\overline{OA}=\overline{OC}$, $\overline{OE}=\overline{OF}$

따라서 $\square AECF$ 는 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 평행사변형이다.



- 10 오른쪽 그림과 같이 밑변이 $\overline{BC}$ 일 때, 평행사변형 $ABCD$ 의 높이를 h cm라 하면

$$\square ABCD = 8 \times h = 40 (\text{cm}^2)$$

$$\therefore h = 5$$

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle AEB = \angle EBF$ (엇각)이고

$\triangle ABE$ 에서 $\angle ABE = \angle AEB$

즉, $\overline{AE} = \overline{AB} = 6 \text{ cm}$ 이므로

$$\overline{ED} = \overline{AD} - \overline{AE} = 8 - 6 = 2 (\text{cm})$$

또 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle CFD = \angle EDF$ (엇각)이고

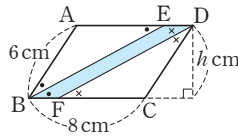
$\triangle CDF$ 에서 $\angle CDF = \angle CFD$

즉, $\overline{CF} = \overline{CD} = 6 \text{ cm}$ 이므로

$$\overline{BF} = \overline{BC} - \overline{CF} = 8 - 6 = 2 (\text{cm})$$

따라서 $\overline{ED} = \overline{BF}$, $\overline{ED} \parallel \overline{BF}$ 이므로 $\square EBF D$ 는 평행사변형이다.

$$\therefore \square EBF D = \overline{BF} \times h = 2 \times 5 = 10 (\text{cm}^2)$$



- 11 $\square ABCD$ 는 평행사변형이므로 $\overline{DO} = \overline{BO}$
 $\square OECD$ 는 평행사변형이므로 $\overline{DO} = \overline{EC}$
 즉, $\overline{BO} = \overline{EC}$ 이고, $\overline{OD} \parallel \overline{EC}$ 에서 $\overline{BO} \parallel \overline{EC}$ 이므로

$\overline{BE}$ 를 그으면 $\square BECO$ 는 평행사변형이다.

이때 $\overline{CF} = \overline{BF}$, $\overline{OF} = \overline{EF}$ 이므로

$$\overline{CF} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \overline{AD} = \frac{1}{2} \times 6 = 3$$

$$\overline{OF} = \frac{1}{2} \overline{OE} = \frac{1}{2} \overline{DC} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 4 = 2$$

$$\therefore \overline{CF} + \overline{OF} = 3 + 2 = 5$$

- 12 점 P 가 점 A 를 출발하여 x 초 동안 움직이면 점 Q 는 $(x-3)$ 초 동안 움직이므로
 점 P 가 움직인 거리는 $\overline{AP} = 2x \text{ cm}$
 점 Q 가 움직인 거리는 $\overline{BQ} = 4(x-3) \text{ cm}$
 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 에서 $\overline{AP} \parallel \overline{QC}$ 이므로 $\square AQCP$ 가 평행사변형이 되려면 $\overline{AP} = \overline{QC}$ 이어야 한다.

즉, $\overline{QC} = \overline{BC} - \overline{BQ}$ 이므로

$$\overline{AP} = \overline{BC} - \overline{BQ} \text{에서}$$

$$2x = 24 - 4(x-3), 6x = 36 \quad \therefore x = 6$$

따라서 점 P 가 점 A 를 출발한 지 6초 후에 $\square AQCP$ 가 평행사변형이 된다.

- 13 $\triangle ABC$ 와 $\triangle FEC$ 에서
 $\overline{BC} = \overline{EC}$, $\overline{AC} = \overline{FC}$

$$\begin{aligned} \angle BCA &= \angle BCE - \angle ACE = 60^\circ - \angle ACE \\ &= \angle ACF - \angle ACE = \angle ECF \end{aligned}$$

이므로 $\triangle ABC \cong \triangle FEC$ (SAS 합동) ... ①

$$\therefore \overline{AB} = \overline{EF} (\text{ㄷ})$$

또 $\triangle ABC$ 와 $\triangle DBE$ 에서

$$\overline{AB} = \overline{DB}, \overline{BC} = \overline{BE}$$

$$\begin{aligned} \angle ABC &= \angle EBC - \angle EBA = 60^\circ - \angle EBA \\ &= \angle DBA - \angle EBA = \angle DBE \end{aligned}$$

이므로 $\triangle ABC \cong \triangle DBE$ (SAS 합동) ... ②

$$\therefore \angle BAC = \angle BDE \neq \angle BED (\text{ㄷ})$$

①, ②에 의해

$$\triangle ABC \cong \triangle FEC \cong \triangle DBE \text{이므로}$$

$$\triangle DBE \cong \triangle FEC (\text{ㄱ})$$

또 ①에서 $\triangle ABC \cong \triangle FEC$ 이므로

$$\overline{AB} = \overline{FE} \quad \therefore \overline{DA} = \overline{EF} \quad \dots \text{③}$$

②에서 $\triangle ABC \cong \triangle DBE$ 이므로

$$\overline{AC} = \overline{DE} \quad \therefore \overline{DE} = \overline{AF} \quad \dots \text{④}$$

③, ④에 의해 $\square AFED$ 는 평행사변형이다. (ㄷ)

따라서 보기 중 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

- 14 $\square ABCD$ 가 평행사변형이므로 $\overline{AE} \parallel \overline{CF}$ 이고, $\overline{AB} = \overline{CD}$ 에서 $\overline{AE} = \overline{CF}$ 이므로 $\square AECF$ 는 평행사변형이다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 의

교점을 O 라 하면

$\triangle AOH$ 와 $\triangle COG$ 에서

$$\angle OAH = \angle OCG (\text{엇각}),$$

$\overline{OA} = \overline{OC}$, $\angle AOH = \angle COG$ (맞꼭지각)이므로

$\triangle AOH \cong \triangle COG$ (ASA 합동)

$$\therefore \triangle AOH \cong \triangle COG$$

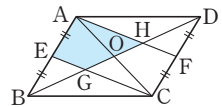
$$\therefore \square AEGH = \square AEGO + \triangle AOH$$

$$= \square AEGO + \triangle COG$$

$$= \triangle AEC$$

$$= \frac{1}{4} \square ABCD$$

$$= \frac{1}{4} \times 64 = 16 (\text{cm}^2)$$



- 15 $\overline{AD} \parallel \overline{EG} \parallel \overline{BC}$ 이고 $\overline{AB} \parallel \overline{HF} \parallel \overline{DC}$ 이므로 $\square AEPH$, $\square EBF P$, $\square PFCG$, $\square HPGD$ 는 모두 평행사변형이다. 즉,

$$\triangle APH = \frac{1}{2} \square AEPH, \triangle EBP = \frac{1}{2} \square EBF P$$

$$\triangle PFC = \frac{1}{2} \square PFCG, \triangle DPG = \frac{1}{2} \square HPGD$$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)

$$= \triangle APH + \triangle EBP + \triangle PFC + \triangle DPG$$

$$= \frac{1}{2} (\square AEPH + \square EBF P + \square PFCG + \square HPGD)$$

$$= \frac{1}{2} \square ABCD = \frac{1}{2} \times 28 = 14 (\text{cm}^2)$$

16 $\overline{BE} = \frac{1}{2} \overline{EC}$ 에서 $\overline{BE} : \overline{EC} = 1 : 2$

$\overline{BE} = k, \overline{EC} = 2k (k > 0)$ 라 하면

$\overline{AB} : \overline{BC} = 2 : 3$ 이므로 $\overline{AB} = 2k$

점 F는 $\overline{DC}$ 의 중점이므로 $\overline{CF} = \overline{DF} = k$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AE}$ 를 그으면

$\triangle ABE$ 와 $\triangle ECF$ 에서

$\overline{AB} = \overline{EC},$

$\angle ABE = \angle ECF = 90^\circ,$

$\overline{BE} = \overline{CF}$ 이므로

$\triangle ABE \cong \triangle ECF$ (SAS 합동)

즉, $\overline{AE} = \overline{EF}$ 이므로 $\triangle AEF$ 는 이등변삼각형이다.

$\therefore \angle EAF = \angle EFA$

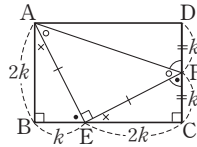
또 $\angle CEF = \angle BAE$ 이므로

$\angle CEF + \angle BEA = \angle BAE + \angle BEA = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$

$\therefore \angle AEF = 180^\circ - (\angle CEF + \angle BEA) = 90^\circ$

따라서 $\angle EFA = \angle EAF = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 90^\circ) = 45^\circ$ 이므로

$\angle AFD + \angle CFE = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$



17 $\triangle BEF$ 에서 $\overline{BE} = \overline{BF}$ 이므로 $\angle BEF = \angle BFE$... ㉠

$\angle BFE = \angle CFD$ (맞꼭지각) ... ㉡

$\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 이므로 $\angle BEF = \angle FCD$... ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해 $\angle CFD = \angle FCD$

즉, $\triangle DFC$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{DF} = \overline{DC} = \overline{BC} = 10$

따라서 $\overline{BD} = \overline{BF} + \overline{DF} = 6 + 10 = 16$ 이므로

$\overline{OD} = \overline{OB} = \frac{1}{2} \overline{BD} = \frac{1}{2} \times 16 = 8$

18 $\triangle ABE$ 와 $\triangle ADF$ 에서
 $\angle AEB = \angle AFD = 90^\circ, \overline{AB} = \overline{AD}, \angle B = \angle D$ 이므로

$\triangle ABE \cong \triangle ADF$ (RHA 합동)

즉, $\overline{AE} = \overline{AF}$ 이므로 $\angle AEF = \angle AFE$

$\square ABCD$ 가 마름모이고 $\angle B = 80^\circ$ 이므로

$\angle BAD = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$

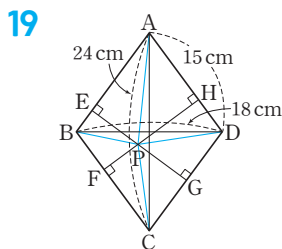
$\triangle ABE$ 와 $\triangle ADF$ 에서

$\angle BAE = \angle DAF = 180^\circ - (80^\circ + 90^\circ) = 10^\circ$ 이므로

$\angle EAF = 100^\circ - (10^\circ + 10^\circ) = 80^\circ$

이때 $\triangle AEF$ 에서 $\angle AEF = \angle AFE$ 이므로

$\angle AFE = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 80^\circ) = 50^\circ$



위의 그림과 같이 $\overline{AP}, \overline{BP}, \overline{CP}, \overline{DP}$ 를 그으면

$\square ABCD = \triangle PAB + \triangle PBC + \triangle PCD + \triangle PDA$ 이므로

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \times 24 \times 18 &= \frac{1}{2} \times 15 \times \overline{PE} + \frac{1}{2} \times 15 \times \overline{PF} \\ &\quad + \frac{1}{2} \times 15 \times \overline{PG} + \frac{1}{2} \times 15 \times \overline{PH} \end{aligned}$$

$$216 = \frac{1}{2} \times 15 \times (\overline{PE} + \overline{PF} + \overline{PG} + \overline{PH})$$

$$\therefore \overline{PE} + \overline{PF} + \overline{PG} + \overline{PH} = \frac{144}{5} (\text{cm})$$

20 $\triangle ABE$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AE}$ 이므로

$\angle AEB = \angle ABE = 35^\circ$

$\therefore \angle EAB = 180^\circ - (35^\circ + 35^\circ) = 110^\circ$

이때 $\angle DAB = 90^\circ$ 이므로

$\angle EAD = 110^\circ - 90^\circ = 20^\circ$

$\triangle ADE$ 에서 $\overline{AD} = \overline{AE}$ 이므로

$\angle EDF = \angle ADE = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 20^\circ) = 80^\circ$

21 $\triangle PBC$ 가 정삼각형이므로

$\angle PBC = \angle PCB = 60^\circ$

$\therefore \angle ABP = \angle DCP = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$

$\triangle ABP$ 에서 $\overline{BA} = \overline{BP}$ 이므로

$\angle BPA = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 30^\circ) = 75^\circ$

$\triangle DCP$ 에서 $\overline{CP} = \overline{CD}$ 이므로

$\angle CPD = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 30^\circ) = 75^\circ$

또 $\angle BPC = 60^\circ$ 이므로

$\angle APD = 360^\circ - (75^\circ + 60^\circ + 75^\circ) = 150^\circ$

22 $\triangle ADE$ 와 $\triangle CDE$ 에서

$\overline{AD} = \overline{CD}, \angle ADE = \angle CDE = 45^\circ, \overline{DE}$ 는 공통이므로

$\triangle ADE \cong \triangle CDE$ (SAS 합동)

$\therefore \angle DAE = \angle DCE$... ㉠

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$\angle DAE = \angle AFC = 40^\circ$ (엇각) ... ㉡

㉠, ㉡에 의해 $\angle DCE = \angle DAE = 40^\circ$

$\therefore \angle BCE = 90^\circ - \angle DCE = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$

23 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CD}$ 의 연장선 위에

$\overline{BE} = \overline{DG}$ 가 되도록 점 G를 잡으면

$\triangle ABE$ 와 $\triangle ADG$ 에서

$\overline{AB} = \overline{AD}, \angle ABE = \angle ADG = 90^\circ,$

$\overline{BE} = \overline{DG}$ 이므로

$\triangle ABE \cong \triangle ADG$ (SAS 합동)

$\therefore \overline{AE} = \overline{AG}, \angle BAE = \angle DAG$

$\triangle AGF$ 와 $\triangle AEF$ 에서

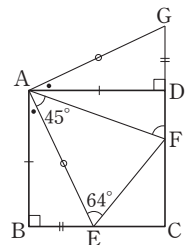
$\overline{AG} = \overline{AE}, \overline{AF}$ 는 공통,

$\angle GAF = \angle GAD + \angle DAF = \angle EAB + \angle DAF$

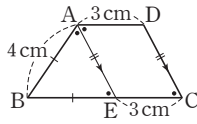
$= \angle DAB - \angle FAE = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ = \angle EAF$

이므로 $\triangle AGF \cong \triangle AEF$ (SAS 합동)

$\therefore \angle AFD = \angle AFE = 180^\circ - (64^\circ + 45^\circ) = 71^\circ$



- 24 오른쪽 그림과 같이 점 A를 지나고 $\overline{DC}$ 와 평행한 직선을 그어 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 E라 하면 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$, $\overline{AE} \parallel \overline{DC}$ 이므로 $\square AECD$ 는 평행사변형이다.

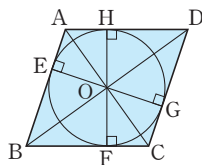


$\therefore \overline{EC} = \overline{AD} = 3 \text{ cm} \quad \dots \textcircled{1}$
 $\overline{AE} \parallel \overline{DC}$ 이므로 $\angle DCE = \angle AEB$ (동위각)
 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle DAE = \angle AEB$ (엇각)
 $\angle A = 2\angle C$ 이므로 $\angle BAE = \angle DAE = \angle AEB$
 즉, $\angle BAE = \angle AEB$ 이므로 $\triangle ABE$ 는 이등변삼각형이다.
 $\therefore \overline{BE} = \overline{AB} = 4 \text{ cm} \quad \dots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에 의해
 $\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{EC} = 4 + 3 = 7 \text{ (cm)}$

- 25 $\square ABCD$ 가 평행사변형이므로 $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$
 $\angle A + \angle D = 180^\circ$ 이므로 $\angle FAD + \angle FDA = 90^\circ$
 $\triangle AFD$ 에서 $\angle AFD = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$
 같은 방법으로 하면 $\angle BHC = \angle DGC = \angle AEB = 90^\circ$
 따라서 $\square EFGH$ 는 직사각형이다.
 $\therefore \overline{EG} = \overline{FH}$
 이때 $\overline{EG} + \overline{FH} = 12$ 에서 $2\overline{EG} = 12$
 $\therefore \overline{EG} = 6$
 $\therefore \overline{EO} = \frac{1}{2}\overline{EG} = \frac{1}{2} \times 6 = 3$

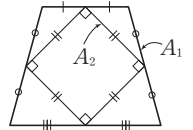
- 26 $\triangle ABH$ 와 $\triangle DFH$ 에서
 $\angle BAH = \angle FDH$ (엇각), $\overline{AB} = \overline{DF}$,
 $\angle ABH = \angle DFH$ (엇각)이므로
 $\triangle ABH \cong \triangle DFH$ (ASA 합동)
 $\therefore \overline{AH} = \overline{DH}$
 같은 방법으로 하면 $\triangle ABG \cong \triangle ECG$ (ASA 합동)이므로
 $\overline{BG} = \overline{CG}$
 이때 $\overline{BC} = 2\overline{AB}$ 이므로
 $\overline{AB} = \overline{AH} = \overline{BG} = \overline{GH}$ (①)
 즉, $\square ABGH$ 는 마름모이므로
 $\overline{AB} \parallel \overline{HG}$ (③), $\overline{AG} \perp \overline{BH}$ (②)
 $\triangle FPE$ 에서 $\angle FPE = 90^\circ$ 이므로
 $\angle PFE + \angle PEF = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$ (④)
 그런데 $\square ABGH$ 가 마름모일 때, $\overline{AG} = \overline{BH}$ 인지는 알 수 없으므로 옳지 않은 것은 ⑤이다.

- 27 $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$, $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\square ABCD$ 는 평행사변형이다.
 오른쪽 그림과 같이 $\square ABCD$ 의 네 변과 원 O의 접점을 각각 E, F, G, H라 하고 $\overline{OE}$, $\overline{OF}$, $\overline{OG}$, $\overline{OH}$ 를 그으면
 $\triangle AOE$ 와 $\triangle AOH$ 에서
 $\angle AEO = \angle AHO = 90^\circ$,
 $\overline{AO}$ 는 공통, $\overline{OE} = \overline{OH}$ 이므로

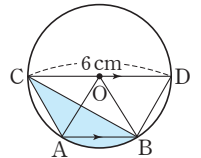


$\triangle AOE \cong \triangle AOH$ (RHS 합동)
 $\therefore \overline{AE} = \overline{AH} \quad \dots \textcircled{1}$
 $\triangle BOE$ 와 $\triangle DOH$ 에서
 $\angle BEO = \angle DHO = 90^\circ$, $\overline{BO} = \overline{DO}$, $\overline{OE} = \overline{OH}$ 이므로
 $\triangle BOE \cong \triangle DOH$ (RHS 합동)
 $\therefore \overline{BE} = \overline{DH} \quad \dots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에 의해 $\overline{AB} = \overline{AD}$ 이고 $\square ABCD$ 는 평행사변형이므로 $\square ABCD$ 는 마름모이다.
 $\therefore \square ABCD = \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{BD}$
 $= \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$

- 28 ① 평행사변형의 중점을 연결하여 만든 사각형은 평행사변형이므로 A_1 이 평행사변형이면 A_2, A_3 도 평행사변형이다.
 ② A_1 이 직사각형이면 A_2 는 마름모, A_3 은 직사각형, A_4 는 마름모이다.
 ③ 정사각형의 중점을 연결하여 만든 사각형은 정사각형이므로 A_n 이 정사각형이면 A_{2n} 도 정사각형이다.
 ④ A_1 이 등변사다리꼴이면 A_2 는 마름모, A_3 은 직사각형, A_4 는 마름모, A_5 는 직사각형, ...이므로 A_{2n} 은 마름모이다.
 ⑤ 오른쪽 그림과 같이 A_2 는 정사각형이지만 A_1 은 등변사다리꼴인 경우도 있다. 즉, A_2 가 정사각형이라고 해서 A_1 이 정사각형인 것은 아니다.
 따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

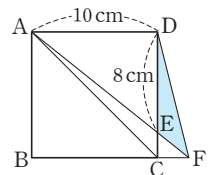


- 29 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ 를 그으면 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ 이므로
 $\triangle OAB \cong \triangle CAB$
 즉, 색칠한 부분의 넓이는 부채꼴 OAB의 넓이와 같다.



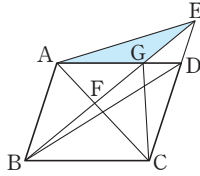
이때 $\widehat{AB}$ 의 길이가 원 O의 둘레의 길이의 $\frac{1}{6}$ 이므로
 $\angle AOB = \frac{1}{6} \times 360^\circ = 60^\circ$
 $\therefore (\text{색칠한 부분의 넓이}) = \pi \times 3^2 \times \frac{60}{360} = \frac{3}{2}\pi \text{ (cm}^2\text{)}$

- 30 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$ 를 그으면
 $\overline{AD} \parallel \overline{CF}$ 에서
 $\triangle DCF \cong \triangle ACF$ 이고,
 $\triangle ECF$ 는 공통이므로
 $\triangle DEF \cong \triangle ACE$
 이때

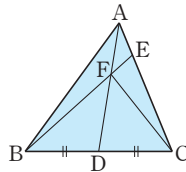


$\triangle ACE = \triangle ACD - \triangle AED$
 $= \frac{1}{2} \times 10 \times 10 - \frac{1}{2} \times 10 \times 8$
 $= 50 - 40 = 10 \text{ (cm}^2\text{)}$
 $\therefore \triangle DEF = \triangle ACE = 10 \text{ (cm}^2\text{)}$

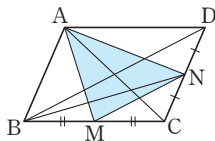
- 31 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$ 를 그으면
 $\overline{AB} \parallel \overline{EC}$ 에서
 $\triangle ABD = \triangle ABE$ 이고,
 $\triangle ABG$ 는 공통이므로
 $\triangle BDG = \triangle AGE$
 또 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 에서 $\triangle BDG = \triangle CDG$
 $\therefore \triangle AGE = \triangle BDG = \triangle CDG$
 따라서 $\triangle AGE$ 와 넓이가 같은 것은 ④이다.



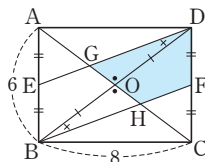
- 32 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CF}$ 를 그으면
 $\overline{AE} : \overline{EC} = 1 : 3$ 이므로
 $\overline{AE} : \overline{AC} = 1 : 4 \quad \dots \textcircled{7}$
 $\therefore \triangle AFC = 4\triangle AFE$
 $= 4 \times 6 = 24(\text{cm}^2)$
 또 $\overline{BD} : \overline{DC} = 1 : 1$ 이므로
 $\triangle ABD = \triangle ACD, \triangle FBD = \triangle FCD$
 $\therefore \triangle ABF = \triangle ACF = 24(\text{cm}^2)$
 $\triangle ABE = \triangle ABF + \triangle AFE = 24 + 6 = 30(\text{cm}^2)$
 $\textcircled{7}$ 에 의해 $\triangle ABE : \triangle ABC = 1 : 4$ 이므로
 $\triangle ABC = 4\triangle ABE = 4 \times 30 = 120(\text{cm}^2)$



- 33 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}, \overline{BD}$,
 $\overline{BN}$ 을 그으면 $\overline{BC} : \overline{MC} = 2 : 1$ 이
 므로
 $\triangle MCN = \frac{1}{2}\triangle BCN$
 $= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\triangle BCD$
 $= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\square ABCD$
 $= \frac{1}{8}\square ABCD = 5$
 $\therefore \square ABCD = 5 \times 8 = 40$
 이때 $\overline{CD} : \overline{CN} = 2 : 1$ 이므로
 $\triangle AMN = \triangle AMC + \triangle ANC - \triangle MCN$
 $= \frac{1}{2}\triangle ABC + \frac{1}{2}\triangle ACD - 5$
 $= \frac{1}{2}(\triangle ABC + \triangle ACD) - 5$
 $= \frac{1}{2}\square ABCD - 5$
 $= \frac{1}{2} \times 40 - 5 = 15$

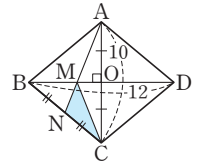


- 34 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$ 를 그어
 $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 O라 하면
 $\triangle GOD$ 와 $\triangle HOB$ 에서
 $\angle GOD = \angle HOB$ (맞꼭지각),
 $\overline{OD} = \overline{OB}$
 이때 $\square ABCD$ 가 직사각형이므로 $\overline{AB} = \overline{DC}, \overline{AB} \parallel \overline{DC}$
 두 점 E, F가 각각 $\overline{AB}, \overline{DC}$ 의 중점이므로
 $\overline{EB} = \overline{DF}, \overline{EB} \parallel \overline{DF}$



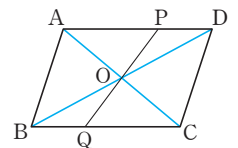
- 즉, $\square EBFH$ 는 평행사변형이므로
 $\angle ODG = \angle OBH$ (엇각)
 $\therefore \triangle GOD \cong \triangle HOB$ (ASA 합동)
 $\therefore \square GHFD = \triangle GOD + \square OHFD$
 $= \triangle HOB + \square OHFD$
 $= \triangle BFD = \frac{1}{2}\triangle BCD$
 $= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\square ABCD = \frac{1}{4}\square ABCD$
 $= \frac{1}{4} \times \overline{AB} \times \overline{BC}$
 $= \frac{1}{4} \times 6 \times 8 = 12$

- 35 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 의 교
 점을 O라 하면 마름모 ABCD에서
 $\overline{OA} = \overline{OC}$ 이므로
 $\triangle ABO = \triangle CBO,$
 $\triangle AMO = \triangle CMO$
 $\therefore \triangle ABM = \triangle ABO - \triangle AMO$
 $= \triangle CBO - \triangle CMO = \triangle CBM \quad \dots \textcircled{7}$
 또 $\overline{BN} = \overline{CN}$ 이므로



- $\triangle ABN = \triangle ACN, \triangle MBN = \triangle MCN$
 $\therefore \triangle ABM = \triangle ABN - \triangle MBN$
 $= \triangle ACN - \triangle MCN = \triangle ACM \quad \dots \textcircled{8}$
 $\textcircled{7}, \textcircled{8}$ 에 의해 $\triangle ABM = \triangle ACM = \triangle BCM$ 이므로
 $\triangle BCM = \frac{1}{3}\triangle ABC = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}\square ABCD = \frac{1}{6}\square ABCD$
 $\therefore \triangle CMN = \frac{1}{2}\triangle BCM$
 $= \frac{1}{2} \times \frac{1}{6}\square ABCD = \frac{1}{12}\square ABCD$
 $= \frac{1}{12} \times \left(\frac{1}{2} \times \overline{BD} \times \overline{AC} \right)$
 $= \frac{1}{12} \times \left(\frac{1}{2} \times 12 \times 10 \right) = 5$

- 36 **길잡이** 평행사변형의 넓이는 한 대각선에 의해 이등분됨을 이용한다.
 ㄱ. $\overline{AC}$ 를 그으면
 $\triangle ABC = \triangle CDA$
 $= \frac{1}{2}\square ABCD$
 ㄴ. $\overline{BD}$ 를 그으면

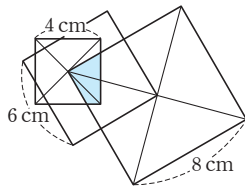


- $\triangle ABD = \triangle CDB = \frac{1}{2}\square ABCD$
 ㄷ. 두 대각선의 교점을 O라 하고, 점 O를 지나는 직선이
 $\overline{AD}, \overline{BC}$ 와 만나는 점을 각각 P, Q라 하면
 $\triangle POD \cong \triangle QOB$ (ASA 합동)이므로
 $\square PQCD = \square OQCD + \triangle POD$
 $= \square OQCD + \triangle QOB$
 $= \triangle DBC = \frac{1}{2}\square ABCD$

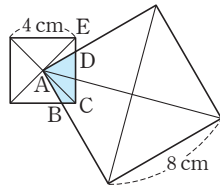
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

37 [길잡이] 고정된 두 점을 중심으로 두 정사각형을 각각 회전시켜 겹쳐지는 부분을 찾아본다.

세 정사각형이 겹쳐지는 부분의 넓이가 최대가 될 때는 오른쪽 그림과 같다. 즉, 세 정사각형이 모두 겹쳐지는 부분의 최대 넓이는 한 변의 길이가 4cm인 정사각형과 한 변의 길이가 8cm인 정사각형이 겹쳐지는 부분의 넓이와 같다.



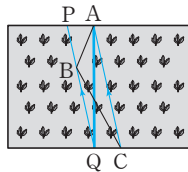
정사각형의 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분하므로 오른쪽 그림의 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ADE$ 에서 $\angle ACB = \angle AED = 45^\circ$, $\overline{AC} = \overline{AE}$,



$$\begin{aligned} \angle BAC &= 90^\circ - \angle CAD = \angle DAE \\ \therefore \triangle ABC &\equiv \triangle ADE \text{ (ASA 합동)} \\ \therefore (\text{구하는 넓이}) &= \square ABCD \\ &= \triangle ABC + \triangle ACD \\ &= \triangle ADE + \triangle ACD \\ &= \triangle ACE \\ &= \frac{1}{4} \times 4 \times 4 = 4(\text{cm}^2) \end{aligned}$$

38 [길잡이] 점 B를 지나고, $\overline{AC}$ 에 평행한 선분을 그어 평행선과 삼각형의 넓이를 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 점 B를 지나고, $\overline{AC}$ 에 평행한 직선을 그어 두 점 P, Q를 잡으면 $\overline{AC} \parallel \overline{PQ}$ 이므로 $\triangle ABC = \triangle AQC$ 따라서 새로운 경계선을 $\overline{AQ}$ 로 하면 두 뒷발의 넓이가 변하지 않는다.

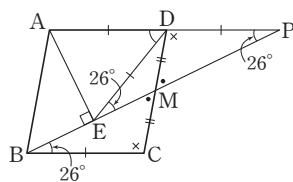


P. 32~33 **내신 1% 뛰어넘기**

- 01 52° 02 80cm^2 03 6cm^2 04 2cm
05 6 06 $2x$

01 [길잡이] $\overline{AD}$ 와 $\overline{BM}$ 의 연장선을 이용하여 $\triangle BCM$ 과 합동인 삼각형을 그려 본다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$ 와 $\overline{BM}$ 의 연장선의 교점을 P라 하면



$\triangle BCM$ 과 $\triangle PDM$ 에서 $\angle MCB = \angle MDP$ (엇각), $\overline{MC} = \overline{MD}$, $\angle CMB = \angle DMP$ (맞꼭지각)이므로 $\triangle BCM \equiv \triangle PDM$ (ASA 합동) $\therefore \overline{DP} = \overline{BC} = \overline{AD}$

이때 $\triangle AEP$ 에서 $\angle AEP = 90^\circ$ 이므로 $\triangle AEP$ 는 직각삼각형이다.

또 $\overline{AP}$ 는 직각삼각형 AEP의 빗변이고, $\overline{AD} = \overline{DP}$ 이므로 점 D는 $\triangle AEP$ 의 외심이다.

$$\therefore \overline{AD} = \overline{DP} = \overline{DE}$$

$\overline{AP} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle APE = \angle MBC = 26^\circ$ (엇각)

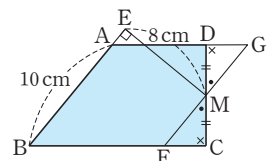
$\overline{DE} = \overline{DP}$ 이므로 $\angle DEP = \angle DPE = 26^\circ$

따라서 $\triangle DEP$ 에서

$$\begin{aligned} \angle ADE &= \angle DEP + \angle DPE \\ &= 26^\circ + 26^\circ = 52^\circ \end{aligned}$$

02 [길잡이] 사다리꼴 ABCD와 넓이가 같은 평행사변형을 그려 본다.

오른쪽 그림과 같이 점 M을 지나고 $\overline{AB}$ 와 평행한 직선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 F, $\overline{AD}$ 의 연장선과 만나는 점을 G라 하면 $\overline{AG} \parallel \overline{BF}$, $\overline{AB} \parallel \overline{GF}$ 이므로 $\square ABFG$ 는 평행사변형이다.



$\triangle DMG$ 와 $\triangle CMF$ 에서

$\angle DMG = \angle CMF$ (맞꼭지각),

$\overline{DM} = \overline{CM}$, $\angle GDM = \angle FCM$ (엇각)이므로

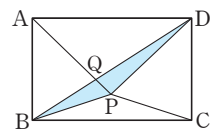
$\triangle DMG \equiv \triangle CMF$ (ASA 합동)

따라서 $\square ABCD$ 의 넓이와 $\square ABFG$ 의 넓이가 같으므로

$$\begin{aligned} \square ABCD &= \square ABFG = \overline{AB} \times \overline{EM} \\ &= 10 \times 8 = 80(\text{cm}^2) \end{aligned}$$

03 [길잡이] 직사각형의 내부의 임의의 한 점 P에 대하여 $\triangle ABD$ 와 넓이가 같은 삼각형을 찾아본다.

오른쪽 그림과 같이 대각선 BD와 $\overline{AP}$ 의 교점을 Q라 하면 $\triangle ABD = \triangle APD + \triangle PBC$ 에서 $\triangle ABQ + \triangle AQD$



$$= (\triangle AQD + \triangle PDQ) + \triangle PBC$$

이므로 $\triangle ABQ = \triangle PDQ + \triangle PBC$

또 $\triangle ABQ = \triangle PAB - \triangle PQB$ 이므로

$$\triangle PDQ + \triangle PBC = \triangle PAB - \triangle PQB$$

즉, $\triangle PQB + \triangle PDQ = \triangle PAB - \triangle PBC$

$$\therefore \triangle PDB = \triangle PQB + \triangle PDQ$$

$$= \triangle PAB - \triangle PBC$$

$$= 16 - 10 = 6(\text{cm}^2)$$

04 [길잡이] $\overline{AB}$ 와 $\overline{AD}$ 의 길이 사이의 관계를 생각해 본다.

정오각형 $AD'E'FB'$ 에서 $\overline{AD'} = \overline{AB'}$... ㉠

$\overline{D'B'} = \overline{D'B}$ (접은 변)이고, $\overline{D'B'} = \overline{B'D}$ (접은 변)이므로

$$\overline{D'B} = \overline{B'D} \quad \dots \text{㉡}$$

㉠, ㉡에 의해

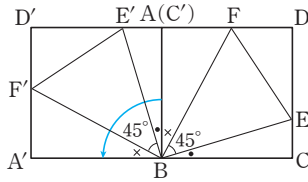
$$\overline{AB} = \overline{AD'} + \overline{D'B} = \overline{AB'} + \overline{B'D} = \overline{AD}$$

즉, $\square ABCD$ 는 이웃한 두 변의 길이가 같은 평행사변형이므로 마름모이다.

$$\begin{aligned}\therefore \overline{AB} &= \frac{1}{4} \times (\square ABCD \text{의 둘레의 길이}) \\ &= \frac{1}{4} \times 8 = 2(\text{cm})\end{aligned}$$

05 길잡이 □ABCD를 점 B를 중심으로 시계 반대 방향으로 90°만큼 회전시킨 다음 △BEF와 합동인 삼각형을 찾아본다.

□ABCD를 점 B를 중심으로 시계 반대 방향으로 90°만큼 회전시키면 오른쪽 그림과 같다.
 $\angle FBA = \angle F'BA'$,
 $\angle CBE = \angle ABE'$ 이므로
 $\angle FBE' = \angle FBA + \angle ABE'$



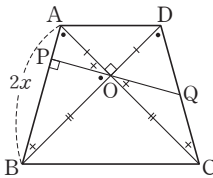
$$\begin{aligned}&= \angle FBA + \angle CBE \\ &= \angle ABC - \angle FBE \\ &= 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ\end{aligned}$$

한편, △BFE'과 △BF'E'에서
 $\overline{BF} = \overline{BF'}$, $\angle FBE' = \angle F'BE'$, $\overline{BE'}$ 은 공통이므로
 $\triangle BFE' \cong \triangle BF'E'$ (SAS 합동)
 $\therefore \overline{E'F} = \overline{E'F'} = \overline{EF}$

$$\begin{aligned}\therefore (\triangle DEF \text{의 둘레의 길이}) &= \overline{DE} + \overline{EF} + \overline{DF} \\ &= \overline{D'E'} + \overline{E'F} + \overline{DF} \\ &= \overline{D'D} \\ &= 3 + 3 = 6\end{aligned}$$

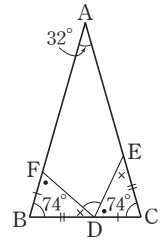
06 길잡이 합동인 삼각형을 찾은 후 이등변삼각형을 찾아본다.

△OAB와 △ODC에서
 $\overline{OA} = \overline{OD}$,
 $\angle AOB = \angle DOC = 90^\circ$,
 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로
 $\triangle OAB \cong \triangle ODC$ (SAS 합동)
 $\therefore \angle OAB = \angle ODC$,
 $\angle OBA = \angle OCD$, $\overline{AB} = \overline{DC}$
 $\angle AOB = \angle OPB = 90^\circ$ 이므로
 $\angle AOP = 90^\circ - \angle BOP = \angle OBP$
또 $\angle AOP = \angle COQ$ (맞꼭지각)이므로
△OCQ는 $\angle OCQ = \angle COQ$ 인 이등변삼각형이다.
즉, $\overline{OQ} = \overline{CQ}$ 이므로
 $\overline{OQ} + \overline{DQ} = \overline{CQ} + \overline{DQ}$
 $= \overline{DC} = \overline{AB} = 2x$



1 △ABC에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로
 $\angle B = \angle C$
 $= \frac{1}{2} \times (180^\circ - 32^\circ) = 74^\circ \quad \dots (i)$

△BDF와 △CED에서
 $\overline{BD} = \overline{CE}$, $\angle B = \angle C$, $\overline{BF} = \overline{CD}$ 이므로
 $\triangle BDF \cong \triangle CED$ (SAS 합동) $\dots (ii)$
즉, $\angle BDF = \angle CED$, $\angle BFD = \angle CDE$ 이므로
 $\angle BDF + \angle CDE = \angle BDF + \angle BFD$

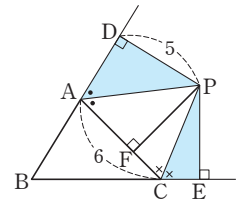


$$\begin{aligned}&= 180^\circ - \angle B \\ &= 180^\circ - 74^\circ = 106^\circ \quad \dots (iii)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \angle FDE &= 180^\circ - (\angle BDF + \angle CDE) \\ &= 180^\circ - 106^\circ = 74^\circ \quad \dots (iv)\end{aligned}$$

채점 기준	비율
(i) $\angle B$, $\angle C$ 의 크기 구하기	20 %
(ii) $\triangle BDF \cong \triangle CED$ 임을 보이기	30 %
(iii) $\angle BDF + \angle CDE$ 의 크기 구하기	30 %
(iv) $\angle FDE$ 의 크기 구하기	20 %

2 오른쪽 그림과 같이 점 P에서
 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 F라 하면
△PDA와 △PFA에서
 $\angle PDA = \angle PFA = 90^\circ$,
 $\overline{PA}$ 는 공통,
 $\angle PAD = \angle PAF$ 이므로



$\triangle PDA \cong \triangle PFA$ (RHA 합동)
△PFC와 △PEC에서
 $\angle PFC = \angle PEC = 90^\circ$, $\overline{PC}$ 는 공통,
 $\angle PCF = \angle PCE$ 이므로
 $\triangle PFC \cong \triangle PEC$ (RHA 합동) $\dots (i)$

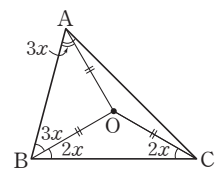
$$\begin{aligned}\therefore \triangle PDA + \triangle PEC &= \triangle PFA + \triangle PFC \\ &= \triangle PAC \quad \dots (ii)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&= \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{PF} \\ &= \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{PD} \\ &= \frac{1}{2} \times 6 \times 5 = 15 \quad \dots (iii)\end{aligned}$$

채점 기준	비율
(i) △PDA, △PEC와 합동인 삼각형을 찾기	각 30 %
(ii) $\triangle PDA + \triangle PEC = \triangle PAC$ 임을 보이기	20 %
(iii) △PDA와 △PEC의 넓이의 합 구하기	20 %

3 오른쪽 그림에서 조건 (가)에 의해 점
O가 △ABC의 외심이므로
 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$

또 조건 (나)에 의해
 $\angle ABO : \angle CBO = 3 : 2$ 이므로
 $\angle ABO = 3\angle x$, $\angle CBO = 2\angle x$ 라 하면



P. 34~35

1~2 서술형 완성하기

[과정은 풀이 참조]

- 1 74° 2 15 3 60° 4 16cm 5 66°
6 (1) 풀이 참조 (2) 6 : 1 7 57° 8 14cm^2

$$\begin{aligned}
\angle BAO &= \angle ABO = 3\angle x, \\
\angle BCO &= \angle CBO = 2\angle x & \dots (i) \\
\text{이때 } \angle BAO + \angle CBO + \angle ACO &= 90^\circ \text{이므로} \\
3\angle x + 2\angle x + \angle ACO &= 90^\circ \\
\therefore \angle ACO &= \angle CAO = 90^\circ - 5\angle x \\
\angle BAC &= \angle BAO + \angle CAO \\
&= 3\angle x + (90^\circ - 5\angle x) \\
&= 90^\circ - 2\angle x \\
\angle BCA &= \angle BCO + \angle ACO \\
&= 2\angle x + (90^\circ - 5\angle x) \\
&= 90^\circ - 3\angle x & \dots (ii) \\
\text{이때 조건 (다)에 의해} \\
\angle BAC : \angle BCA &= 4 : 3 \text{이므로} \\
(90^\circ - 2\angle x) : (90^\circ - 3\angle x) &= 4 : 3 \text{에서} \\
3(90^\circ - 2\angle x) &= 4(90^\circ - 3\angle x) \\
270^\circ - 6\angle x &= 360^\circ - 12\angle x \\
6\angle x &= 90^\circ \quad \therefore \angle x = 15^\circ & \dots (iii) \\
\therefore \angle BAC &= 90^\circ - 2\angle x \\
&= 90^\circ - 2 \times 15^\circ = 60^\circ & \dots (iv)
\end{aligned}$$

채점 기준	비율
(i) $\angle ABO, \angle BAO, \angle CBO, \angle BCO$ 의 크기를 $\angle x$ 를 사용하여 나타내기	20 %
(ii) $\angle BAC, \angle BCA$ 의 크기를 $\angle x$ 를 사용하여 나타내기	30 %
(iii) $\angle x$ 의 크기 구하기	30 %
(iv) $\angle BAC$ 의 크기 구하기	20 %

4 $\triangle ABE$ 와 $\triangle FCE$ 에서

$$\begin{aligned}
\angle ABE &= \angle FCE \text{ (엇각)}, \overline{BE} = \overline{CE}, \\
\angle BEA &= \angle CEF \text{ (맞꼭지각)} \text{이므로} \\
\triangle ABE &\equiv \triangle FCE \text{ (ASA 합동)} & \dots (i) \\
\therefore \overline{CF} &= \overline{BA} = 8 \text{ cm} & \dots (ii) \\
\text{이때 } \overline{DC} &= \overline{AB} = 8 \text{ cm} \text{이므로} \\
\overline{DF} &= \overline{DC} + \overline{CF} \\
&= 8 + 8 = 16 \text{ (cm)} & \dots (iii)
\end{aligned}$$

채점 기준	비율
(i) $\triangle ABE \equiv \triangle FCE$ 임을 보이기	50 %
(ii) $\overline{CF}$ 의 길이 구하기	20 %
(iii) $\overline{DF}$ 의 길이 구하기	30 %

5 $\square ABCD$ 는 마름모이고, $\triangle ABP$ 는 정삼각형이므로

$$\begin{aligned}
\overline{AB} &= \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA} = \overline{BP} = \overline{PA} & \dots (i) \\
\angle ABC &= 72^\circ \text{이므로} \\
\angle BAD &= 180^\circ - 72^\circ = 108^\circ \\
\triangle ABP &\text{가 정삼각형이므로} \\
\angle DAP &= 108^\circ - 60^\circ = 48^\circ & \dots (ii) \\
\text{이때 } \triangle APD &\text{에서 } \overline{AP} = \overline{AD} \text{이므로} \\
\angle APD &= \frac{1}{2} \times (180^\circ - 48^\circ) = 66^\circ & \dots (iii)
\end{aligned}$$

채점 기준	비율
(i) 주어진 조건으로 길이가 같은 변 구하기	20 %
(ii) $\angle BAD, \angle DAP$ 의 크기 구하기	각 20 %
(iii) $\angle APD$ 의 크기 구하기	40 %

6 (1) 평행사변형 $ABCD$ 에서 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$$\begin{aligned}
\angle AFB &= \angle FBE \text{ (엇각)}, \angle AEB = \angle FAE \text{ (엇각)} \\
\triangle ABF &\text{에서} \\
\angle ABF &= \angle AFB \text{이므로 } \overline{AB} = \overline{AF} & \dots \textcircled{1} \\
\triangle BEA &\text{에서} \\
\angle BAE &= \angle BEA \text{이므로 } \overline{AB} = \overline{BE} & \dots \textcircled{2} \\
\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에 의해 } &\overline{AF} = \overline{BE} \\
\text{따라서 } \square ABEF &\text{는 } \overline{AD} \parallel \overline{BC} \text{에서 } \overline{AF} \parallel \overline{BE}, \\
&\overline{AF} = \overline{BE} \text{이므로 평행사변형이고, 이때 } \textcircled{1} \text{에 의해 이웃} \\
&\text{하는 두 변의 길이가 같으므로 마름모이다.} & \dots (i) \\
(2) \text{평행사변형 } ABCD &\text{와 마름모 } ABEF \text{는 높이가 같으므} \\
&\text{로 넓이의 비는 밑변의 길이의 비와 같다.} \\
\therefore \square ABCD : \square ABEF &= \overline{BC} : \overline{BE} & \dots (ii) \\
&= 6 : 4 = 3 : 2 & \dots (ii)
\end{aligned}$$

이때 점 G 는 마름모 $ABEF$ 의 두 대각선의 교점이므로

$$\begin{aligned}
\triangle GAF &= \frac{1}{4} \square ABEF \\
&= \frac{1}{4} \times \frac{2}{3} \square ABCD \\
&= \frac{1}{6} \square ABCD \\
\therefore \square ABCD : \triangle GAF &= 6 : 1 & \dots (iii)
\end{aligned}$$

채점 기준	비율
(i) $\square ABEF$ 가 어떤 사각형인지 말하고, 이유 설명하기	50 %
(ii) $\square ABCD : \square ABEF$ 구하기	25 %
(iii) $\square ABCD : \triangle GAF$ 구하기	25 %

7 점 I 는 이등변삼각형 ABD 의 내심이므로 $\overline{AE}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이다.

즉, $\overline{AE} \perp \overline{BD}$ 이므로

$$\begin{aligned}
\angle AED &= 90^\circ \quad \therefore \angle DEO = 90^\circ & \dots (i) \\
\triangle DBC &\text{에서 } \overline{BD} = \overline{BC} \text{이므로} \\
\angle BDC &= \angle BCD = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 48^\circ) = 66^\circ \\
\text{점 } I' &\text{은 } \triangle DBC \text{의 내심이므로} \\
\angle BDO &= \frac{1}{2} \angle BDC = \frac{1}{2} \times 66^\circ = 33^\circ & \dots (ii) \\
\text{따라서 } \triangle EOD &\text{에서} \\
\angle EOD &= 180^\circ - (\angle DEO + \angle EDO) \\
&= 180^\circ - (90^\circ + 33^\circ) = 57^\circ \\
\therefore \angle AOD &= \angle EOD = 57^\circ & \dots (iii)
\end{aligned}$$

채점 기준	비율
(i) $\angle DEO$ 의 크기 구하기	30 %
(ii) $\angle BDO$ 의 크기 구하기	40 %
(iii) $\angle AOD$ 의 크기 구하기	30 %

- 8 오른쪽 그림과 같이 점 G를 지나고 $\overline{AB}$ 와 평행한 직선을 그어 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 각각 P, Q라 하면 $\overline{AB} \parallel \overline{GQ}$ 이므로

$$\triangle ABG = \triangle ABP$$

이때 $\triangle ABE$ 가 공통이므로

$$\triangle GAE = \triangle ABG - \triangle ABE$$

$$= \triangle ABP - \triangle ABE = \triangle EBP$$

한편, $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 에서 $\overline{GQ} \parallel \overline{DC}$ 이므로 $\triangle GCD = \triangle PCD$

이때 $\triangle FCD$ 가 공통이므로

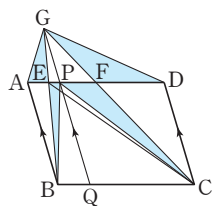
$$\triangle GFD = \triangle GCD - \triangle FCD$$

$$= \triangle PCD - \triangle FCD = \triangle PCF \quad \dots (i)$$

또 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\triangle EBP = \triangle ECP$

$$\therefore \triangle GAE + \triangle GFD = \triangle EBP + \triangle PCF$$

$$= \triangle ECP + \triangle PCF \\ = \triangle ECF \quad \dots (ii)$$



이때 $\overline{AE} : \overline{EF} : \overline{FD} = 1 : 2 : 3$ 이므로

$$\triangle ECF = \frac{2}{6} \triangle ACD$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \square ABCD$$

$$= \frac{1}{6} \square ABCD$$

$$= \frac{1}{6} \times 84$$

$$= 14 (\text{cm}^2)$$

$$\therefore \triangle GAE + \triangle GFD = \triangle ECF$$

$$= 14 (\text{cm}^2) \quad \dots (iii)$$

채점 기준	비율
(i) $\triangle GAE$, $\triangle GFD$ 와 넓이가 같은 삼각형 찾기	각 20 %
(ii) $\triangle GAE$ 와 $\triangle GFD$ 의 넓이의 합과 넓이가 같은 삼각형 찾기	30 %
(iii) $\triangle GAE$ 와 $\triangle GFD$ 의 넓이의 합 구하기	30 %

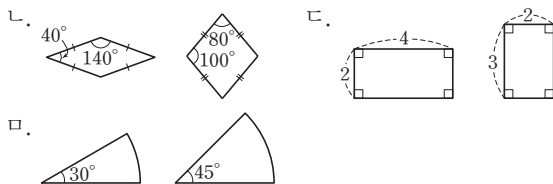


3. 도형의 답음

P. 38~42 개념+ 문제 확인하기

- 1 ㄱ, ㄷ, ㅂ 2 ⑤ 3 10 cm 4 ⑤
 5 10π 6 32 cm^2 7 $4\pi\text{ cm}^2$ 8 45 cm^2 9 54 cm^3
 10 150 mL 11 130분 12 ④ 13 ③
 14 12 cm 15 6 cm 16 $\frac{28}{5}\text{ cm}$ 17 ⑤ 18 ②
 19 27 20 78 21 $\frac{10}{3}\text{ cm}$ 22 11 m
 23 5760 m^3 24 560 cm^2 25 42 m
 26 375 m

1 다음의 경우에는 닮은 도형이 아니다.



따라서 항상 닮음인 도형은 ㄱ, ㄷ, ㅂ이다.

- 2 ① $\angle EFG = \angle ABC = 110^\circ$
 ② $\angle AEF = \angle DAB = 360^\circ - (110^\circ + 85^\circ + 65^\circ) = 100^\circ$
 ③, ⑤ $\overline{AD} : \overline{EA} = 2 : 1$ 이므로 $\square ABCD$ 와 $\square EFGA$ 의
 닮음비는 2 : 1이다.
 즉, $\overline{DC} : \overline{AG} = 2 : 1$, $6 : \overline{AG} = 2 : 1$, $2\overline{AG} = 6$
 $\therefore \overline{AG} = 3(\text{cm})$
 ④ $\overline{BC}$ 의 대응변은 $\overline{FG}$ 이다.
 따라서 옳은 것은 ⑤이다.

- 3 $\overline{BC} : \overline{AB} = \overline{CD} : \overline{BF}$ 이므로
 $18 : 12 = 12 : \overline{BF}$, $18\overline{BF} = 144$ $\therefore \overline{BF} = 8(\text{cm})$
 $\therefore \overline{FC} = \overline{BC} - \overline{BF} = 18 - 8 = 10(\text{cm})$

- 4 ① $\overline{GH} = \overline{JK} = 6$ 이므로 $\overline{AB} : \overline{GH} = 3 : 6 = 1 : 2$
 ② ①에서 두 삼각기둥의 닮음비는 1 : 2이므로
 $\overline{AC} : \overline{GI} = 1 : 2$
 $\overline{GI} = \overline{JL} = 12$ 이므로
 $\overline{AC} : 12 = 1 : 2$, $2\overline{AC} = 12$ $\therefore \overline{AC} = 6$
 ③ $\overline{CB} : \overline{IH} = 1 : 2$ 이므로 $4 : \overline{IH} = 1 : 2$ $\therefore \overline{IH} = 8$
 ④ $\overline{BE} : \overline{HK} = 1 : 2$ 이므로 $\overline{BE} : 16 = 1 : 2$
 $2\overline{BE} = 16$ $\therefore \overline{BE} = 8$
 따라서 옳은 것은 ⑤이다.

- 5 두 원뿔 A, B의 닮음비는 $12 : 15 = 4 : 5$ 이므로
 원뿔 B의 밑면인 원의 반지름의 길이를 r 라 하면
 $4 : 5 = 4 : r$ $\therefore r = 5$
 따라서 원뿔 B의 밑면인 원의 둘레의 길이는
 $2\pi \times 5 = 10\pi$

- 6 $\square ABCD$ 와 $\square A'BC'D'$ 의 닮음비는 $10 : 6 = 5 : 3$ 이므로
 넓이의 비는 $5^2 : 3^2 = 25 : 9$
 즉, $\square ABCD : 18 = 25 : 9$ 이므로
 $9\square ABCD = 450$ $\therefore \square ABCD = 50(\text{cm}^2)$
 따라서 색칠한 부분의 넓이는
 $\square ABCD - \square A'BC'D' = 50 - 18 = 32(\text{cm}^2)$

- 7 가장 작은 원과 가장 큰 원의 닮음비는 $1 : 3$ 이므로 넓이의
 비는 $1^2 : 3^2 = 1 : 9$
 가장 작은 원의 넓이를 $x\text{ cm}^2$ 라 하면
 $x : 36\pi = 1 : 9$, $9x = 36\pi$ $\therefore x = 4\pi$
 따라서 가장 작은 원의 넓이는 $4\pi\text{ cm}^2$ 이다.

- 8 주어진 사진과 확대한 사진의 닮음비는 $100 : 150 = 2 : 3$ 이
 므로 넓이의 비는 $2^2 : 3^2 = 4 : 9$
 확대한 사진의 넓이를 $x\text{ cm}^2$ 라 하면
 $20 : x = 4 : 9$, $4x = 180$ $\therefore x = 45$
 따라서 확대한 사진의 넓이는 45 cm^2 이다.

- 9 두 직육면체 A, B의 겹넓이의 비가
 $90 : 160 = 9 : 16 = 3^2 : 4^2$ 이므로 닮음비는 3 : 4
 따라서 부피의 비는 $3^3 : 4^3 = 27 : 64$ 이므로
 직육면체 A의 부피를 $x\text{ cm}^3$ 라 하면
 $x : 128 = 27 : 64$, $64x = 3456$
 $\therefore x = 54$
 따라서 직육면체 A의 부피는 54 cm^3 이다.

- 10 두 사탕 A, B의 닮음비는 3 : 5이므로 겹넓이의 비는
 $3^2 : 5^2 = 9 : 25$
 사탕 B의 겹면을 칠하는 데 필요한 초콜릿의 양을 $x\text{ mL}$ 라
 하면
 $54 : x = 9 : 25$, $9x = 1350$ $\therefore x = 150$
 따라서 필요한 초콜릿의 양은 150 mL이다.

- 11 물의 높이와 그릇의 높이의 비가 1 : 3이므로 물의 부피와
 그릇의 부피의 비는 $1^3 : 3^3 = 1 : 27$
 물을 채우는 데 걸리는 시간과 채워지는 물의 양은 정비례하
 므로 그릇에 물을 가득 채울 때까지 x 분이 더 걸린다고 하면
 $5 : x = 1 : (27 - 1)$ $\therefore x = 130$
 따라서 그릇에 물을 가득 채울 때까지 130분이 더 걸린다.

- 12 ④ $\triangle ABC$ 에서 $\angle A = 80^\circ$ 이면
 $\angle C = 180^\circ - (45^\circ + 80^\circ) = 55^\circ$
 $\triangle ABC$ 와 $\triangle DFE$ 에서
 $\angle B = \angle F = 45^\circ$, $\angle C = \angle E = 55^\circ$ 이므로
 $\triangle ABC \sim \triangle DFE$ (AA 닮음)

- 13 ①, ⑤ $\triangle ABC$ 와 $\triangle EBD$ 에서
 $\overline{AB} : \overline{EB} = (6 + 6) : 8 = 12 : 8 = 3 : 2$,

$\angle B$ 는 공통, $\overline{BC} : \overline{BD} = (8+1) : 6 = 9 : 6 = 3 : 2$

이므로 $\triangle ABC \sim \triangle EBD$ (SAS 닮음)

이때 $\triangle ABC$ 와 $\triangle EBD$ 의 닮음비는 $3 : 2$ 이다.

② $\triangle ABC \sim \triangle EBD$ 이므로 $\overline{AC} : \overline{ED} = \overline{BC} : \overline{BD}$ 에서

$$\overline{ED} \times \overline{BC} = \overline{AC} \times \overline{BD} \quad \therefore \frac{\overline{ED}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{BD}}{\overline{BC}}$$

③ $\overline{AC} : \overline{ED} = 3 : 2$ 이므로 $\overline{AC} : 5 = 3 : 2$

$$2\overline{AC} = 15 \quad \therefore \overline{AC} = \frac{15}{2}$$

④ $\triangle ABC \sim \triangle EBD$ 이므로 $\angle EDB = \angle C$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

14 $\triangle ABC$ 와 $\triangle DAC$ 에서

$\angle B = \angle CAD$, $\angle C$ 는 공통이므로

$\triangle ABC \sim \triangle DAC$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{AC} : \overline{DC} = \overline{BC} : \overline{AC}$ 이므로

$$\overline{AC} : 8 = (10+8) : \overline{AC}, \overline{AC}^2 = 144$$

이때 $\overline{AC} > 0$ 이므로 $\overline{AC} = 12$ (cm)

15 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\triangle AFE$ 와 $\triangle CFB$ 에서

$\angle FAE = \angle FCB$ (엇각), $\angle FEA = \angle FBC$ (엇각)

$\therefore \triangle AFE \sim \triangle CFB$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{AF} : \overline{CF} = \overline{AE} : \overline{CB}$ 이므로

$$4 : 6 = \overline{AE} : 9, 6\overline{AE} = 36$$

$$\therefore \overline{AE} = 6$$
(cm)

16 오른쪽 그림의 $\triangle DBE$ 와 $\triangle ECF$

에서 $\angle DBE = \angle ECF = 60^\circ$

$\angle DEF = \angle DAF = 60^\circ$ 이므로

$\angle BDE$

$$= 180^\circ - (60^\circ + \angle DEB)$$

$$= \angle CEF$$

$\therefore \triangle DBE \sim \triangle ECF$ (AA 닮음)

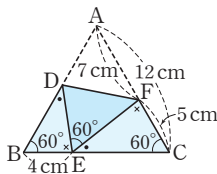
$$\overline{EF} = \overline{AF} = 7 \text{ cm},$$

$$\overline{CF} = \overline{AC} - \overline{AF} = 12 - 7 = 5 \text{ (cm)} \text{이므로}$$

$$\overline{BE} : \overline{CF} = \overline{DE} : \overline{EF} \text{에서}$$

$$4 : 5 = \overline{DE} : 7, 5\overline{DE} = 28 \quad \therefore \overline{DE} = \frac{28}{5} \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{AD} = \overline{DE} = \frac{28}{5} \text{ cm}$$



17 ① $\angle ADE = \angle FBE = 90^\circ$, $\angle AED = \angle FEB$ (맞꼭지각)

이므로 $\triangle ADE \sim \triangle FBE$ (AA 닮음)

② $\angle ABC = \angle ADE = 90^\circ$, $\angle A$ 는 공통이므로

$\triangle ABC \sim \triangle ADE$ (AA 닮음)

③ $\angle ABC = \angle FDC = 90^\circ$, $\angle ACB$ 는 공통이므로

$\triangle ABC \sim \triangle FDC$ (AA 닮음)

④ $\angle FBE = \angle FDC = 90^\circ$, $\angle F$ 는 공통이므로

$\triangle FBE \sim \triangle FDC$ (AA 닮음)

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

18 $\overline{BD} : \overline{CD} = 2 : 1$ 이므로

$$\overline{CD} = \frac{1}{3} \times 9 = 3 \text{ (cm)}$$

$\triangle ADC$ 와 $\triangle BEC$ 에서

$\angle ADC = \angle BEC = 90^\circ$, $\angle C$ 는 공통이므로

$\triangle ADC \sim \triangle BEC$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{AC} : \overline{BC} = \overline{CD} : \overline{CE}$ 이므로

$$6 : 9 = 3 : \overline{CE}, 6\overline{CE} = 27 \quad \therefore \overline{CE} = \frac{9}{2} \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{AE} = \overline{AC} - \overline{CE} = 6 - \frac{9}{2} = \frac{3}{2} \text{ (cm)}$$

19 $\overline{AB}^2 = \overline{BH} \times \overline{BC}$ 이므로

$$20^2 = 16 \times \overline{BC} \quad \therefore \overline{BC} = 25$$

$$\therefore \overline{CH} = \overline{BC} - \overline{BH} = 25 - 16 = 9$$

$\overline{AH}^2 = \overline{BH} \times \overline{CH}$ 이므로

$$x^2 = 16 \times 9 = 144$$

이때 $x > 0$ 이므로 $x = 12$

$\overline{AC}^2 = \overline{CH} \times \overline{CB}$ 이므로

$$y^2 = 9 \times 25 = 225$$

이때 $y > 0$ 이므로 $y = 15$

$$\therefore x + y = 12 + 15 = 27$$

20 $\triangle ABD$ 에서 $\overline{AE}^2 = \overline{BE} \times \overline{DE}$ 이므로

$$6^2 = \overline{BE} \times 9 \quad \therefore \overline{BE} = 4$$

$$\overline{BD} = \overline{BE} + \overline{DE} = 4 + 9 = 13 \text{이므로}$$

$$\square ABCD = 2\triangle ABD$$

$$= 2 \times \left(\frac{1}{2} \times \overline{BD} \times \overline{AE} \right)$$

$$= 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 13 \times 6 \right) = 78$$

21 오른쪽 그림의 $\triangle ABD'$ 와

$\triangle D'CE$ 에서 $\angle B = \angle C = 90^\circ$

$\angle BAD' = 90^\circ - \angle AD'B$

$$= \angle CD'E$$

$\therefore \triangle ABD' \sim \triangle D'CE$ (AA 닮음)

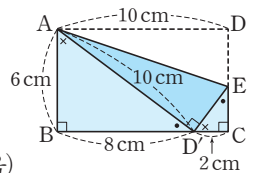
$$\overline{D'C} = \overline{BC} - \overline{BD'} = \overline{AD} - \overline{BD'}$$

$$= 10 - 8 = 2 \text{ (cm)}$$

따라서 $\overline{AB} : \overline{D'C} = \overline{AD'} : \overline{D'E}$ 이므로

$$6 : 2 = 10 : \overline{D'E}, 6\overline{D'E} = 20 \quad \therefore \overline{D'E} = \frac{10}{3} \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{DE} = \overline{D'E} = \frac{10}{3} \text{ cm}$$



22 $\triangle ABP$ 와 $\triangle DCP$ 에서

$\angle ABP = \angle DCP = 90^\circ$

입사각과 반사각의 크기가 같으므로 $\angle APB = \angle DPC$

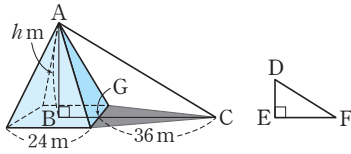
$\therefore \triangle ABP \sim \triangle DCP$ (AA 닮음)

$\overline{AB} : \overline{DC} = \overline{BP} : \overline{CP}$ 이므로

$$1.5 : \overline{DC} = 2.4 : 17.6, 2.4\overline{DC} = 26.4 \quad \therefore \overline{DC} = 11 \text{ (m)}$$

따라서 나무의 높이는 11 m이다.

- 23 다음 그림과 같이 피라미드의 높이를 h m라 하면



$\triangle ABC \sim \triangle DEF$ (AA 닮음)이고, $\overline{BG} = \frac{1}{2} \times 24 = 12$ (m)
 이므로 $h : 1 = (12 + 36) : 1.6$, $1.6h = 48 \quad \therefore h = 30$
 따라서 피라미드의 부피는 $\frac{1}{3} \times 24 \times 24 \times 30 = 5760$ (m³)

- 24 축척이 $\frac{1}{5000}$ 이므로 지도에서의 땅의 넓이와 실제 땅의 넓이의 비는 $1 : 5000^2 = 1 : 25000000$
 지도에서 땅의 넓이를 x cm²라 하면
 $x : 14000000000 = 1 : 25000000$
 $25x = 14000 \quad \therefore x = 560$
 따라서 지도에서 땅의 넓이는 560 cm²이다.

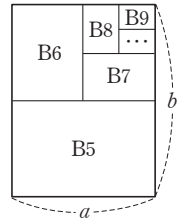
- 25 (축척) $= \frac{6 \text{ cm}}{30 \text{ m}} = \frac{6 \text{ cm}}{3000 \text{ cm}} = \frac{1}{500}$ 이므로 건물의 높이는
 $8.4 \div \frac{1}{500} = 8.4 \times 500 = 4200$ (cm) = 42 (m)

- 26 $\triangle PAB \sim \triangle PCD$ (AA 닮음)이므로 $\overline{AB} : \overline{CD} = \overline{PA} : \overline{PC}$
 $\overline{AB} : 3 = 5 : 2$, $2\overline{AB} = 15 \quad \therefore \overline{AB} = \frac{15}{2}$ (cm)
 이때 두 지점 A, P 사이의 실제 거리가 250 m이므로
 (축척) $= \frac{5 \text{ cm}}{250 \text{ m}} = \frac{5 \text{ cm}}{25000 \text{ cm}} = \frac{1}{5000}$
 따라서 두 지점 A, B 사이의 실제 거리는
 $\frac{15}{2} \div \frac{1}{5000} = \frac{15}{2} \times 5000 = 37500$ (cm) = 375 (m)

- 1 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ 에서
 $\overline{AC} : \overline{DF} = 2 : 5$ 이므로
 $\overline{AC} : 10 = 2 : 5$, $5\overline{AC} = 20 \quad \therefore \overline{AC} = 4$ (cm)
 $\overline{AB} : \overline{DE} = 2 : 5$ 이므로
 $2 : \overline{DE} = 2 : 5 \quad \therefore \overline{DE} = 5$ (cm)
 $\overline{BC} : \overline{EF} = 2 : 5$ 이므로
 $5 : \overline{EF} = 2 : 5$, $2\overline{EF} = 25 \quad \therefore \overline{EF} = \frac{25}{2}$ (cm)
 $\therefore \overline{AC} + \overline{DE} + \overline{EF} = 4 + 5 + \frac{25}{2} = \frac{43}{2}$ (cm)

- 2 처음 원뿔의 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면
 $r : 4 = (8 + 12) : 8$, $8r = 80$
 $\therefore r = 10$
 따라서 처음 원뿔의 밑면의 반지름의 길이는 10 cm이다.

- 3 오른쪽 그림과 같이 B4 용지의 짧은 변의 길이를 a , 긴 변의 길이를 b 라 하면
 B5, B6, B7, B8 용지의 짧은 변의 길이와 긴 변의 길이는 다음 표와 같다.



	B5 용지	B6 용지	B7 용지	B8 용지
짧은 변의 길이	$\frac{1}{2}b$	$\frac{1}{2}a$	$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}b = \frac{1}{4}b$	$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}a = \frac{1}{4}a$
긴 변의 길이	a	$\frac{1}{2}b$	$\frac{1}{2}a$	$\frac{1}{4}b$

따라서 B8 용지와 B4 용지의 닮음비는
 $\frac{1}{4}a : a = 1 : 4$

- 4 큰 정사각형과 작은 정사각형의 닮음비가 4 : 1이므로
 넓이의 비는 $4^2 : 1^2 = 16 : 1$
 작은 정사각형 한 개의 넓이를 x cm²라 하면
 $96 : x = 16 : 1$, $16x = 96 \quad \therefore x = 6$
 따라서 작은 정사각형의 한 개의 넓이가 6 cm²이므로 남은 종이의 넓이는
 $96 - 2 \times 6 = 84$ (cm²)

- 5 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$, $\overline{AC}$ 를 각각 지름으로 하는 반원은 모두 닮은 도형이고, 그 닮음비는 $\overline{AB} : \overline{CD} : \overline{AC} = 4 : 2 : 1$ 이므로
 넓이의 비는 $4^2 : 2^2 : 1^2 = 16 : 4 : 1$
 $\overline{AC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이를 x cm²라 하면
 $28 : x = 4 : 1$, $4x = 28 \quad \therefore x = 7$
 이때 $\overline{AC} = \overline{DB}$ 이므로 $\overline{DB}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이도 7 cm²이다.
 $\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이를 y cm²라 하면
 $y : 7 = 16 : 1 \quad \therefore y = 112$
 따라서 색칠한 부분의 넓이는
 $112 - (7 + 7 + 28) = 70$ (cm²)

P. 43~48

내신 5% 따라잡기

- 1 ③ 2 10 cm 3 ② 4 84 cm² 5 ③
 6 1 : 3 7 17000 원 8 111π cm³
 9 32 cm² 10 ① 11 4 12 1 13 $\frac{3}{2}$
 14 8 : 9 15 $\frac{25}{2}$ cm 16 $\frac{3}{2}$ 17 195 cm²
 18 8 : 3 19 8 cm 20 $\frac{5}{7}a$ 21 ④ 22 15
 23 $\frac{324}{25}$ cm² 24 $\frac{6}{5}$ cm 25 3 26 $\frac{26}{5}$
 27 $\frac{45}{4}$ 28 $\frac{8}{3}$ 29 ② 30 12 31 6.4 m
 32 2 시간 33 17.8 m 34 1 : 7 35 $\frac{64}{27}$ 배
 36 ㄱ, ㄴ, ㄷ

- 6 두 상자 A와 B에 들어 있는 공 한 개의 반지름의 길이의 비는 3:1이므로 공 한 개의 겹넓이의 비는 $3^2:1^2=9:1$

이때 두 상자 A와 B에 들어 있는 공의 개수는 각각 1개, 27개이므로 두 상자에 들어 있는 공 전체의 겹넓이의 비는 $(9 \times 1):(1 \times 27)=9:27=1:3$

- 7 두 용기 A와 B의 담음비는 2:4=1:2이므로 부피의 비는 $1^3:2^3=1:8$

용기 A에 담은 벌꿀의 가격을 x 원이라 하면 용기 B에 담은 벌꿀의 가격은 $8x$ 원이므로

$$x+8x=153000 \quad \therefore x=17000$$

따라서 용기 A에 담은 벌꿀의 가격은 17000원이다.

- 8 주어진 원뿔대의 두 밑면의 넓이가 각각 $16\pi \text{ cm}^2$, $64\pi \text{ cm}^2$ 이므로 반지름의 길이는 각각 4cm, 8cm이다.

오른쪽 그림과 같이 원뿔대의 모선을 연장하여 원뿔을 그려 보면

$\triangle ADG$ 에서

$$\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{BE}:\overline{DG} \\ =4:8=1:2$$

$$\therefore \overline{AD}=2\overline{AB}$$

즉, $\overline{AB}=\overline{BD}$ 이고, $\overline{BC}=\overline{CD}$ 이므로

$$\overline{AB}=\overline{BD}=2\overline{BC}$$

$$\overline{AC}=\overline{AB}+\overline{BC}=2\overline{BC}+\overline{BC}=3\overline{BC}$$

$$\therefore \overline{AB}:\overline{AC}=2\overline{BC}:3\overline{BC}=2:3$$

$\triangle ACF$ 에서 $\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BE}:\overline{CF}$ 이므로

$$2:3=4:\overline{CF}, 2\overline{CF}=12 \quad \therefore \overline{CF}=6(\text{cm})$$

즉, $\overline{BE}:\overline{CF}:\overline{DG}=4:6:8=2:3:4$ 이므로 원뿔의 부피를 V_1 , 입체도형 P의 부피를 V_2 , 입체도형 Q의 부피를 V_3 이라 하면 부피의 비는

$$V_1:V_2:V_3=2^3:(3^3-2^3):(4^3-3^3)=8:19:37$$

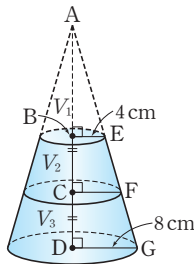
그런데 입체도형 P의 부피가 $57\pi \text{ cm}^3$ 이므로

$$V_2:V_3=19:37 \text{에서}$$

$$57\pi:V_3=19:37, 19V_3=2109\pi$$

$$\therefore V_3=111\pi(\text{cm}^3)$$

따라서 입체도형 Q의 부피는 $111\pi \text{ cm}^3$ 이다.



- 9 $\triangle ABC$ 와 $\triangle EDC$ 에서 $\angle BAC=\angle DEC$, $\angle C$ 는 공통이므로

$\triangle ABC \sim \triangle EDC$ (AA 닮음)

이때 $\triangle ABC$ 와 $\triangle EDC$ 의 닮음비는

$$\overline{AC}:\overline{EC}=10:6=5:3 \text{이므로}$$

$$\text{넓이의 비는 } 5^2:3^2=25:9$$

$$\text{즉, } \triangle ABC:\triangle EDC=25:9 \text{이므로}$$

$$50:\triangle EDC=25:9, 25\triangle EDC=450$$

$$\therefore \triangle EDC=18(\text{cm}^2)$$

$$\therefore \square ABED=\triangle ABC-\triangle EDC$$

$$=50-18=32(\text{cm}^2)$$

- 10 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ADB$ 에서 $\overline{AB}:\overline{AD}=20:(25-9)=20:16=5:4$, $\overline{AC}:\overline{AB}=25:20=5:4$,

$\angle A$ 는 공통이므로

$\triangle ABC \sim \triangle ADB$ (SAS 닮음)

$$\therefore \angle ABC=\angle ADB=110^\circ$$

따라서 $\triangle ABC$ 에서

$$\angle BAC+\angle ACB=180^\circ-\angle ABC$$

$$=180^\circ-110^\circ=70^\circ$$

- 11 $\overline{AD}:\overline{BD}=1:3$ 이므로 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}=a$, $\overline{BD}=3a(a>0)$ 라 하자.

$$\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}=a+3a=4a$$

이고 $\overline{AB}:\overline{AC}=2:1$ 이므로

$$\overline{AC}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 4a=2a$$

$\triangle ABC$ 와 $\triangle ACD$ 에서

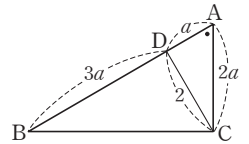
$$\overline{AB}:\overline{AC}=2:1,$$

$\overline{AC}:\overline{AD}=2a:a=2:1$, $\angle A$ 는 공통이므로

$\triangle ABC \sim \triangle ACD$ (SAS 닮음)

따라서 $\overline{BC}:\overline{CD}=2:1$ 이므로

$$\overline{BC}:2=2:1 \quad \therefore \overline{BC}=4$$



- 12 오른쪽 그림의 $\triangle AEF$ 와 $\triangle AEC$ 에서 $\angle AEF=\angle AEC=90^\circ$ $\overline{AE}$ 는 공통, $\angle EAF=\angle EAC$

$$\therefore \triangle AEF \cong \triangle AEC$$

(ASA 합동)

$$\text{즉, } \overline{AF}=\overline{AC}=6 \text{이므로}$$

$$\overline{BF}=\overline{AB}-\overline{AF}=8-6=2$$

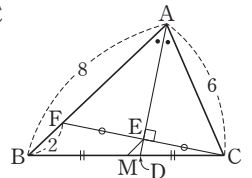
$\triangle CME$ 와 $\triangle CBF$ 에서

$$\overline{CE}:\overline{CF}=1:2, \overline{CM}:\overline{CB}=1:2, \angle C \text{는 공통이므로}$$

$\triangle CME \sim \triangle CBF$ (SAS 닮음)

따라서 $\overline{EM}:\overline{FB}=1:2$ 이므로

$$\overline{EM}:2=1:2, 2\overline{EM}=2 \quad \therefore \overline{EM}=1$$



- 13 오른쪽 그림과 같이 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB}=\overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로 $\angle ABC=\angle ACB$

$\triangle ABD$ 와 $\triangle DCE$ 에서

$$\angle ABD=\angle DCE$$

$\triangle ABD$ 에서

$$\angle ADC=\angle ABD+\angle BAD$$

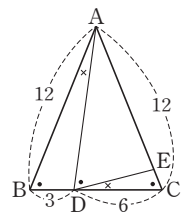
이때 $\angle ADC=\angle ADE+\angle CDE$ 이고

$$\angle ABD=\angle ADE \text{이므로 } \angle BAD=\angle CDE$$

$\therefore \triangle ABD \sim \triangle DCE$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{AB}:\overline{DC}=\overline{BD}:\overline{CE}$ 이므로

$$12:6=3:\overline{CE}, 12\overline{CE}=18 \quad \therefore \overline{CE}=\frac{3}{2}$$



- 14 $\triangle DEF$ 와 $\triangle ABC$ 에서
 $\angle EDF = \angle ACD + \angle CAD$
 $= \angle BAE + \angle CAD = \angle BAC$
 $\angle DEF = \angle BAE + \angle ABE$
 $= \angle CBF + \angle ABE = \angle ABC$
 이므로 $\triangle DEF \sim \triangle ABC$ (AA 답음)
 $\therefore \overline{DE} : \overline{EF} = \overline{AB} : \overline{BC} = 16 : 18 = 8 : 9$

- 15 $\overline{DE} = k$ cm라 하면 $\overline{DG} = \frac{3}{2}k$ cm

$\triangle ABC$ 와 $\triangle ADG$ 에서
 $\angle A$ 는 공통, $\overline{DG} \parallel \overline{BC}$ 에서
 $\angle B = \angle ADG$ (동위각)이므로
 $\triangle ABC \sim \triangle ADG$ (AA 답음)

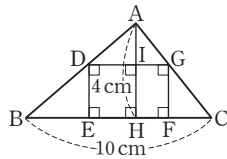
이때 $\overline{AH}$ 와 $\overline{DG}$ 의 교점을 I 라 하면

$$\overline{AH} : \overline{AI} = \overline{BC} : \overline{DG} \text{이므로 } 4 : (4 - k) = 10 : \frac{3}{2}k$$

$$40 - 10k = 6k, 16k = 40 \quad \therefore k = \frac{5}{2}$$

따라서 $\square DEFG$ 의 둘레의 길이는

$$2\left(k + \frac{3}{2}k\right) = 5k = 5 \times \frac{5}{2} = \frac{25}{2} \text{ (cm)}$$



- 16 $\triangle ABE$ 와 $\triangle ACD$ 에서
 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle BAE = \angle CAD = 60^\circ$, $\overline{AE} = \overline{AD}$ 이므로
 $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ (SAS 합동) ... ㉠
 또 $\triangle ABE$ 와 $\triangle FCE$ 에서 $\angle AEB = \angle FEC$ (맞꼭지각),
 ㉠에서 $\angle ABE = \angle ACD = \angle FCE$ 이므로
 $\triangle ABE \sim \triangle FCE$ (AA 답음)
 이때 $\overline{AE} = 4$ 에서 $\overline{CE} = \overline{AC} - \overline{AE} = 6 - 4 = 2$ 이므로
 $\overline{AE} : \overline{FE} = \overline{AB} : \overline{FC}$ 에서 $4 : \overline{FE} = 6 : \overline{FC}$
 $4\overline{FC} = 6\overline{FE} \quad \therefore \frac{\overline{FC}}{\overline{FE}} = \frac{3}{2}$

- 17 $\triangle AOD$ 와 $\triangle COB$ 에서
 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle DAO = \angle BCO$ (엇각),
 $\angle AOD = \angle COB$ (맞꼭지각)이므로
 $\triangle AOD \sim \triangle COB$ (AA 답음)
 이때 $\triangle AOD$ 와 $\triangle COB$ 의 닮음비는
 $\overline{AD} : \overline{CB} = 14 : 21 = 2 : 3$ 이므로 넓이의 비는 $2^2 : 3^2 = 4 : 9$
 즉, $\triangle AOD : \triangle COB = 4 : 9$ 이므로
 $52 : \triangle COB = 4 : 9$, $4\triangle COB = 468$
 $\therefore \triangle COB = 117 \text{ (cm}^2\text{)}$
 또 $\triangle AOD : \triangle DOC = \overline{AO} : \overline{OC} = 2 : 3$ 이므로
 $52 : \triangle DOC = 2 : 3$, $2\triangle DOC = 156$
 $\therefore \triangle DOC = 78 \text{ (cm}^2\text{)}$
 $\therefore \triangle DBC = \triangle COB + \triangle DOC = 117 + 78 = 195 \text{ (cm}^2\text{)}$

- 18 $\triangle AFD$ 와 $\triangle EFC$ 에서
 $\angle AFD = \angle EFC$ (맞꼭지각),
 $\overline{AD} \parallel \overline{BE}$ 이므로 $\angle ADF = \angle ECF$ (엇각)

$\therefore \triangle AFD \sim \triangle EFC$ (AA 답음)
 이때 $\overline{AD} = \overline{BC}$ 이고,
 $\overline{DF} : \overline{CF} = \triangle EDF : \triangle EFC = 5 : 3$ 이므로
 $\overline{AD} : \overline{EC} = \overline{DF} : \overline{CF}$ 에서 $\overline{BC} : \overline{EC} = 5 : 3$
 $\therefore \overline{BE} : \overline{CE} = (5 + 3) : 3 = 8 : 3$

- 19 $\overline{DB} = x$ cm, $\overline{EC} = y$ cm라 하면

$$\overline{A'D} = \overline{AD} = (15 - x) \text{ cm}$$

$$\overline{A'E} = \overline{AE} = (15 - y) \text{ cm}$$

$\triangle A'DB$ 와 $\triangle EA'C$ 에서

$$\angle A'DB = \angle EA'C = 60^\circ,$$

$$\angle DA'E = \angle DAE = 60^\circ \text{이므로}$$

$$\angle BDA' = 180^\circ - (60^\circ + \angle DA'B) = \angle CA'E$$

$$\therefore \triangle A'DB \sim \triangle EA'C \text{ (AA 답음)}$$

$$\text{즉, } \overline{A'B} : \overline{EC} = \overline{DB} : \overline{A'C} \text{이므로}$$

$$10 : y = x : 5 \quad \therefore xy = 50 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$\text{또 } \overline{A'D} : \overline{EA'} = \overline{A'B} : \overline{EC} \text{이므로}$$

$$(15 - x) : (15 - y) = 10 : y$$

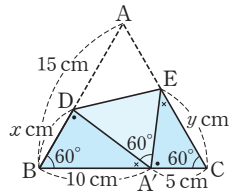
$$150 - 10y = 15y - xy$$

$$25y = 150 + xy \quad \dots \textcircled{2}$$

㉠을 ㉡에 대입하면

$$25y = 150 + 50 = 200 \quad \therefore y = 8$$

$$\therefore \overline{EC} = 8 \text{ cm}$$



- 20 정사면체에서 실이 지나는 부분을 전개도로 나타내면 오른쪽 그림과 같다.

$\triangle B'AG$ 와 $\triangle B'BE$ 에서

$$\angle B'AG = \angle B'BE = 60^\circ,$$

$$\angle AB'G = \angle BB'E \text{ (공통)}$$

이므로 $\triangle B'AG \sim \triangle B'BE$ (AA 답음)

$$\text{즉, } \overline{AG} : \overline{BE} = \overline{B'A} : \overline{B'B} = 1 : 2$$

$$\text{이때 } \overline{BE} : \overline{EC} = 5 : 1 \text{에서 } \overline{BE} = \frac{5}{6}a, \overline{EC} = \frac{1}{6}a \text{이므로}$$

$$\overline{AG} : \frac{5}{6}a = 1 : 2, 2\overline{AG} = \frac{5}{6}a \quad \therefore \overline{AG} = \frac{5}{12}a$$

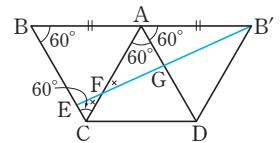
한편, $\triangle AFG$ 와 $\triangle CFE$ 에서

$$\angle FAG = \angle FCE = 60^\circ, \angle AFG = \angle CFE \text{ (맞꼭지각)}$$

이므로 $\triangle AFG \sim \triangle CFE$ (AA 답음)

$$\text{따라서 } \overline{AF} : \overline{CF} = \overline{AG} : \overline{CE} = \frac{5}{12}a : \frac{1}{6}a = 5 : 2 \text{이고}$$

$$\overline{AC} = a \text{이므로 } \overline{AF} = \frac{5}{5+2} \times \overline{AC} = \frac{5}{7}a$$



- 21 오른쪽 그림에서 $\overline{AB} \parallel \overline{ED}$ 이므로

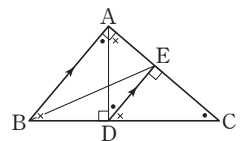
$$\angle DEC = \angle BAC = 90^\circ \text{ (동위각)}$$

$\triangle ABC$ 와 닮음인 삼각형은

(i) $\triangle ABC$ 와 $\triangle DBA$ 에서

$$\angle BAC = \angle BDA = 90^\circ, \angle ABC \text{는 공통}$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle DBA \text{ (AA 답음)}$$



(ii) $\triangle ABC$ 와 $\triangle DAC$ 에서
 $\angle BAC = \angle ADC = 90^\circ$, $\angle ACB$ 는 공통
 $\therefore \triangle ABC \sim \triangle DAC$ (AA 닮음)

(iii) $\triangle ABC$ 와 $\triangle EDC$ 에서
 $\angle BAC = \angle DEC = 90^\circ$, $\angle ACB$ 는 공통
 $\therefore \triangle ABC \sim \triangle EDC$ (AA 닮음)

(iv) $\triangle ABC$ 와 $\triangle EAD$ 에서
 $\angle BAC = \angle AED = 90^\circ$,
 $\angle ACB = 90^\circ - \angle EDC = \angle EDA$
 $\therefore \triangle ABC \sim \triangle EAD$ (AA 닮음)

따라서 (i)~(iv)에 의해 $\triangle ABC$ 와 서로 닮은 삼각형은
 $\triangle DBA$, $\triangle DAC$, $\triangle EDC$, $\triangle EAD$ 의 4개이다.

22 $\overline{BO} = \overline{DO} = \frac{1}{2} \overline{BD} = \frac{1}{2} \times 20 = 10$

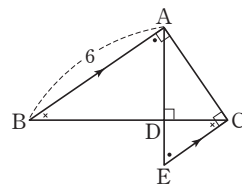
$\triangle DOP$ 와 $\triangle DAB$ 에서
 $\angle DOP = \angle DAB = 90^\circ$, $\angle PDO$ 는 공통이므로
 $\triangle DOP \sim \triangle DAB$ (AA 닮음)
 즉, $\overline{DO} : \overline{DA} = \overline{PO} : \overline{BA}$ 이므로
 $10 : 16 = \overline{PO} : 12$, $16\overline{PO} = 120$
 $\therefore \overline{PO} = \frac{15}{2}$

한편, $\triangle POD$ 와 $\triangle QOB$ 에서
 $\angle POD = \angle QOB = 90^\circ$, $\overline{DO} = \overline{BO}$,
 $\angle PDO = \angle QBO$ (엇각)이므로
 $\triangle POD \cong \triangle QOB$ (ASA 합동)
 $\therefore \overline{PO} = \overline{QO}$
 $\therefore \overline{PQ} = 2\overline{PO} = 2 \times \frac{15}{2} = 15$

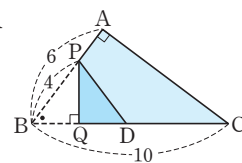
23 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ADF$ 에서
 $\angle C = \angle AFD = 90^\circ$ (동위각), $\angle A$ 는 공통이므로
 $\triangle ABC \sim \triangle ADF$ (AA 닮음)
 $\overline{DF} = \overline{FC} = x$ cm라 하면 $\overline{BC} : \overline{DF} = \overline{AC} : \overline{AF}$ 이므로
 $9 : x = 6 : (6 - x)$, $54 - 9x = 6x$
 $15x = 54 \quad \therefore x = \frac{18}{5}$
 $\therefore \square DECF = \left(\frac{18}{5}\right)^2 = \frac{324}{25} (\text{cm}^2)$

24 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AH}^2 = \overline{BH} \times \overline{CH}$ 이므로
 $\overline{AH}^2 = 4 \times 1 = 4$
 이때 $\overline{AH} > 0$ 이므로 $\overline{AH} = 2$ cm
 한편, 직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 점 M은 직각
 삼각형 ABC의 외심이다.
 즉, $\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM} = \frac{1}{2} \times (4 + 1) = \frac{5}{2} (\text{cm})$ 이므로
 $\overline{MH} = \overline{CM} - \overline{CH} = \frac{5}{2} - 1 = \frac{3}{2} (\text{cm})$
 이때 $\triangle HAM$ 에서 $\overline{MH} \times \overline{AH} = \overline{AM} \times \overline{HG}$ 이므로
 $\frac{3}{2} \times 2 = \frac{5}{2} \times \overline{HG} \quad \therefore \overline{HG} = \frac{6}{5} (\text{cm})$

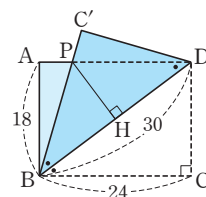
25 오른쪽 그림에서
 $\angle BAC + \angle ACE = 180^\circ$
 이므로 $\overline{AB} \parallel \overline{CE}$
 $\triangle DAB$ 와 $\triangle DEC$ 에서
 $\angle BAD = \angle CED$ (엇각),
 $\angle ABD = \angle ECD$ (엇각)이므로
 $\triangle DAB \sim \triangle DEC$ (AA 닮음)
 이때 $\overline{BD} = 2\overline{CD}$ 에서 $\overline{BD} : \overline{CD} = 2 : 1$ 이므로
 $\overline{BA} : \overline{CE} = 2 : 1$, $6 : \overline{CE} = 2 : 1$
 $2\overline{CE} = 6 \quad \therefore \overline{CE} = 3$
 $\triangle CAE$ 에서 $\overline{CE}^2 = \overline{DE} \times \overline{AE} \quad \dots \textcircled{1}$
 또 $\overline{DA} : \overline{DE} = 2 : 1$ 에서 $\overline{AE} = 3\overline{DE}$ 이므로
 $\textcircled{1}$ 에 대입하면
 $3^2 = \overline{DE} \times 3\overline{DE}$, $3^2 = 3\overline{DE}^2$
 $\therefore \overline{DE}^2 = 3$



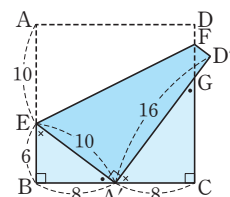
26 오른쪽 그림의 $\triangle PBQ$ 와 $\triangle CBA$
 에서 $\angle PQB = \angle CAB = 90^\circ$
 $\angle PBQ$ 는 공통이므로
 $\triangle PBQ \sim \triangle CBA$ (AA 닮음)
 즉, $\overline{PB} : \overline{CB} = \overline{BQ} : \overline{BA}$ 이므로
 $4 : 10 = \overline{BQ} : 6$, $10\overline{BQ} = 24 \quad \therefore \overline{BQ} = \frac{12}{5}$
 이때 $\overline{DQ} = \overline{BQ} = \frac{12}{5}$ (접은 변)이므로
 $\overline{CD} = \overline{BC} - \overline{BD} = \overline{BC} - 2\overline{BQ}$
 $= 10 - 2 \times \frac{12}{5} = \frac{26}{5}$



27 오른쪽 그림에서
 $\angle PBD = \angle CBD$ (접은 각)
 $\angle PDB = \angle DBC$ (엇각)이므로
 $\angle PBD = \angle PDB$
 즉, $\triangle PBD$ 는 이등변삼각형이므로
 $\overline{BH} = \overline{DH} = \frac{1}{2} \overline{BD} = \frac{1}{2} \times 30 = 15$
 $\triangle PBH$ 와 $\triangle DBC$ 에서
 $\angle PHB = \angle DCB = 90^\circ$, $\angle PBH = \angle DBC$ 이므로
 $\triangle PBH \sim \triangle DBC$ (AA 닮음)
 따라서 $\overline{BH} : \overline{BC} = \overline{PH} : \overline{DC}$ 이므로
 $15 : 24 = \overline{PH} : 18$, $24\overline{PH} = 270$
 $\therefore \overline{PH} = \frac{45}{4}$

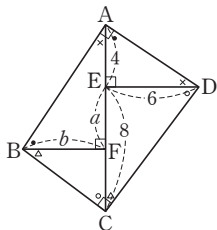


28 오른쪽 그림에서
 $\overline{EA'} = \overline{EA} = 10$ (접은 변)
 $\overline{AB} = 10 + 6 = 16$ 에서 $\square ABCD$
 는 한 변의 길이가 16인 정사각형
 이므로
 $\overline{A'D'} = \overline{AD} = 16$ (접은 변),
 $\overline{A'C} = \overline{BC} - \overline{BA'} = 16 - 8 = 8$

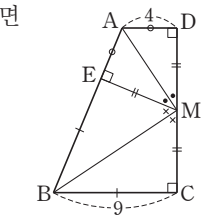


$\triangle EBA'$ 과 $\triangle A'CG$ 에서
 $\angle EBA' = \angle A'CG = 90^\circ$,
 $\angle BEA' = 180^\circ - (90^\circ + \angle EA'B) = \angle CA'G$ 이므로
 $\triangle EBA' \sim \triangle A'CG$ (AA 닮음)
 즉, $\overline{EB} : \overline{A'C} = \overline{EA'} : \overline{A'G}$ 이므로
 $6 : 8 = 10 : \overline{A'G}$, $6\overline{A'G} = 80$
 $\therefore \overline{A'G} = \frac{40}{3}$
 $\therefore \overline{GD'} = \overline{A'D'} - \overline{A'G} = 16 - \frac{40}{3} = \frac{8}{3}$

- 29** 오른쪽 그림의 $\triangle ABF$ 와 $\triangle DAE$ 에서 $\angle AFB = \angle DEA = 90^\circ$,
 $\angle BAF = 90^\circ - \angle DAE = \angle ADE$
 $\therefore \triangle ABF \sim \triangle DAE$ (AA 닮음)
 이때 $\overline{EF} = a$, $\overline{BF} = b$ 라 하면
 $\overline{BF} : \overline{AE} = \overline{AF} : \overline{DE}$ 이므로
 $b : 4 = (4+a) : 6$, $6b = 4(4+a)$
 $6b = 16 + 4a$, $4a - 6b = -16$
 $\therefore 2a - 3b = -8 \quad \dots \textcircled{7}$
 한편, $\triangle BCF$ 와 $\triangle CDE$ 에서
 $\angle BFC = \angle CED = 90^\circ$,
 $\angle BCF = 90^\circ - \angle DCE = \angle CDE$
 $\therefore \triangle BCF \sim \triangle CDE$ (AA 닮음)
 즉, $\overline{BF} : \overline{CE} = \overline{CF} : \overline{DE}$ 이므로
 $b : 8 = (8-a) : 6$, $6b = 8(8-a)$
 $6b = 64 - 8a$, $8a + 6b = 64$
 $\therefore 4a + 3b = 32 \quad \dots \textcircled{8}$
 $\textcircled{7} + \textcircled{8}$ 을 하면 $6a = 24 \quad \therefore a = 4$
 $\therefore \overline{EF} = 4$

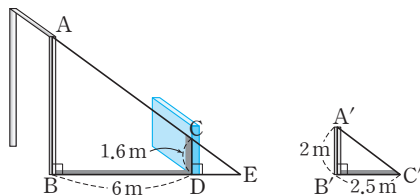


- 30** 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AM}$, $\overline{BM}$ 을 그으면
 $\triangle AEM$ 과 $\triangle ADM$ 에서
 $\angle AEM = \angle ADM = 90^\circ$,
 $\overline{AM}$ 은 공통, $\overline{EM} = \overline{DM}$ 이므로
 $\triangle AEM \cong \triangle ADM$ (RHS 합동)
 $\therefore \overline{AE} = \overline{AD}$,
 $\angle AME = \angle AMD \quad \dots \textcircled{7}$



또 $\triangle EBM$ 과 $\triangle CBM$ 에서
 $\angle BEM = \angle BCM = 90^\circ$, $\overline{BM}$ 은 공통, $\overline{EM} = \overline{CM}$ 이므로
 $\triangle EBM \cong \triangle CBM$ (RHS 합동)
 $\therefore \overline{BE} = \overline{BC}$, $\angle BME = \angle BMC \quad \dots \textcircled{8}$
 $\textcircled{7}$, $\textcircled{8}$ 에 의해
 $\angle AME + \angle BME = \frac{1}{2} \angle DMC = \frac{1}{2} \times 180^\circ = 90^\circ$
 직각삼각형 AMB에서
 $\overline{AE} = \overline{AD} = 4$, $\overline{BE} = \overline{BC} = 9$ 이므로
 $\overline{EM}^2 = \overline{AE} \times \overline{BE} = 4 \times 9 = 36$
 이때 $\overline{EM} > 0$ 이므로 $\overline{EM} = 6$
 $\therefore \overline{CD} = 2\overline{EM} = 2 \times 6 = 12$

- 31** 다음 그림과 같이 철봉의 꼭대기 지점을 A, 철봉이 지면과 맞닿은 지점을 B, 벽면에 생긴 그림자의 꼭대기 지점을 C, 벽면에 생긴 그림자가 지면과 맞닿은 지점을 D라 하고 막대기의 꼭대기 지점을 A', 막대기가 지면과 맞닿은 지점을 B'이라 하자.



벽면이 철봉의 그림자를 가리지 않았다고 할 때, $\overline{AC}$ 과 $\overline{BD}$ 의 연장선이 만나는 점을 E라 하고 막대기의 그림자의 끝 지점을 C'이라 하면
 $\triangle CDE \sim \triangle A'B'C'$ (AA 닮음)이므로
 $\overline{CD} : \overline{A'B'} = \overline{DE} : \overline{B'C'}$ 에서
 $1.6 : 2 = \overline{DE} : 2.5$, $2\overline{DE} = 4$
 $\therefore \overline{DE} = 2(\text{m})$
 또 $\triangle ABE \sim \triangle CDE$ (AA 닮음)이므로
 $\overline{AB} : \overline{CD} = \overline{BE} : \overline{DE}$ 에서
 $\overline{AB} : 1.6 = (6+2) : 2$, $2\overline{AB} = 12.8$
 $\therefore \overline{AB} = 6.4(\text{m})$
 따라서 철봉의 높이는 6.4 m이다.

- 32** 축척이 $\frac{1}{50000}$ 인 지도에서 거리가 20 cm인 두 지점 사이의 실제 거리는
 $20 \div \frac{1}{50000} = 20 \times 50000 = 1000000(\text{cm}) = 10000(\text{m})$
 $= 10(\text{km})$
 따라서 실제 거리 10 km를 자전거를 타고 시속 10 km로 왕복하는 데 걸리는 시간은
 $\frac{10+10}{10} = 2(\text{시간})$

- 33** (축척) $= \frac{3.5 \text{ cm}}{28 \text{ m}} = \frac{3.5 \text{ cm}}{2800 \text{ cm}} = \frac{1}{800}$
 $\therefore \overline{AC} = \overline{DF} \times 800 = 2 \times 800 = 1600(\text{cm}) = 16(\text{m})$
 따라서 나무의 실제 높이는 $1.8 + 16 = 17.8(\text{m})$

- 34** **길잡이** 각 사분원은 중심각의 크기가 모두 같은 부채꼴이므로 서로 닮은 도형임을 이용한다.
 각 사분원은 모두 닮음이므로 사분원의 호의 길이의 비는 사분원의 반지름의 길이의 비와 같다.
 4번째 그린 사분원의 반지름의 길이는 3,
 5번째 그린 사분원의 반지름의 길이는 5이므로
 6번째 그린 사분원의 반지름의 길이는 $3+5=8$,
 7번째 그린 사분원의 반지름의 길이는 $5+8=13$,
 8번째 그린 사분원의 반지름의 길이는 $8+13=21$
 따라서 4번째 그린 사분원의 호의 길이와 8번째 그린 사분원의 호의 길이의 비는 $3 : 21 = 1 : 7$ 이다.

35 [길잡이] 처음 정삼각형의 한 변의 길이를 a 라 하고, 각 단계에서 지은 정삼각형의 한 변의 길이를 a 로 나타낸다.

모든 정삼각형은 서로 닮음이므로 첫 번째 그림의 정삼각형의 한 변의 길이를 a 라 하면

두 번째 그림의 색칠한 정삼각형의 한 변의 길이는 $\frac{1}{2}a$

세 번째 그림의 색칠한 정삼각형의 한 변의 길이는 $\frac{1}{4}a$

네 번째 그림의 색칠한 정삼각형의 한 변의 길이는 $\frac{1}{8}a$

즉, 첫 번째 그림의 정삼각형의 한 변의 길이와 네 번째 그림의 색칠한 정삼각형의 한 변의 길이의 비는

$$a : \frac{1}{8}a = 8 : 1$$

$\therefore$ (첫 번째 그림의 정삼각형 1개의 넓이)

: (네 번째 그림의 색칠한 정삼각형 1개의 넓이)

$$= 8^2 : 1^2 = 64 : 1$$

이때 네 번째 그림에서 색칠한 정삼각형은 $3 \times 3 \times 3 = 27$ (개)이므로 첫 번째 그림의 정삼각형 1개의 넓이와 네 번째 그림의 색칠한 정삼각형 27개의 넓이의 비는

$$64 : 27$$

따라서 첫 번째 그림의 정삼각형의 넓이는 네 번째 그림의

색칠한 부분의 넓이의 $\frac{64}{27}$ 배이다.

36 [길잡이] 맞꼭지각과 엇각의 크기가 같음을 이용하여 서로 닮음인 두 삼각형을 찾는다.

ㄱ. (i)에서 $\overline{BN} = \overline{CN}$

ㄴ. $\triangle RON$ 과 $\triangle RBA$ 에서

$\angle ORN = \angle BRA$ (맞꼭지각)이고,

(i)에서 $\overline{AB} \parallel \overline{MN}$ 이므로 $\angle ONR = \angle BAR$ (엇각)

$\therefore \triangle RON \sim \triangle RBA$ (AA 닮음)

ㄷ. $\overline{AB} = \overline{MN} = 2\overline{ON}$ 이므로 $\overline{AB} : \overline{ON} = 2 : 1$

ㄹ. $\triangle RPA$ 와 $\triangle RQN$ 에서

$\angle PRA = \angle QRN$ (맞꼭지각)이고,

(iv)에서 $\angle RPA = \angle RQN = 90^\circ$ 이므로

$\triangle RPA \sim \triangle RQN$ (AA 닮음)

$\therefore \overline{PR} : \overline{QR} = \overline{AR} : \overline{NR} = \overline{AB} : \overline{NO} = 2 : 1$ ($\because$ ㄴ, ㄷ)

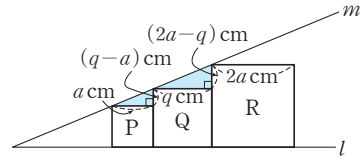
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄹ이다.

세 정삼각형 P, R, T의 넓이의 비는

$$2 : 8 : 32 = 1 : 4 : 16 = 1^2 : 2^2 : 4^2$$

즉, 세 정삼각형 P, R, T의 한 변의 길이의 비는 $1 : 2 : 4$

이므로 세 정삼각형 P, R, T의 한 변의 길이를 각각 a cm, $2a$ cm, $4a$ cm ($a > 0$)라 하자.



정삼각형 Q의 한 변의 길이를 q cm라 하면 위의 그림에서 색칠한 두 삼각형은 서로 닮은 도형이므로

$$a : q = (q-a) : (2a-q), a(2a-q) = q(q-a)$$

$$2a^2 - aq = q^2 - aq \quad \therefore q^2 = 2a^2$$

이때 정삼각형 P의 넓이가 2cm^2 이므로 $a^2 = 2$

$$\therefore q^2 = 2a^2 = 2 \times 2 = 4$$

즉, 정삼각형 Q의 넓이는 4cm^2 이다.

정삼각형 S의 한 변의 길이를 s cm라 하고 같은 방법으로 하면

$$s^2 = 2 \times (2a)^2 = 8a^2 = 8 \times 2 = 16$$

즉, 정삼각형 S의 넓이는 16cm^2 이다.

따라서 두 정삼각형 Q, S의 넓이의 합은

$$4 + 16 = 20(\text{cm}^2)$$

02 [길잡이] 작은 정사면체와 큰 정사면체의 부피의 비를 구해 본다.

한 모서리의 길이가 1인 정사면체와 한 모서리의 길이가 2인 정사면체의 부피의 비는

$$1^3 : 2^3 = 1 : 8$$

이므로 한 모서리의 길이가 1인 정사면체의 부피를 a , 한 모서리의 길이가 2인 정사면체의 부피를 $8a$ 라 하면

(한 모서리의 길이가 1인 정팔면체의 부피)

= (한 모서리의 길이가 2인 정사면체의 부피)

− (한 모서리의 길이가 1인 정사면체 4개의 부피)

$$= 8a - 4 \times a = 4a$$

따라서 한 모서리의 길이가 1인 정사면체 한 개와 한 모서리의 길이가 1인 정팔면체 한 개의 부피의 비는

$$a : 4a = 1 : 4$$

03 [길잡이] 닮음인 두 삼각형 $\triangle ABD$ 와 $\triangle ECD$ 의 변의 길이의 비를 이용하여 서로 닮음인 두 삼각형을 찾아본다.

$$\angle DEC = 180^\circ - (15^\circ + 80^\circ) = 85^\circ \text{이고,}$$

$\triangle ABD \sim \triangle ECD$ 이므로

$$\angle DAB = \angle DEC = 85^\circ, \angle ADB = \angle EDC = 15^\circ$$

한편, $\triangle DAE$ 와 $\triangle DBC$ 에서

$$\overline{DA} : \overline{DB} = \overline{DE} : \overline{DC} \quad (\because \triangle ABD \sim \triangle ECD) \text{이고,}$$

$$\angle ADE = 15^\circ + \angle BDE = \angle BDC \text{이므로}$$

$\triangle DAE \sim \triangle DBC$ (SAS 닮음)

즉, $\angle DAE = \angle DBC = 20^\circ$ 이므로

$$\angle BAE = \angle DAB - \angle DAE = 85^\circ - 20^\circ = 65^\circ$$

P. 49~51 **내신 1% 뛰어넘기**

01 20cm^2 02 $1 : 4$ 03 65° 04 $15 : 24 : 26$

05 $\frac{94}{3}$ 06 252 07 $3 : 10$ 08 6 09 $\frac{10}{3}\text{m}$

01 [길잡이] 직선 m 과 정사각형의 변으로 이루어진 서로 닮음인 두 삼각형을 찾아 길이의 비를 알아본다.

04 [질문] 서로 닮은 도형을 찾아 $\overline{AE} : \overline{CE}$ 와 $\overline{AG} : \overline{CG}$ 를 구해 본다.

$$2\overline{DE} = 3\overline{EF} \text{이므로 } \overline{DE} : \overline{EF} = 3 : 2$$

오른쪽 그림의

$\triangle AED$ 와 $\triangle CEF$ 에서

$$\angle AED = \angle CEF \text{ (맞꼭지각)},$$

$$\angle ADE = \angle CFE \text{ (엇각)이므로}$$

$\triangle AED \sim \triangle CEF$ (AA 닮음)

$$\overline{AE} : \overline{CE} = \overline{DE} : \overline{FE} = 3 : 2 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$\text{또 } \overline{AD} : \overline{CF} = \overline{DE} : \overline{FE} = 3 : 2 \text{ 이고}$$

$$\overline{BF} = \overline{AD} \text{이므로 } \overline{BF} : \overline{CF} = \overline{AD} : \overline{CF} = 3 : 2$$

한편, $\triangle AGM$ 과 $\triangle CGB$ 에서

$$\angle AGM = \angle CGB \text{ (맞꼭지각)}, \angle AMG = \angle CBG \text{ (엇각)}$$

이므로 $\triangle AGM \sim \triangle CGB$ (AA 닮음)

$$\text{이때 } \overline{BF} : \overline{CF} = 3 : 2 \text{ 이므로 } \overline{BF} = 3a, \overline{CF} = 2a (a > 0) \text{라}$$

하면

$$\overline{AG} : \overline{CG} = \overline{AM} : \overline{CB} = \frac{1}{2} \overline{BF} : (\overline{BF} + \overline{CF})$$

$$= \frac{3}{2}a : 5a = 3 : 10 \quad \dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$ 에서 $\overline{AE} = 3b, \overline{CE} = 2b (b > 0)$ 라 하면

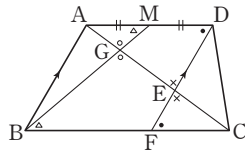
$$\overline{AC} = 3b + 2b = 5b$$

이때 $\textcircled{2}$ 에서

$$\overline{AG} = \frac{3}{13} \overline{AC} = \frac{15}{13}b, \overline{CG} = \frac{10}{13} \overline{AC} = \frac{50}{13}b,$$

$$\overline{GE} = \overline{CG} - \overline{CE} = \frac{50}{13}b - 2b = \frac{24}{13}b$$

$$\therefore \overline{AG} : \overline{GE} : \overline{EC} = \frac{15}{13}b : \frac{24}{13}b : 2b \\ = 15 : 24 : 26$$



05 [질문] $\triangle ABC$ 와 $\triangle PQC$ 는 $\overline{AB} \parallel \overline{PQ}$, 즉 $\angle BAC = \angle QPC$ 일 때 서로 닮음이 되고, $\angle BAC = \angle PQC$ 일 때 서로 닮음이 된다.

(i) $\overline{AB} \parallel \overline{PQ}$ 인 경우

오른쪽 그림의

$\triangle ABC$ 와 $\triangle PQC$ 에서

$$\angle BAC = \angle QPC \text{ (동위각)},$$

$\angle C$ 는 공통이므로

$\triangle ABC \sim \triangle PQC$ (AA 닮음)

$$\text{즉, } \overline{AC} : \overline{PC} = \overline{BC} : \overline{QC} \text{이므로}$$

$$(5+10) : 10 = 18 : \overline{QC}, 15\overline{QC} = 180$$

$$\therefore \overline{QC} = 12(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{BQ} = \overline{BC} - \overline{QC} = 18 - 12 = 6(\text{cm})$$

그런데 점 Q는 매초 0.5cm의 속력으로 움직이므로 점 Q가 점 B에서 출발한 지 $6 \div 0.5 = 12$ (초) 후에

$$\triangle ABC \sim \triangle PQC \text{가 된다. } \therefore x = 12$$

(ii) $\angle BAC = \angle PQC$ 인 경우

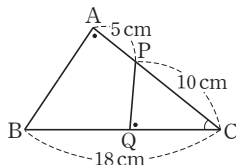
오른쪽 그림의

$\triangle ABC$ 와 $\triangle PQC$ 에서

$$\angle BAC = \angle PQC,$$

$\angle C$ 는 공통이므로

$\triangle ABC \sim \triangle PQC$ (AA 닮음)



$$\text{즉, } \overline{AC} : \overline{QC} = \overline{BC} : \overline{PC} \text{이므로}$$

$$(5+10) : \overline{QC} = 18 : 10, 18\overline{QC} = 150$$

$$\therefore \overline{QC} = \frac{25}{3}(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{BQ} = \overline{BC} - \overline{QC} = 18 - \frac{25}{3} = \frac{29}{3}(\text{cm})$$

그런데 점 Q는 매초 0.5cm의 속력으로 움직이므로 점

$$Q \text{가 점 B에서 출발한 지 } \frac{29}{3} \div 0.5 = \frac{58}{3} \text{ (초) 후에}$$

$$\triangle ABC \sim \triangle QPC \text{가 된다. } \therefore y = \frac{58}{3}$$

$$\text{따라서 (i), (ii)에 의해 } x + y = 12 + \frac{58}{3} = \frac{94}{3}$$

06 [질문] 정사각형 ABCD의 한 변의 길이를 a 로 놓고 길이가 주어진 $\overline{AP}$ 와 $\overline{AQ}$ 를 한 변으로 하는 직각삼각형과 서로 닮은 도형을 찾아본다.

$\overline{AC}$ 는 정사각형의 대각선이므로 $\angle BAC = \angle DAC = 45^\circ$

$\triangle ABE$ 와 $\triangle AQF$ 에서

$$\angle ABE = \angle AQF = 90^\circ,$$

$$\angle BAE = 45^\circ - \angle EAC = \angle QAF \text{이므로}$$

$\triangle ABE \sim \triangle AQF$ (AA 닮음)

이때 정사각형 ABCD의 한 변의 길이를 a 라 하면

$$\overline{AE} : \overline{AF} = \overline{AB} : \overline{AQ} = a : 18 \quad \dots \textcircled{1}$$

$\triangle AEP$ 와 $\triangle AFD$ 에서

$$\angle APE = \angle ADF = 90^\circ,$$

$$\angle EAP = 45^\circ - \angle FAC = \angle FAD \text{이므로}$$

$\triangle AEP \sim \triangle AFD$ (AA 닮음)

$$\text{즉, } \overline{AE} : \overline{AF} = \overline{AP} : \overline{AD} = 14 : a \quad \dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에 의해

$$a : 18 = 14 : a, a^2 = 252$$

$$\therefore \square ABCD = a^2 = 252$$

07 [질문] 전봇대, 가로등, 쇠막대, 그림자 등의 위치를 간단한 도형을 이용하여 그림으로 나타낸 후, 직각삼각형의 닮음을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 전봇대가 지

면과 만나는 점을 O, $\overline{AT_A}$ 와

$\overline{BT_B}$ 가 만나는 점을 점 Q라 하면

$$\overline{PQ} = \frac{56}{100} = \frac{14}{25}(\text{m})$$

$$\overline{AO} = \overline{BA} = \frac{1}{2} \overline{BO}$$

$$= \frac{1}{2} \times 2 = 1(\text{m})$$

$$\overline{OT_A} : \overline{OT_B} = 5 : 3 \text{이므로}$$

$$\overline{OT_A} = 5a \text{ m}, \overline{OT_B} = 3a \text{ m} (a > 0) \text{라 하면}$$

$\triangle APQ$ 와 $\triangle AOT_A$ 에서

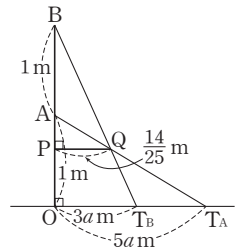
$$\angle APQ = \angle AOT_A = 90^\circ, \angle PAQ \text{는 공통이므로}$$

$\triangle APQ \sim \triangle AOT_A$ (AA 닮음)

$$\text{즉, } \overline{AP} : \overline{AO} = \overline{PQ} : \overline{OT_A} \text{이므로}$$

$$\overline{AP} : 1 = \frac{14}{25} : 5a, 5a\overline{AP} = \frac{14}{25}$$

$$\therefore \overline{AP} = \frac{14}{125a}(\text{m}) \quad \dots \textcircled{1}$$



△BPQ와 △BOT_B에서
 $\angle BPQ = \angle BOT_B = 90^\circ$,
 $\angle PBQ$ 는 공통이므로
 $\triangle BPQ \sim \triangle BOT_B$ (AA 닮음)
 즉, $\overline{BP} : \overline{BO} = \overline{PQ} : \overline{OT_B}$ 이므로
 $\overline{BP} : 2 = \frac{14}{25} : 3a$, $3a\overline{BP} = \frac{28}{25}$
 $\therefore \overline{BP} = \frac{28}{75a}$ (m) ... ㉔

㉓, ㉔에 의해
 $\overline{AP} : \overline{BP} = \frac{14}{125a} : \frac{28}{75a} = \frac{1}{5} : \frac{2}{3} = 3 : 10$

08 길잡이 $\overline{GF}$, $\overline{FH}$ 의 길이가 주어졌으므로 이를 이용할 수 있도록 서로 닮음인 직각삼각형을 찾고 변의 길이의 비를 이용한다.

오른쪽 그림의 직각삼각형 BDC에서

$$\overline{DG}^2 = \overline{BG} \times \overline{CG} \quad \dots \text{㉑}$$

△HBG와 △CFG에서

$$\angle HGB = \angle CGF = 90^\circ,$$

$$\angle BHG = 180^\circ - (\angle HBG + 90^\circ) \\ = \angle BCE = \angle FCG$$

$\therefore \triangle HBG \sim \triangle CFG$ (AA 닮음)

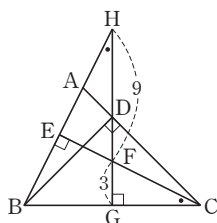
즉, $\overline{BG} : \overline{FG} = \overline{HG} : \overline{CG}$ 이므로

$$\overline{BG} \times \overline{CG} = \overline{FG} \times \overline{HG} \quad \dots \text{㉒}$$

㉑, ㉒에 의해

$$\overline{DG}^2 = \overline{BG} \times \overline{CG} = \overline{FG} \times \overline{HG} = 3 \times (9+3) = 36$$

이때 $\overline{DG} > 0$ 이므로 $\overline{DG} = 6$



09 길잡이 담벼락에 생긴 전봇대의 그림자의 길이와 전봇대에서 담벼락까지의 거리를 구해 본다.

오른쪽 그림과 같이 꺾이지 않은 담벼락에 생긴 그림자의 길이를 $\overline{DC}$ 라 하면

$$\overline{DC} = 1 + 2 = 3 \text{ (m)}$$

이때 전봇대에서 꺾이지 않은

담벼락까지의 거리를 $\overline{BC}$ 라 하면

$$\overline{BC} = 4 + 1 = 5 \text{ (m)}$$

$\overline{AD}$ 와 $\overline{BC}$ 의 연장선이 만나는 점을 E라 하면 담벼락이 없을 때 전봇대의 그림자의 길이는 $\overline{BE}$ 의 길이와 같다.

△ABE와 △DCE에서

$$\angle ABE = \angle DCE = 90^\circ, \angle E \text{는 공통이므로}$$

$\triangle ABE \sim \triangle DCE$ (AA 닮음)

$\overline{BE} = x$ m라 하면

$$\overline{AB} : \overline{DC} = \overline{BE} : \overline{CE} \text{이므로}$$

$$6 : 3 = x : (x - 5)$$

$$6(x - 5) = 3x$$

$$3x = 30 \quad \therefore x = 10$$

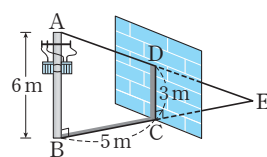
즉, 높이가 6 m인 전봇대의 그림자의 길이는 10 m이므로

높이가 2 m인 막대의 그림자의 길이를 y m라 하면

$$6 : 10 = 2 : y$$

$$6y = 20 \quad \therefore y = \frac{10}{3}$$

따라서 높이가 2 m인 막대의 그림자의 길이는 $\frac{10}{3}$ m이다.



4. 평행선 사이의 선분의 길이의 비

P. 54~57 개념+ 문제 확인하기

1 $\frac{11}{3}$	2 17	3 8	4 ④	5 $\frac{5}{4}$
6 10 cm	7 3 cm	8 8 cm	9 12 cm	10 5
11 ②	12 $x=8, y=14$	13 ④	14 ③	
15 ③	16 ③	17 18	18 2cm^2	19 9

1 $\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{DE} : \overline{BC}$ 에서 $8 : (8+4) = \overline{DE} : 10$
 $12\overline{DE} = 80 \quad \therefore \overline{DE} = \frac{20}{3}$
 $\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AE} : \overline{EC}$ 에서 $8 : 4 = 6 : \overline{EC}$
 $8\overline{EC} = 24 \quad \therefore \overline{EC} = 3$
 $\therefore \overline{DE} - \overline{EC} = \frac{20}{3} - 3 = \frac{11}{3}$

2 $\overline{AB} : \overline{BD} = \overline{AC} : \overline{CE}$ 에서
 $12 : 4 = x : 3, 4x = 36 \quad \therefore x = 9$
 $\overline{AB} : \overline{AF} = \overline{AC} : \overline{AG}$ 에서
 $12 : y = 9 : 6, 9y = 72 \quad \therefore y = 8$
 $\therefore x + y = 9 + 8 = 17$

3 $\overline{CG} = x$ 라 하면 $\overline{BG} = \overline{BC} - \overline{CG} = 12 - x$
 $\triangle ABG$ 에서 $\overline{AF} : \overline{AG} = \overline{DF} : \overline{BG}$ 이므로
 $\overline{AF} : \overline{AG} = 3 : (12 - x) \quad \dots \textcircled{1}$
 $\triangle AGC$ 에서 $\overline{AF} : \overline{AG} = \overline{FE} : \overline{GC}$ 이므로
 $\overline{AF} : \overline{AG} = 6 : x \quad \dots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에 의해
 $3 : (12 - x) = 6 : x, 3x = 6(12 - x)$
 $9x = 72 \quad \therefore x = 8$
 $\therefore \overline{CG} = 8$

4 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$ 에서
 $10 : 15 = 4 : \overline{CD}, 10\overline{CD} = 60 \quad \therefore \overline{CD} = 6$
 $\overline{BA} : \overline{BC} = \overline{AE} : \overline{CE}$ 에서
 $10 : (4 + 6) = \overline{AE} : \overline{CE} \quad \therefore \overline{AE} = \overline{CE}$
 $\therefore \overline{CE} = \frac{1}{2}\overline{AC} = \frac{1}{2} \times 15 = \frac{15}{2}$

다른 풀이

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$ 에서
 $10 : 15 = 4 : \overline{CD}, 10\overline{CD} = 60 \quad \therefore \overline{CD} = 6$
 $\therefore \overline{BC} = \overline{BD} + \overline{DC} = 4 + 6 = 10$
 $\triangle BAC$ 는 $\overline{BA} = \overline{BC} = 10$ 이므로 이등변삼각형이다.
따라서 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직
이등분하므로 $\overline{CE} = \frac{1}{2}\overline{AC} = \frac{15}{2}$

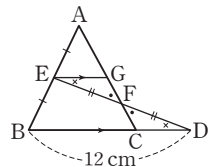
5 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$ 에서
 $3 : 2 = \overline{BD} : 3, 2\overline{BD} = 9 \quad \therefore \overline{BD} = \frac{9}{2}$

$\therefore \overline{BC} = \overline{BD} - \overline{CD} = \frac{9}{2} - 3 = \frac{3}{2}$
이때 $\triangle ABC : \triangle ACD = \overline{BC} : \overline{CD}$ 이므로
 $\triangle ABC : \frac{5}{2} = \frac{3}{2} : 3, 3\triangle ABC = \frac{15}{4}$
 $\therefore \triangle ABC = \frac{5}{4}$

6 $\triangle ABC$ 에서
 $\overline{BD} = \overline{DA}, \overline{BE} = \overline{EC}$ 이므로 $\overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{AC}$
 $\overline{CF} = \overline{FA}, \overline{CE} = \overline{EB}$ 이므로 $\overline{EF} = \frac{1}{2}\overline{AB}$
 $\overline{AD} = \overline{DB}, \overline{AF} = \overline{FC}$ 이므로 $\overline{FD} = \frac{1}{2}\overline{BC}$
 $\therefore (\triangle DEF \text{의 둘레의 길이})$
 $= \overline{DE} + \overline{EF} + \overline{FD}$
 $= \frac{1}{2}(\overline{AC} + \overline{AB} + \overline{BC})$
 $= \frac{1}{2} \times (\triangle ABC \text{의 둘레의 길이})$
 $= \frac{1}{2} \times 20 = 10(\text{cm})$

7 $\triangle ABF$ 에서 $\overline{AD} = \overline{DB}, \overline{AE} = \overline{EF}$ 이므로 $\overline{DE} \parallel \overline{BF}$
 $\overline{GF} = x \text{ cm}$ 라 하면
 $\triangle CED$ 에서 $\overline{CF} = \overline{FE}, \overline{DE} \parallel \overline{GF}$ 이므로
 $\overline{DE} = 2\overline{GF} = 2x(\text{cm})$
또 $\triangle ABF$ 에서 $\overline{BF} = 2\overline{DE}$ 이므로
 $9 + x = 2 \times 2x, 3x = 9 \quad \therefore x = 3$
 $\therefore \overline{GF} = 3 \text{ cm}$

8 오른쪽 그림과 같이 점 E를 지나고
 $\overline{BD}$ 에 평행한 직선을 그어 $\overline{AC}$ 와
만나는 점을 G라 하면
 $\triangle EFG$ 와 $\triangle DFC$ 에서
 $\angle EFG = \angle DFC$ (맞꼭지각),
 $\overline{EF} = \overline{DF}, \angle GEF = \angle CDF$ (엇각)이므로
 $\triangle EFG \cong \triangle DFC$ (ASA 합동)
 $\therefore \overline{EG} = \overline{DC}$
 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AE} = \overline{EB}, \overline{EG} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\overline{BC} = 2\overline{EG} = 2\overline{DC}$
이때 $\overline{BD} = \overline{BC} + \overline{CD} = 2\overline{CD} + \overline{CD} = 3\overline{CD}$ 이므로
 $3\overline{CD} = 12 \quad \therefore \overline{CD} = 4(\text{cm})$
 $\therefore \overline{BC} = 2\overline{DC} = 2 \times 4 = 8(\text{cm})$



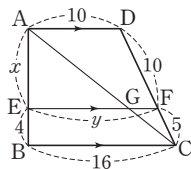
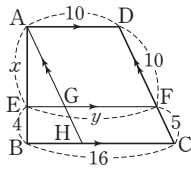
9 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BE} = \overline{EA}, \overline{BF} = \overline{FC}$ 이므로
 $\overline{EF} = \frac{1}{2}\overline{AC} = \frac{1}{2} \times 16 = 8(\text{cm})$
 $\triangle BCD$ 에서 $\overline{CF} = \overline{FB}, \overline{CG} = \overline{GD}$ 이므로 $\overline{FG} = \frac{1}{2}\overline{BD}$
 $\triangle ACD$ 에서 $\overline{DH} = \overline{HA}, \overline{DG} = \overline{GC}$ 이므로
 $\overline{HG} = \frac{1}{2}\overline{AC} = \frac{1}{2} \times 16 = 8(\text{cm})$

$\triangle ABD$ 에서 $\overline{AE} = \overline{EB}$, $\overline{AH} = \overline{HD}$ 이므로 $\overline{EH} = \frac{1}{2} \overline{BD}$
 $(\square EFGH$ 의 둘레의 길이) $= \overline{EF} + \overline{FG} + \overline{HG} + \overline{EH}$ 이므로
 $28 = 8 + \frac{1}{2} \overline{BD} + 8 + \frac{1}{2} \overline{BD}$
 $\therefore \overline{BD} = 12(\text{cm})$

- 10 $\overline{AM} = \overline{MB}$, $\overline{DN} = \overline{NC}$ 이므로 $\overline{AD} \parallel \overline{MN} \parallel \overline{BC}$
 $\triangle ABD$ 에서 $\overline{BM} = \overline{MA}$, $\overline{MP} \parallel \overline{AD}$ 이므로
 $\overline{MP} = \frac{1}{2} \overline{AD} = \frac{3}{2}$
 $\therefore \overline{MQ} = \overline{MP} + \overline{PQ} = \frac{3}{2} + 1 = \frac{5}{2}$
 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AM} = \overline{MB}$, $\overline{MQ} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\overline{BC} = 2 \overline{MQ} = 2 \times \frac{5}{2} = 5$

- 11 $8 : 4 = x : 3$ 이므로 $4x = 24 \quad \therefore x = 6$
 $7 : y = 8 : 4$ 이므로 $8y = 28 \quad \therefore y = \frac{7}{2}$
 $\therefore x + y = 6 + \frac{7}{2} = \frac{19}{2}$

- 12 $\overline{AE} : \overline{EB} = \overline{DF} : \overline{FC}$ 에서
 $x : 4 = 10 : 5$, $5x = 40 \quad \therefore x = 8$
[방법 1] 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A를 지나고 $\overline{DC}$ 와 평행한 보조선을 긋고 $\overline{EF}$ 와의 교점을 G, $\overline{BC}$ 와의 교점을 H라 하면
 $\overline{GF} = \overline{HC} = \overline{AD} = 10$
 $\triangle ABH$ 에서 $\overline{AE} : \overline{AB} = \overline{EG} : \overline{BH}$ 이므로
 $8 : (8 + 4) = \overline{EG} : (16 - 10)$
 $12 \overline{EG} = 48 \quad \therefore \overline{EG} = 4$
 $\therefore y = \overline{EG} + \overline{GF} = 4 + 10 = 14$
[방법 2] 오른쪽 그림과 같이 보조선 AC를 긋고 $\overline{EF}$ 와의 교점을 G라 하면 $\triangle ABC$ 에서
 $\overline{AE} : \overline{AB} = \overline{EG} : \overline{BC}$ 이므로
 $8 : (8 + 4) = \overline{EG} : 16$
 $12 \overline{EG} = 128 \quad \therefore \overline{EG} = \frac{32}{3}$
 $\triangle CDA$ 에서 $\overline{CF} : \overline{CD} = \overline{GF} : \overline{AD}$ 이므로
 $5 : (5 + 10) = \overline{GF} : 10$
 $15 \overline{GF} = 50 \quad \therefore \overline{GF} = \frac{10}{3}$
 $\therefore y = \overline{EG} + \overline{GF} = \frac{32}{3} + \frac{10}{3} = 14$



- 13 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\overline{OA} : \overline{OC} = \overline{AD} : \overline{BC} = 6 : 9 = 2 : 3$
 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AO} : \overline{AC} = \overline{EO} : \overline{BC}$ 이므로
 $2 : (2 + 3) = \overline{EO} : 9$, $5 \overline{EO} = 18$
 $\therefore \overline{EO} = \frac{18}{5}$

$\triangle CDA$ 에서 $\overline{CO} : \overline{CA} = \overline{OF} : \overline{AD}$ 이므로
 $3 : (3 + 2) = \overline{OF} : 6$, $5 \overline{OF} = 18 \quad \therefore \overline{OF} = \frac{18}{5}$
 $\therefore \overline{EF} = \overline{EO} + \overline{OF} = \frac{18}{5} + \frac{18}{5} = \frac{36}{5}$

- 14 ① $\triangle ABE$ 와 $\triangle CDE$ 에서
 $\angle BAE = \angle DCE$ (엇각), $\angle ABE = \angle CDE$ (엇각)
 $\therefore \triangle ABE \sim \triangle CDE$ (AA 닮음)
② $\triangle CAB$ 와 $\triangle CEF$ 에서
 $\angle CAB = \angle CEF$ (동위각), $\angle C$ 는 공통
 $\therefore \triangle CAB \sim \triangle CEF$ (AA 닮음)
③ $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 이므로
 $\overline{AE} : \overline{CE} = \overline{AB} : \overline{CD} = 4 : 6 = 2 : 3$
④ $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 이므로
 $\overline{DB} : \overline{DE} = \overline{CA} : \overline{CE} = 5 : 3$
⑤ $\overline{EF} \parallel \overline{AB}$ 이므로
 $\overline{EF} : \overline{AB} = \overline{CE} : \overline{CA}$, $\overline{EF} : 4 = 3 : (3 + 2)$
 $5 \overline{EF} = 12 \quad \therefore \overline{EF} = \frac{12}{5}(\text{cm})$
따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

- 15 $\triangle ABE = \triangle EBF = \triangle FBD$ 이므로
 $\triangle ABC = 2 \triangle ABD = 2 \times 3 \triangle EBF = 6 \triangle EBF$
 $= 6 \times 4 = 24(\text{cm}^2)$

- 16 직각삼각형 ABC에서 $\overline{CD}$ 는 중선이므로 $\overline{AD} = \overline{BD}$ 이다.
즉, 점 D는 $\overline{AB}$ 는 중점이므로 $\triangle ABC$ 의 외심이다.
 $\therefore \overline{CD} = \overline{AD} = \overline{BD} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 12 = 6(\text{cm})$
이때 점 G는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로
 $\overline{CG} = \frac{2}{3} \overline{CD} = \frac{2}{3} \times 6 = 4(\text{cm})$

- 17 점 G'은 $\triangle GBC$ 의 무게중심이므로
 $\overline{GD} = \frac{3}{2} \overline{GG'} = \frac{3}{2} \times 4 = 6$
또 점 G는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로
 $\overline{AD} = 3 \overline{GD} = 3 \times 6 = 18$

- 18 점 G는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로
 $\triangle GDC = \frac{1}{6} \triangle ABC = \frac{1}{6} \times 24 = 4(\text{cm}^2)$
이때 $\overline{GE} = \overline{EC}$ 이므로
 $\triangle GDE = \frac{1}{2} \triangle GDC = \frac{1}{2} \times 4 = 2(\text{cm}^2)$

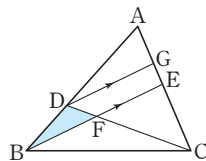
- 19 두 점 M, N은 각각 $\triangle ABC$, $\triangle ACD$ 의 무게중심이므로
 $\overline{BM} = \overline{ND} = \overline{MN} = 6$
 $\therefore \overline{BD} = 3 \overline{MN} = 3 \times 6 = 18$
이때 $\triangle BCD$ 에서 $\overline{CE} = \overline{EB}$, $\overline{CF} = \overline{FD}$ 이므로
 $\overline{EF} = \frac{1}{2} \overline{BD} = \frac{1}{2} \times 18 = 9$

1	4 : 2 : 3	2	4	3	1	4	8	5	12 cm ²
6	$\frac{27}{4}$	7	2	8	7 : 6	9	8 cm	10	2
11	5	12	$\frac{26}{7}$	13	③	14	③	15	②
16	48 cm ²	17	84	18	1 cm ²	19	$\frac{10}{3}$	20	⑤
21	24	22	②	23	$\frac{45}{2}$	24	②	25	4
26	$\frac{3}{2}$	27	$\frac{5}{2}$	28	$\frac{5}{3}$	29	14	30	②
31	7	32	④	33	③	34	②	35	230
36	$\frac{32}{5}$ cm	37	20π cm						

- 1 $\triangle ADC$ 에서 $\overline{DC} \parallel \overline{FE}$ 이므로
 $\overline{AE} : \overline{EC} = \overline{AF} : \overline{FD} = 2 : 1$
 이때 $\overline{AF} = 2k$, $\overline{FD} = k (k > 0)$ 라 하면
 $\overline{AD} = \overline{AF} + \overline{FD} = 2k + k = 3k$
 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 이므로
 $\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AE} : \overline{EC}$
 $3k : \overline{DB} = 2 : 1$, $2\overline{DB} = 3k$
 $\therefore \overline{DB} = \frac{3}{2}k$
 $\therefore \overline{AF} : \overline{FD} : \overline{DB} = 2k : k : \frac{3}{2}k = 4 : 2 : 3$
- 2 $\angle ABD = \angle EDF = \angle GFH = 60^\circ$
 즉, 동위각의 크기가 같으므로 $\overline{AB} \parallel \overline{ED} \parallel \overline{GF}$
 이때 $\overline{BD} = \overline{AB} = 9$ 이므로
 $\overline{CD} = \overline{BC} - \overline{BD} = 27 - 9 = 18$
 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} \parallel \overline{ED}$ 이므로
 $\overline{CB} : \overline{CD} = \overline{AB} : \overline{ED}$, $27 : 18 = 9 : \overline{ED}$
 $27\overline{ED} = 162 \quad \therefore \overline{ED} = 6$
 즉, $\overline{DF} = \overline{ED} = 6$ 이므로
 $\overline{CF} = \overline{CD} - \overline{DF} = 18 - 6 = 12$
 $\triangle CED$ 에서 $\overline{ED} \parallel \overline{GF}$ 이므로
 $\overline{CD} : \overline{CF} = \overline{ED} : \overline{GF}$, $18 : 12 = 6 : \overline{GF}$
 $18\overline{GF} = 72 \quad \therefore \overline{GF} = 4$
 $\therefore \overline{GH} = \overline{GF} = 4$
- 3 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{DE} : \overline{BC}$ 에서
 $2 : (2+3) = \overline{DE} : 5$, $5\overline{DE} = 10$
 $\therefore \overline{DE} = 2$
 이때 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$, $\overline{EG} \parallel \overline{AB}$, $\overline{DF} \parallel \overline{AC}$ 이므로 $\square DBGE$,
 $\square DFCE$ 는 평행사변형이다.
 따라서 $\overline{BG} = \overline{FC} = \overline{DE} = 2$ 이므로
 $\overline{GF} = \overline{BC} - (\overline{BG} + \overline{FC})$
 $= 5 - (2 + 2) = 1$

- 4 $\overline{AE} : \overline{EC} = 1 : 3$ 이므로 $\overline{AE} : \overline{AC} = 1 : 4$
 $\therefore \overline{AE} = \frac{1}{4}\overline{AC} = \frac{1}{4} \times 16 = 4$
 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{AE} : \overline{AC} = 1 : 4$
 $\overline{DF} \parallel \overline{AC}$ 이므로 $\overline{CF} : \overline{CB} = \overline{AD} : \overline{AB} = 1 : 4$
 $\overline{GF} \parallel \overline{AB}$ 이므로 $\overline{CG} : \overline{CA} = \overline{CF} : \overline{CB} = 1 : 4$
 $\therefore \overline{CG} = \frac{1}{4}\overline{CA} = \frac{1}{4} \times 16 = 4$
 $\therefore \overline{EG} = \overline{AC} - (\overline{AE} + \overline{CG}) = 16 - (4 + 4) = 8$

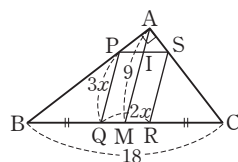
- 5 오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{BE}$ 에 평행한 직선을 그어 $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 G라 하면
 $\triangle ABE$ 에서 $\overline{DG} \parallel \overline{BE}$ 이므로
 $\overline{AG} : \overline{GE} = \overline{AD} : \overline{DB} = 7 : 3$
 이때 $\overline{AG} = 7k$, $\overline{GE} = 3k (k > 0)$ 라 하면
 $\overline{AE} = \overline{AG} + \overline{GE} = 7k + 3k = 10k$
 $\overline{AE} : \overline{EC} = 4 : 5$ 이므로



$$10k : \overline{EC} = 4 : 5, 4\overline{EC} = 50k \quad \therefore \overline{EC} = \frac{25}{2}k$$

$\triangle CDG$ 에서 $\overline{FE} \parallel \overline{DG}$ 이므로
 $\overline{CF} : \overline{FD} = \overline{CE} : \overline{EG} = \frac{25}{2}k : 3k = 25 : 6$
 이때 $\triangle FBC : \triangle DBF = \overline{CF} : \overline{FD}$ 이므로
 $50 : \triangle DBF = 25 : 6$, $25\triangle DBF = 300$
 $\therefore \triangle DBF = 12(\text{cm}^2)$

- 6 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AM}$ 과 $\overline{PS}$ 가 만나는 점을 I라 하면
 점 M은 $\triangle ABC$ 의 외심이므로
 $\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM} = \frac{1}{2}\overline{BC} = 9$

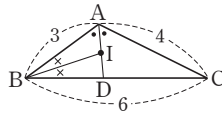


이때 $\overline{PQ} : \overline{QR} = 3 : 2$ 이므로
 $\overline{PQ} = 3x$, $\overline{QR} = 2x (x > 0)$ 라 하면 $\overline{AI} = 9 - 3x$
 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{PS} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\overline{AP} : \overline{AB} = \overline{PS} : \overline{BC} \quad \dots \textcircled{1}$
 $\triangle ABM$ 에서 $\overline{PI} \parallel \overline{BM}$ 이므로
 $\overline{AP} : \overline{AB} = \overline{AI} : \overline{AM} \quad \dots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에 의해 $\overline{PS} : \overline{BC} = \overline{AI} : \overline{AM}$ 이므로
 $2x : 18 = (9 - 3x) : 9$, $18x = 18(9 - 3x)$
 $x = 9 - 3x$, $4x = 9 \quad \therefore x = \frac{9}{4}$

$$\therefore \overline{PQ} = 3x = 3 \times \frac{9}{4} = \frac{27}{4}$$

- 7 $\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 외각이등분선이므로
 $\overline{AC} : \overline{AB} = \overline{DC} : \overline{DB}$, $\overline{AC} : 4 = 15 : 10$
 $10\overline{AC} = 60 \quad \therefore \overline{AC} = 6$
 이때 $\overline{AD} \parallel \overline{EB}$ 이므로
 $\overline{AE} : \overline{EC} = \overline{DB} : \overline{BC} = 10 : 5 = 2 : 1$
 $\therefore \overline{EC} = \frac{1}{2}\overline{AC} = \frac{1}{2} \times 6 = 3$

- 8 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로
 $\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이다.
 $\overline{BD} : \overline{DC} = \overline{AB} : \overline{AC} = 3 : 4$
 이므로



$$\overline{BD} = \frac{3}{7} \overline{BC} = \frac{3}{7} \times 6 = \frac{18}{7}$$

또 $\triangle BDA$ 에서 $\overline{BI}$ 는 $\angle B$ 의 이등분선이므로

$$\overline{AI} : \overline{ID} = \overline{AB} : \overline{BD} = 3 : \frac{18}{7} = 7 : 6$$

- 9 $\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이므로
 $\overline{BD} : \overline{CD} = \overline{AB} : \overline{AC} = 5 : 4$

이때 $\triangle DBF$ 와 $\triangle DCE$ 에서

$$\angle BFD = \angle CED = 90^\circ,$$

$$\angle BDF = \angle CDE \text{ (맞꼭지각)} \text{ 이므로}$$

$$\triangle DBF \sim \triangle DCE \text{ (AA 닮음)}$$

$$\text{즉, } \overline{DF} : \overline{DE} = \overline{BD} : \overline{CD} = 5 : 4 \text{ 이므로}$$

$$\overline{DE} = \frac{4}{9} \overline{EF} = \frac{4}{9} \times \frac{9}{5} = \frac{4}{5} \text{ (cm)} \quad \dots \textcircled{7}$$

또 $\triangle ABF$ 와 $\triangle ACE$ 에서

$$\angle AFB = \angle AEC = 90^\circ, \angle BAF = \angle CAE \text{ 이므로}$$

$$\triangle ABF \sim \triangle ACE \text{ (AA 닮음)}$$

$\overline{AE} = x \text{ cm}$ 라 하면

$$\overline{AF} : \overline{AE} = \overline{AB} : \overline{AC} \text{ 이므로}$$

$$\left(x + \frac{9}{5}\right) : x = 5 : 4, 5x = 4\left(x + \frac{9}{5}\right) \quad \therefore x = \frac{36}{5}$$

$$\therefore \overline{AE} = \frac{36}{5} \text{ cm} \quad \dots \textcircled{8}$$

따라서 $\textcircled{7}, \textcircled{8}$ 에 의해

$$\overline{AD} = \overline{AE} + \overline{DE} = \frac{36}{5} + \frac{4}{5} = 8 \text{ (cm)}$$

- 10 $\triangle ABD$ 와 $\triangle CBA$ 에서
 $\angle BAD = \angle BCA, \angle B$ 는 공통이므로

$$\triangle ABD \sim \triangle CBA \text{ (AA 닮음)}$$

$$\text{즉, } \overline{AB} : \overline{CB} = \overline{BD} : \overline{BA} \text{ 이므로}$$

$$6 : 9 = \overline{BD} : 6, 9\overline{BD} = 36$$

$$\therefore \overline{BD} = 4$$

또 $\overline{AD} : \overline{CA} = \overline{BD} : \overline{BA} = 4 : 6 = 2 : 3$ 이고,

$\triangle ADC$ 에서 $\overline{AE}$ 는 $\angle DAC$ 의 이등분선이므로

$$\overline{DE} : \overline{CE} = \overline{AD} : \overline{AC} = 2 : 3$$

이때 $\overline{DC} = \overline{BC} - \overline{BD} = 9 - 4 = 5$ 이므로

$$\overline{DE} = \frac{2}{5} \overline{DC} = \frac{2}{5} \times 5 = 2$$

- 11 $\triangle ABD$ 와 $\triangle CBD$ 에서
 $\angle A = \angle C = 90^\circ, \overline{BD}$ 는 공통, $\angle ABD = \angle CBD$ 이므로
 $\triangle ABD \cong \triangle CBD \text{ (RHA 합동)}$
 $\therefore \overline{BA} = \overline{BC} = \overline{BF} + \overline{FC} = 6 + 4 = 10$

$\triangle BEF$ 와 $\triangle BDC$ 에서

$$\angle BFE = \angle BCD = 90^\circ, \angle EBF \text{는 공통이므로}$$

$$\triangle BEF \sim \triangle BDC \text{ (AA 닮음)}$$

즉, $\overline{EF} : \overline{DC} = \overline{BF} : \overline{BC}$ 이므로

$$\overline{EF} : 5 = 6 : (6 + 4), 10\overline{EF} = 30 \quad \therefore \overline{EF} = 3$$

$\triangle BFA$ 에서 $\overline{BE}$ 는 $\angle B$ 의 이등분선이므로

$$\overline{BF} : \overline{BA} = \overline{FE} : \overline{AE}, 6 : 10 = 3 : \overline{AE}$$

$$6\overline{AE} = 30 \quad \therefore \overline{AE} = 5$$

- 12 $\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 외각의 이등분선이므로
 $\overline{BD} : \overline{CD} = \overline{AB} : \overline{AC} = 6 : 3 = 2 : 1$

$$\text{즉, } \overline{BC} = \overline{CD} \text{ 이므로 } \triangle ABC = \frac{1}{2} \triangle ABD$$

이때 $\overline{AE}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이므로

$$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BE} : \overline{CE} \text{ 에서}$$

$$6 : 3 = 3 : \overline{CE}, 6\overline{CE} = 9 \quad \therefore \overline{CE} = \frac{3}{2}$$

또 $\overline{BF}$ 는 $\angle B$ 의 이등분선이므로

$$\overline{AF} : \overline{CF} = \overline{AB} : \overline{BC} = 6 : \left(3 + \frac{3}{2}\right) = 6 : \frac{9}{2} = 4 : 3$$

따라서 $\triangle ABC : \triangle ABF = \overline{CA} : \overline{AF} = 7 : 4$ 이므로

$$\begin{aligned} \triangle ABF &= \frac{4}{7} \triangle ABC = \frac{4}{7} \times \frac{1}{2} \triangle ABD \\ &= \frac{2}{7} \triangle ABD = \frac{2}{7} \times 13 = \frac{26}{7} \end{aligned}$$

- 13 $\triangle ACD$ 에서 $\overline{AM} = \overline{DM}, \overline{AP} = \overline{CP}$ 이므로 $\overline{MP} \parallel \overline{DC}$

$$\therefore \angle APM = \angle ACD = 40^\circ \text{ (동위각)}$$

$\triangle CAB$ 에서 $\overline{CN} = \overline{BN}, \overline{CP} = \overline{AP}$ 이므로 $\overline{PN} \parallel \overline{AB}$

$$\therefore \angle CPN = \angle CAB = 78^\circ \text{ (동위각)}$$

$$\therefore \angle APN = 180^\circ - \angle CPN = 180^\circ - 78^\circ = 102^\circ$$

이때 $\square ABCD$ 는 등변사다리꼴이므로 $\overline{AB} = \overline{CD}$ 이고,

$$\overline{PN} = \frac{1}{2} \overline{AB}, \overline{PM} = \frac{1}{2} \overline{CD} \text{ 이므로 } \triangle PMN \text{ 은 } \overline{PM} = \overline{PN} \text{ 인}$$

이등변삼각형이다.

$$\therefore \angle PMN = \frac{1}{2} \times \{180^\circ - (\angle APM + \angle APN)\}$$

$$= \frac{1}{2} \times \{180^\circ - (40^\circ + 102^\circ)\} = 19^\circ$$

- 14 $\overline{AF} : \overline{FB} = 1 : 2$ 이므로 $\triangle AFC : \triangle FBC = 1 : 2$

$$\therefore \triangle AFC = \frac{1}{3} \triangle ABC = \frac{1}{3} \times 24 = 8 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$\triangle BCF$ 에서 $\overline{BD} = \overline{DF}, \overline{DE} \parallel \overline{FC}$ 이므로 $\overline{BE} = \overline{EC}$

$\triangle BGA$ 에서 $\overline{FE} \parallel \overline{AG}$ 이므로

$$\overline{BE} : \overline{EG} = \overline{BF} : \overline{FA} = 2 : 1 \quad \therefore \overline{EG} = \overline{GC}$$

$\triangle CFE$ 에서 $\overline{CG} = \overline{GE}, \overline{HG} \parallel \overline{FE}$ 이므로 $\overline{CH} = \overline{HF}$

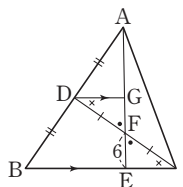
$$\therefore \triangle AHC = \frac{1}{2} \triangle AFC = \frac{1}{2} \times 8 = 4 \text{ (cm}^2\text{)}$$

- 15 오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{BC}$ 에
 평행한 직선을 그어 $\overline{AE}$ 와 만나는 점
 을 G라 하면

$\triangle DFG$ 와 $\triangle CFE$ 에서

$$\angle GDF = \angle ECF \text{ (엇각),}$$

$$\overline{DF} = \overline{CF},$$



$\angle DFG = \angle CFE$ (맞꼭지각)이므로
 $\triangle DFG \cong \triangle CFE$ (ASA 합동)
 즉, $\overline{GF} = \overline{EF} = 6$ 이므로
 $\overline{GE} = \overline{GF} + \overline{FE} = 6 + 6 = 12$
 $\triangle ABE$ 에서 $\overline{AD} = \overline{DB}$, $\overline{DG} \parallel \overline{BE}$ 이므로
 $\overline{AG} = \overline{GE} = 12$
 $\therefore \overline{AF} = \overline{AG} + \overline{GF} = 12 + 6 = 18$

- 16** 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의해
 $\overline{EF} \parallel \overline{AC} \parallel \overline{HG}$, $\overline{EH} \parallel \overline{BD} \parallel \overline{FG}$
 이므로 $\square EFGH$ 는 평행사변형이다.
 이때 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이므로 $\overline{EF} \perp \overline{EH}$
 즉, $\angle HEF = 90^\circ$ 이므로 $\square EFGH$ 는 직사각형이다.
 $\triangle ABD$ 에서
 $\overline{EH} = \frac{1}{2} \overline{BD} = \frac{1}{2} \times 12 = 6(\text{cm})$
 $\triangle ABC$ 에서
 $\overline{EF} = \frac{1}{2} \overline{AC} = \frac{1}{2} \times 16 = 8(\text{cm})$
 $\therefore \square EFGH = \overline{EH} \times \overline{EF} = 6 \times 8 = 48(\text{cm}^2)$

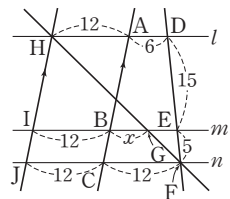
- 17** 세 점 A_1, B_1, C_1 은 각각 $\overline{BC}, \overline{CA}, \overline{AB}$ 의 중점이므로
 $\overline{A_1B_1} = \frac{1}{2} \overline{AB}$, $\overline{B_1C_1} = \frac{1}{2} \overline{BC}$, $\overline{C_1A_1} = \frac{1}{2} \overline{CA}$
 즉, $\triangle A_1B_1C_1 \sim \triangle ABC$ (SSS 답음)이고,
 그 답음비는 $1 : 2$ 이므로 넓이의 비는
 $\triangle A_1B_1C_1 : \triangle ABC = 1^2 : 2^2 = 1 : 4$
 $\therefore \triangle A_1B_1C_1 = \frac{1}{4} \triangle ABC = \frac{1}{4} \times 256 = 64$
 같은 방법으로 하면
 $\triangle A_2B_2C_2 = \frac{1}{4} \triangle A_1B_1C_1 = \frac{1}{4} \times 64 = 16$
 $\triangle A_3B_3C_3 = \frac{1}{4} \triangle A_2B_2C_2 = \frac{1}{4} \times 16 = 4$
 $\therefore \triangle A_1B_1C_1 + \triangle A_2B_2C_2 + \triangle A_3B_3C_3$
 $= 64 + 16 + 4 = 84$

- 18** $\overline{AE} \parallel \overline{GC}$, $\overline{AE} = \overline{GC}$ 에서 $\square AECG$ 는 평행사변형이므로
 $\overline{PS} \parallel \overline{QR}$
 $\overline{HD} \parallel \overline{BF}$, $\overline{HD} = \overline{BF}$ 에서 $\square Hbfd$ 는 평행사변형이므로
 $\overline{PQ} \parallel \overline{SR}$
 즉, $\square PQRS$ 는 평행사변형이므로 $\overline{SR} = \overline{PQ}$
 $\triangle ABP$ 에서 $\overline{BE} = \overline{EA}$, $\overline{EQ} \parallel \overline{AP}$ 이므로 $\overline{BQ} = \overline{QP}$
 $\triangle DRC$ 에서 $\overline{DG} = \overline{GC}$, $\overline{SG} \parallel \overline{RC}$ 이므로 $\overline{DS} = \overline{SR}$
 $\therefore \overline{BQ} = \overline{QP} = \overline{RS} = \overline{SD} \quad \dots \textcircled{1}$
 또 $\triangle ASD$ 에서 $\overline{AH} = \overline{HD}$, $\overline{PH} \parallel \overline{SD}$ 이므로
 $\overline{PH} = \frac{1}{2} \overline{SD} \quad \dots \textcircled{2}$
 이때 $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 에서
 $\overline{BQ} : \overline{QP} : \overline{PH} = \overline{SD} : \overline{SD} : \frac{1}{2} \overline{SD} = 2 : 2 : 1$
 이므로 $\overline{BP} : \overline{PH} = (2+2) : 1 = 4 : 1$

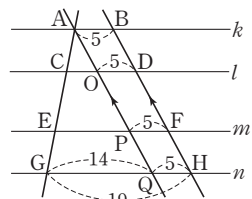
$$\begin{aligned}
 \therefore \triangle APH &= \frac{1}{5} \triangle ABH = \frac{1}{5} \times \frac{1}{4} \square ABCD \\
 &= \frac{1}{5} \times \frac{1}{4} \times 20 = 1(\text{cm}^2)
 \end{aligned}$$

- 19** $\triangle ABC$ 에서 $\overline{DE} \parallel \overline{FG} \parallel \overline{HI} \parallel \overline{BC}$
 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{DE} : \overline{BC}$ 이므로
 $1 : 4 = 2 : \overline{BC} \quad \therefore \overline{BC} = 8$
 $\triangle EBC$ 에서 $\overline{EI} : \overline{EC} = \overline{RI} : \overline{BC}$ 이므로
 $2 : 3 = \overline{RI} : 8, 3\overline{RI} = 16 \quad \therefore \overline{RI} = \frac{16}{3}$
 $\triangle DCE$ 에서 $\overline{CI} : \overline{CE} = \overline{SI} : \overline{DE}$ 이므로
 $1 : 3 = \overline{SI} : 2, 3\overline{SI} = 2 \quad \therefore \overline{SI} = \frac{2}{3}$
 $\therefore \overline{RS} = \overline{RI} - \overline{SI} = \frac{16}{3} - \frac{2}{3} = \frac{14}{3} \quad \dots \textcircled{1}$
 $\triangle EBC$ 에서 $\overline{EG} : \overline{EC} = \overline{PG} : \overline{BC}$ 이므로
 $1 : 3 = \overline{PG} : 8, 3\overline{PG} = 8 \quad \therefore \overline{PG} = \frac{8}{3}$
 $\triangle DCE$ 에서 $\overline{CG} : \overline{CE} = \overline{QG} : \overline{DE}$ 이므로
 $2 : 3 = \overline{QG} : 2, 3\overline{QG} = 4 \quad \therefore \overline{QG} = \frac{4}{3}$
 $\therefore \overline{PQ} = \overline{PG} - \overline{QG} = \frac{8}{3} - \frac{4}{3} = \frac{4}{3} \quad \dots \textcircled{2}$
 따라서 $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 에 의해
 $\overline{RS} - \overline{PQ} = \frac{14}{3} - \frac{4}{3} = \frac{10}{3}$

- 20** 오른쪽 그림과 같이 점 H에서 직선 AC와 평행한 직선을 그어 두 직선 m, n 과 만나는 점을 각각 I, J라 하면
 $\overline{HG} : \overline{HF} = \overline{DE} : \overline{DF}$
 $= 15 : 20 = 3 : 4$
 이때 $\overline{IB} = \overline{JC} = \overline{HA} = 12$ 이므로 $\overline{IG} : \overline{JF} = \overline{HG} : \overline{HF}$ 에서
 $(12+x) : (12+12) = 3 : 4, 4(12+x) = 72$
 $48 + 4x = 72, 4x = 24 \quad \therefore x = 6$



- 21** 오른쪽 그림과 같이 점 A를 지나고, 직선 BH와 평행한 직선을 그어 세 직선 l, m, n 과 만나는 점을 각각 O, P, Q라 하면
 $\overline{AO} : \overline{OP} : \overline{PQ}$
 $= \overline{BD} : \overline{DF} : \overline{FH}$
 $= 2 : 3 : 2$
 이므로 $\overline{AO} : \overline{AP} : \overline{AQ} = 2 : 5 : 7$
 이때 $\overline{QH} = \overline{PF} = \overline{OD} = \overline{AB} = 5$ 이고,
 $\overline{GQ} = \overline{GH} - \overline{QH} = 19 - 5 = 14$ 이므로
 $\overline{CO} : \overline{GQ} = \overline{AO} : \overline{AQ}$ 에서 $\overline{CO} : 14 = 2 : 7$
 $7\overline{CO} = 28 \quad \therefore \overline{CO} = 4$
 또 $\overline{EP} : \overline{GQ} = \overline{AP} : \overline{AQ}$ 에서 $\overline{EP} : 14 = 5 : 7$
 $7\overline{EP} = 70 \quad \therefore \overline{EP} = 10$



$$\begin{aligned}\therefore \overline{CD} + \overline{EF} &= (\overline{CO} + \overline{OD}) + (\overline{EP} + \overline{PF}) \\ &= (4+5) + (10+5) = 24\end{aligned}$$

- 22** $\triangle DBC$ 에서 $\overline{DF} : \overline{DC} = \overline{PF} : \overline{BC}$ 이므로
 $4 : (4+2) = \overline{PF} : 9$, $6\overline{PF} = 36 \quad \therefore \overline{PF} = 6(\text{cm})$
 $\triangle CDA$ 에서 $\overline{CF} : \overline{CD} = \overline{QF} : \overline{AD}$ 이므로
 $2 : (2+4) = \overline{QF} : 6$, $6\overline{QF} = 12 \quad \therefore \overline{QF} = 2(\text{cm})$
 $\therefore \overline{PQ} = \overline{PF} - \overline{QF} = 6 - 2 = 4(\text{cm})$

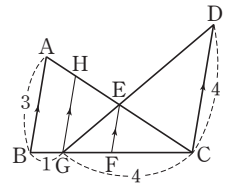
- 23** $\overline{BR} : \overline{BA} = 2 : (2+3+1) = 1 : 3$ 이고,
 $\triangle BDA$ 에서 $\overline{RG} : \overline{AD} = \overline{BR} : \overline{BA}$ 이므로
 $\overline{RG} : 9 = 1 : 3$, $3\overline{RG} = 9 \quad \therefore \overline{RG} = 3$
 $\therefore \overline{GS} = \overline{RS} - \overline{RG} = 15 - 3 = 12$
또 $\overline{DG} : \overline{DB} = \overline{AR} : \overline{AB} = (1+3) : (1+3+2) = 2 : 3$ 이고,
 $\triangle DBC$ 에서 $\overline{DG} : \overline{DB} = \overline{GS} : \overline{BC}$ 이므로
 $2 : 3 = 12 : y$, $2y = 36 \quad \therefore y = 18$
한편, $\overline{AP} : \overline{AB} = 1 : (1+3+2) = 1 : 6$ 이고,
 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AP} : \overline{AB} = \overline{PE} : \overline{BC}$ 이므로
 $1 : 6 = \overline{PE} : 18$, $6\overline{PE} = 18 \quad \therefore \overline{PE} = 3$
또 $\overline{BP} : \overline{BA} = (2+3) : (2+3+1) = 5 : 6$ 이고,
 $\triangle ABD$ 에서 $\overline{BP} : \overline{BA} = \overline{PF} : \overline{AD}$ 이므로
 $5 : 6 = \overline{PF} : 9$, $6\overline{PF} = 45 \quad \therefore \overline{PF} = \frac{15}{2}$
 $\therefore x = \overline{PF} - \overline{PE} = \frac{15}{2} - 3 = \frac{9}{2}$
 $\therefore x + y = \frac{9}{2} + 18 = \frac{45}{2}$

- 24** $\overline{EB} = x \text{ cm}$ 라 하면 $\overline{AE} = (8-x) \text{ cm}$
 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AE} : \overline{AB} = \overline{EP} : \overline{BC}$ 이므로
 $(8-x) : 8 = \overline{EP} : 12$, $8\overline{EP} = 12(8-x)$
 $\therefore \overline{EP} = \frac{3}{2}(8-x) = 12 - \frac{3}{2}x(\text{cm})$
 $\overline{CF} : \overline{CD} = \overline{BE} : \overline{BA} = x : 8$ 이고,
 $\triangle ACD$ 에서 $\overline{CF} : \overline{CD} = \overline{PF} : \overline{AD}$ 이므로
 $x : 8 = \overline{PF} : 10$, $8\overline{PF} = 10x \quad \therefore \overline{PF} = \frac{5}{4}x(\text{cm})$
이때 $\overline{EP} : \overline{PF} = 2 : 1$ 이므로
 $(12 - \frac{3}{2}x) : \frac{5}{4}x = 2 : 1$, $12 - \frac{3}{2}x = \frac{5}{2}x$
 $4x = 12 \quad \therefore x = 3$
 $\therefore \overline{EB} = 3 \text{ cm}$

- 25** $\overline{AB} \parallel \overline{PQ} \parallel \overline{CD}$ 이므로
 $\overline{BQ} : \overline{QD} = \overline{BP} : \overline{PC} = \overline{AB} : \overline{CD} = 12 : 6 = 2 : 1$
이때 $\overline{BN} = \overline{NQ}$ 이므로
 $\overline{BN} : \overline{NQ} : \overline{QD} = 1 : 1 : 1$
또 $\overline{AM} = \overline{MP}$, $\overline{BN} = \overline{NQ}$ 이므로 $\overline{AB} \parallel \overline{MN} \parallel \overline{PQ}$
 $\triangle DAB$ 에서 $\overline{DN} : \overline{DB} = \overline{MN} : \overline{AB}$ 이므로
 $(1+1) : (1+1+1) = \overline{MN} : 12$
 $3\overline{MN} = 24 \quad \therefore \overline{MN} = 8$

$$\begin{aligned}\triangle DMN \text{에서 } \overline{DQ} : \overline{DN} &= \overline{PQ} : \overline{MN} \text{이므로} \\ 1 : (1+1) &= \overline{PQ} : 8, 2\overline{PQ} = 8 \quad \therefore \overline{PQ} = 4 \\ \therefore \overline{MN} - \overline{PQ} &= 8 - 4 = 4\end{aligned}$$

- 26** 오른쪽 그림과 같이 점 G에서 $\overline{AB}$ 와 평행한 직선을 그어 $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 H라 하면

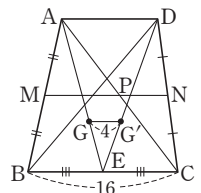


$$\begin{aligned}\triangle ABC \text{에서} \\ \overline{CG} : \overline{CB} &= \overline{HG} : \overline{AB} \text{이므로} \\ 4 : (4+1) &= \overline{HG} : 3 \\ 5\overline{HG} &= 12 \quad \therefore \overline{HG} = \frac{12}{5} \\ \overline{HG} \parallel \overline{EF} \parallel \overline{DC} \text{이므로} \\ \overline{GE} : \overline{DE} &= \overline{HG} : \overline{CD} = \frac{12}{5} : 4 = 3 : 5 \\ \triangle GCD \text{에서 } \overline{GE} : \overline{GD} &= \overline{EF} : \overline{DC} \text{이므로} \\ 3 : (3+5) &= \overline{EF} : 4, 8\overline{EF} = 12 \quad \therefore \overline{EF} = \frac{3}{2}\end{aligned}$$

- 27** 점 G는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로 $\overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$
 $\therefore \overline{GD} = \frac{1}{3}\overline{AD} = \frac{1}{3} \times 15 = 5$
또 $\overline{CE}$, $\overline{BF}$ 는 $\triangle ABC$ 의 중선이므로 $\overline{AE} = \overline{EB}$, $\overline{AF} = \overline{FC}$
 $\therefore \overline{EF} \parallel \overline{BC}$
 $\triangle EGH$ 와 $\triangle CGD$ 에서
 $\angle EGH = \angle CGD$ (맞꼭지각),
 $\angle HEG = \angle DCG$ (엇각)이므로
 $\triangle EGH \sim \triangle CGD$ (AA 닮음)
즉, $\overline{EG} : \overline{CG} = \overline{HG} : \overline{DG}$ 이므로 $1 : 2 = \overline{HG} : 5$
 $2\overline{HG} = 5 \quad \therefore \overline{HG} = \frac{5}{2}$

- 28** $\overline{AE}$, $\overline{AF}$ 는 각각 $\triangle ABD$, $\triangle ADC$ 의 중선이므로
 $\overline{EF} = \overline{ED} + \overline{DF} = \frac{1}{2}\overline{BD} + \frac{1}{2}\overline{DC}$
 $= \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2} \times 5 = \frac{5}{2}$
 $\triangle AGG'$ 과 $\triangle AEF$ 에서
두 점 G, G'은 각각 $\triangle ABD$, $\triangle ADC$ 의 무게중심이므로
 $\overline{AG} : \overline{AE} = \overline{AG'} : \overline{AF} = 2 : 3$, $\angle GAG'$ 은 공통
 $\therefore \triangle AGG' \sim \triangle AEF$ (SAS 닮음)
즉, $\overline{AG} : \overline{AE} = \overline{GG'} : \overline{EF}$ 이므로
 $2 : 3 = \overline{GG'} : \frac{5}{2}$, $3\overline{GG'} = 5 \quad \therefore \overline{GG'} = \frac{5}{3}$

- 29** 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$ 의 중점을 E라 하면 두 점 G, G'은 각각 $\triangle ABC$, $\triangle DBC$ 의 무게중심이므로 $\overline{AG}$ 의 연장선과 $\overline{DG'}$ 의 연장선은 점 E에서 만난다.



$$\begin{aligned}\text{이때 } \overline{AG} : \overline{GE} &= \overline{DG'} : \overline{G'E} = 2 : 1 \\ \text{이므로}\end{aligned}$$

$\triangle EGG'$ 과 $\triangle EAD$ 에서
 $\overline{EG} : \overline{EA} = \overline{EG'} : \overline{ED} = 1 : 3$, $\angle GEG'$ 은 공통
 $\therefore \triangle EGG' \sim \triangle EAD$ (SAS 닮음)
 즉, $\overline{EG} : \overline{EA} = \overline{GG'} : \overline{AD}$ 이므로
 $1 : 3 = 4 : \overline{AD} \quad \therefore \overline{AD} = 12$
 한편, $\overline{AC}$ 와 $\overline{MN}$ 의 교점을 P라 하면
 두 점 M, N은 각각 $\overline{AB}$, $\overline{DC}$ 의 중점이므로
 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{MP} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 16 = 8$
 $\triangle ACD$ 에서 $\overline{PN} = \frac{1}{2} \overline{AD} = \frac{1}{2} \times 12 = 6$
 $\therefore \overline{MN} = \overline{MP} + \overline{PN} = 8 + 6 = 14$

30 $\overline{EF} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\overline{EG} : \overline{BD} = \overline{AG} : \overline{AD} = \overline{GF} : \overline{DC}$
 이때 $\overline{BD} = \overline{DC}$ 이므로 $\overline{EG} = \overline{GF}$
 $\therefore \triangle EDG = \triangle GDF = 8(\text{cm}^2)$
 점 G가 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로 $\overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$
 즉, $\triangle EGA = 2\triangle EDG = 2 \times 8 = 16(\text{cm}^2)$ 이므로
 $\triangle AED = \triangle EGA + \triangle EDG$
 $= 16 + 8 = 24(\text{cm}^2)$
 한편, $\overline{AE} : \overline{EB} = \overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$ 이므로
 $\triangle EBD = \frac{1}{2} \triangle AED = \frac{1}{2} \times 24 = 12(\text{cm}^2)$
 $\therefore \square EBDG = \triangle EBD + \triangle EDG$
 $= 12 + 8 = 20(\text{cm}^2)$

31 $\triangle AFG = \triangle CDG = \frac{1}{6} \triangle ABC$
 또 $\triangle ABC \sim \triangle FBD$ (SAS 닮음)이고, 그 닮음비는 $2 : 1$ 이
 므로 넓이의 비는 $2^2 : 1^2 = 4 : 1$
 $\therefore \triangle FBD = \frac{1}{4} \triangle ABC$
 $\therefore \triangle DGF + \triangle AGC$
 $= \triangle ABC - (\triangle AFG + \triangle GDC + \triangle FBD)$
 $= \triangle ABC - \left(\frac{1}{6} \triangle ABC + \frac{1}{6} \triangle ABC + \frac{1}{4} \triangle ABC \right)$
 $= \triangle ABC - \frac{7}{12} \triangle ABC$
 $= \frac{5}{12} \triangle ABC$
 따라서 $a = 5$, $b = 12$ 이므로
 $b - a = 12 - 5 = 7$

32 $\overline{AM} = \frac{1}{2} \overline{AD} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 40 = 20$
 $\overline{MD} = \overline{BN}$, $\overline{MD} \parallel \overline{BN}$ 이므로 $\square MBND$ 는 평행사변형이다.
 $\therefore \overline{MB} = \overline{DN} = 36$
 점 P는 $\triangle ABD$ 의 무게중심이므로
 $\overline{AP} = \frac{2}{3} \overline{AO} = \frac{2}{3} \times 21 = 14$
 $\overline{PM} = \frac{1}{3} \overline{BM} = \frac{1}{3} \times 36 = 12$
 $\therefore (\triangle APM \text{의 둘레의 길이}) = \overline{AM} + \overline{AP} + \overline{PM}$
 $= 20 + 14 + 12 = 46$

33 $\triangle CMN$ 과 $\triangle CBD$ 에서
 $\overline{CM} : \overline{CB} = \overline{CN} : \overline{CD} = 1 : 2$, $\angle C$ 는 공통이므로
 $\triangle CMN \sim \triangle CBD$ (SAS 닮음)
 $\triangle CMN$ 과 $\triangle CBD$ 의 닮음비는 $1 : 2$ 이므로
 넓이의 비는 $1^2 : 2^2 = 1 : 4$
 $\therefore \triangle CBD = 4\triangle CMN = 4 \times 3 = 12(\text{cm}^2)$
 두 점 P, Q는 각각 $\triangle ABC$, $\triangle ACD$ 의 무게중심이므로
 $\overline{BP} = \overline{PQ} = \overline{QD}$
 즉, $\overline{PQ} = \frac{1}{3} \overline{BD}$ 이고, $\triangle ABD = \triangle CBD = 12 \text{ cm}^2$ 이므로
 $\triangle APQ = \frac{1}{3} \triangle ABD = \frac{1}{3} \times 12 = 4(\text{cm}^2)$

34 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$, $\overline{BM}$ 을
 그으면

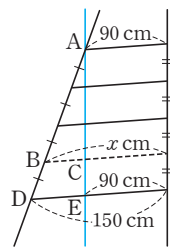
$\overline{BP} = \overline{PQ} = \overline{QD}$ 에서
 $\triangle PBC = \triangle QCD$ 이므로
 $\triangle PBC + \triangle MQD = \triangle QCD + \triangle MQD = \triangle MCD$
 $= \frac{1}{2} \triangle ACD = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \square ABCD$
 $= \frac{1}{4} \square ABCD = \frac{1}{4} \times 48 = 12 \quad \dots \textcircled{A}$

$\triangle ANM = \frac{1}{2} \triangle ABM = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \triangle ABD$
 $= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \square ABCD$
 $= \frac{1}{8} \square ABCD = \frac{1}{8} \times 48 = 6 \quad \dots \textcircled{B}$

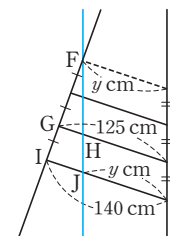
따라서 $\textcircled{A}$, $\textcircled{B}$ 에 의해
 (색칠한 부분의 넓이의 합) $= \triangle PBC + \triangle MQD + \triangle ANM$
 $= 12 + 6 = 18$

35 **길잡이** 같은 방향으로 놓인 다리를 기준으로 오른쪽 기둥과 평행한 직선을 그어 생각해 본다.

(i) 오른쪽 그림과 같이 주어진 조형물
 에서 오른쪽 위로 향하는 다리만 생
 각해 보자.
 점 A를 지나고 오른쪽 기둥에 평행
 한 직선을 그으면
 $\triangle ADE$ 에서 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 이므로
 $\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{BC} : \overline{DE}$ 에서
 $3 : 4 = \overline{BC} : (150 - 90)$
 $4\overline{BC} = 180 \quad \therefore \overline{BC} = 45(\text{cm})$
 $\therefore x = 45 + 90 = 135$



(ii) 오른쪽 그림과 같이 주어진 조형물
 에서 오른쪽 아래로 향하는 다리만
 생각해 보자.
 점 F를 지나고 오른쪽 기둥에 평행
 한 직선을 그으면
 $\triangle FIJ$ 에서 $\overline{GH} \parallel \overline{IJ}$ 이므로
 $\overline{FG} : \overline{FI} = \overline{GH} : \overline{IJ}$ 에서



$$2:3=(125-y):(140-y)$$

$$3(125-y)=2(140-y)$$

$$375-3y=280-2y \quad \therefore y=95$$

따라서 (i), (ii)에 의해

$$x+y=135+95=230$$

- 36 [질답]** 정사면체의 전개도에서 선이 지나는 부분을 그린 후 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질을 이용한다.

선이 지나는 부분의 정사면체의 전개도를 그리면 오른쪽 그림과 같다.

$$\overline{BC}=16\text{ cm}, \overline{BE}=12\text{ cm}$$

이므로

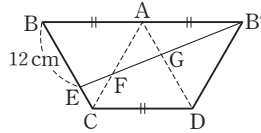
$$\overline{EC}=\overline{BC}-\overline{BE}=16-12=4(\text{cm})$$

$\triangle BEB'$ 에서 $\overline{BA}=\overline{AB'}$, $\overline{BE} \parallel \overline{AG}$ 이므로

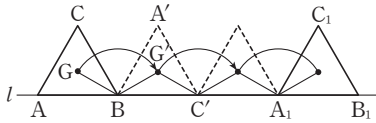
$$\overline{AG}=\frac{1}{2}\overline{BE}=\frac{1}{2} \times 12=6(\text{cm})$$

이때 $\overline{CF}:\overline{AF}=\overline{CE}:\overline{AG}=4:6=2:3$ 이므로

$$\overline{CF}=\frac{2}{5}\overline{AC}=\frac{2}{5} \times 16=\frac{32}{5}(\text{cm})$$



- 37 [질답]** 정삼각형의 무게중심과 내심은 일치함을 이용한다.
정삼각형의 무게중심과 내심은 일치하므로 점 G는 $\triangle ABC$ 의 내심이다.



위의 그림에서

$$\angle GBA=\angle GBC=30^\circ,$$

$$\angle G'BA'=\angle G'BC'=30^\circ \text{이므로}$$

$$\angle GBG'=180^\circ-(30^\circ+30^\circ)=120^\circ$$

또 점 G가 $\triangle ABC$ 의 무게중심이고, 한 중선의 길이가 15 cm 이므로

$$\overline{BG}=\frac{2}{3} \times 15=10(\text{cm})$$

$$\therefore \widehat{GG'}=2\pi \times 10 \times \frac{120}{360}=\frac{20}{3}\pi(\text{cm})$$

따라서 점 G가 움직인 거리는

$$3 \times \frac{20}{3}\pi=20\pi(\text{cm})$$

- 01 [질답]** 삼각형의 내각의 이등분선의 성질을 이용하여 $\overline{BE}$ 의 길이를 구하고, 닮음인 삼각형을 찾아본다.

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AE}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이므로

$$\overline{BE}:\overline{CE}=\overline{AB}:\overline{AC}=10:14=5:7$$

$$\therefore \overline{BE}=\frac{5}{12}\overline{BC}=\frac{5}{12} \times 12=5$$

$\triangle ABE$ 와 $\triangle EBD$ 에서 $\angle B$ 는 공통 ... ㉠

$\triangle AEC$ 에서 $\angle AEB=\angle EAC+\angle ECA$ 이고,

$\angle AEB=\angle AED+\angle BED$ 이므로

$$\angle EAC+\angle ECA=\angle AED+\angle BED$$

이때 $\angle ECA=\angle AED$ 이므로 $\angle EAC=\angle BED$

$$\therefore \angle BAE=\angle EAC=\angle BED \quad \dots \text{㉡}$$

㉠, ㉡에 의해 $\triangle ABE \sim \triangle EBD$ (AA 닮음)

$$\overline{AB}:\overline{EB}=\overline{EB}:\overline{DB} \text{이므로}$$

$$10:5=5:\overline{DB}, 10\overline{DB}=25 \quad \therefore \overline{DB}=\frac{5}{2}$$

$$\text{따라서 } \overline{AD}=\overline{AB}-\overline{DB}=10-\frac{5}{2}=\frac{15}{2} \text{이므로}$$

$$\overline{AD}:\overline{DB}=\frac{15}{2}:\frac{5}{2}=3:1$$

- 02 [질답]** $\overline{AN}$ 을 그려 $\triangle AMN$ 의 넓이를 구하고 삼각형의 내각의 이등분선의 성질을 이용하여 선분의 길이의 비와 삼각형의 넓이의 비를 구해 본다.

$$\triangle ABC=\frac{1}{2} \times 12 \times 6=36$$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AN}$ 을 그으면

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{BN}=\overline{NC}$,

$\triangle ABN$ 에서 $\overline{AM}=\overline{MB}$ 이므로

$$\triangle AMN=\frac{1}{2}\triangle ABN$$

$$=\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\triangle ABC$$

$$=\frac{1}{4}\triangle ABC$$

$$=\frac{1}{4} \times 36=9 \quad \dots \text{㉠}$$

한편, $\triangle ABC$ 에서 $\angle BAP=\angle CAP$ 이므로

$$\overline{BP}:\overline{CP}=\overline{AB}:\overline{AC}=12:6=2:1$$

$\overline{BP}=2k$, $\overline{CP}=k(k>0)$ 라 하면

$$\overline{BC}=2k+k=3k, \overline{BN}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{3}{2}k \text{이므로}$$

$$\overline{NP}=\overline{BP}-\overline{BN}=2k-\frac{3}{2}k=\frac{1}{2}k$$

즉, $\triangle ANC$ 에서 $\overline{NP}:\overline{CP}=\frac{1}{2}k:k=1:2$ 이므로

$$\triangle ANP=\frac{1}{3}\triangle ANC$$

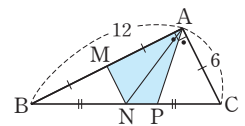
$$=\frac{1}{3} \times \frac{1}{2}\triangle ABC$$

$$=\frac{1}{6}\triangle ABC$$

$$=\frac{1}{6} \times 36=6 \quad \dots \text{㉡}$$

따라서 ㉠, ㉡에 의해

$$\square AMNP=\triangle AMN+\triangle ANP=9+6=15$$



P. 64~65 **내신 1% 뛰어넘기**

01 3:1 **02** 15 **03** 1 **04** 1cm **05** 5cm

06 10 **07** 4cm² **08** 10cm²

03 [집합] $\overline{CP}$, $\overline{CQ}$ 의 연장선을 각각 구고, 삼각형의 합동과 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질을 이용한다.

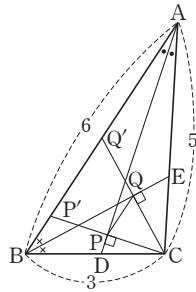
오른쪽 그림과 같이 $\overline{CP}$, $\overline{CQ}$ 의 연장선과 $\overline{AB}$ 의 교점을 각각 P' , Q' 이라 하면

$\triangle AP'P$ 와 $\triangle ACP$ 에서
 $\angle P'AP = \angle CAP$, $\overline{AP}$ 는 공통,
 $\angle APP' = \angle APC = 90^\circ$ 이므로
 $\triangle AP'P \cong \triangle ACP$ (ASA 합동)
 $\therefore \overline{P'P} = \overline{CP}$, $\overline{AP'} = \overline{AC} = 5$
 $\therefore \overline{BP'} = \overline{AB} - \overline{AP'} = 6 - 5 = 1$

같은 방법으로 하면

$\triangle BCQ \cong \triangle BQ'Q$ (ASA 합동)이므로
 $\overline{Q'Q} = \overline{CQ}$, $\overline{BQ'} = \overline{BC} = 3$
 $\therefore \overline{P'Q'} = \overline{BQ'} - \overline{BP'} = 3 - 1 = 2$

이때 $\triangle CP'Q'$ 에서 $\overline{CP} = \overline{PP'}$, $\overline{CQ} = \overline{QQ'}$ 이므로
 $\overline{PQ} = \frac{1}{2} \overline{P'Q'} = \frac{1}{2} \times 2 = 1$



04 [집합] $\overline{AB}$ 의 중점 M은 직각삼각형 ABH의 외심이다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 중점을 각각 M, N이라 하고 $\overline{MN}$, $\overline{MH}$ 를 각각 그으면 $\overline{MN} \parallel \overline{BC}$ 이고,

$$\overline{MN} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 8 = 4(\text{cm}) \quad \dots \textcircled{1}$$

이때 점 M은 직각삼각형 ABH의 빗변의 중점이므로 $\triangle ABH$ 의 외심이다.

즉, $\overline{AM} = \overline{MB} = \overline{MH}$ 이므로 $\triangle AMH$ 는 이등변삼각형이다.

$\angle BAC = \angle a$ 라 하면

$\angle MHA = \angle MAH = \angle BAC = \angle a$

또 $\angle ACB = 2\angle BAC = 2\angle a$ 이므로

$\angle ANM = \angle ACB = 2\angle a$ (동위각)

$\triangle NMH$ 에서 $\angle MNA = \angle NMH + \angle NHM$ 이므로

$$2\angle a = \angle NMH + \angle a$$

$$\therefore \angle NMH = \angle a$$

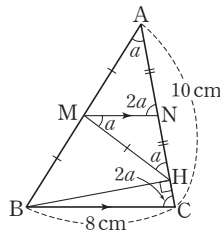
즉, $\angle NMH = \angle NHM = \angle a$ 이므로

$$\overline{HN} = \overline{MN} = 4 \text{ cm } (\because \textcircled{1})$$

$$\therefore \overline{HC} = \overline{NC} - \overline{HN}$$

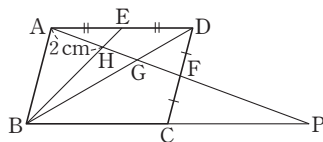
$$= \frac{1}{2} \overline{AC} - \overline{HN}$$

$$= 5 - 4 = 1(\text{cm})$$



05 [집합] $\overline{BC}$ 와 $\overline{AF}$ 의 연장선을 그어 삼각형을 만들고 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$ 의 연장선과 $\overline{AF}$ 의 연장선의 교점을 P라 하면



$\triangle ABP$ 에서

$$\overline{FC} = \frac{1}{2} \overline{DC} = \frac{1}{2} \overline{AB} \text{이고,}$$

$$\overline{AB} \parallel \overline{FC} \text{이므로 } \overline{BC} = \overline{CP}, \overline{AF} = \overline{FP}$$

$\triangle AHE$ 와 $\triangle PHB$ 에서

$$\angle AHE = \angle PHB \text{ (맞꼭지각),}$$

$$\angle AEH = \angle PBH \text{ (엇각)이므로}$$

$$\triangle AHE \sim \triangle PHB \text{ (AA 닮음)}$$

$$\text{즉, } \overline{AH} : \overline{PH} = \overline{AE} : \overline{PB}$$

$$= \frac{1}{2} \overline{BC} : 2\overline{BC} = 1 : 4$$

이므로

$$\overline{AP} = 5\overline{AH} = 5 \times 2 = 10(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{AF} = \frac{1}{2} \overline{AP} = \frac{1}{2} \times 10 = 5(\text{cm})$$

06 [집합] 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질과 삼각형의 무게중심의 성질을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BG}$, $\overline{CG}$ 의 연장선과 $\overline{AC}$, $\overline{AB}$ 의 교점을 각각 N, M이라 하고, $\overline{MN}$ 과 $\overline{AD}$ 의 교점을 F라 하자.

$$\overline{AM} = \overline{MB}, \overline{AN} = \overline{NC} \text{이므로}$$

$$\overline{MN} \parallel \overline{BC}$$

$$\overline{AM} = \overline{MB}, \overline{MF} \parallel \overline{BD} \text{이므로}$$

$$\overline{AF} = \overline{FD} = \frac{1}{2} \overline{AD} = \frac{1}{2} \times 18 = 9$$

점 G는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로

$$\overline{AG} = \frac{2}{3} \overline{AD} = \frac{2}{3} \times 18 = 12$$

$$\therefore \overline{FG} = \overline{AG} - \overline{AF} = 12 - 9 = 3$$

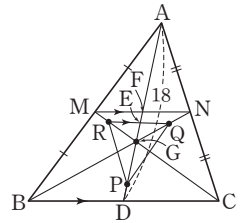
두 점 R, Q는 각각 $\triangle GAB$, $\triangle GCA$ 의 무게중심이므로

$$\overline{GR} : \overline{RM} = 2 : 1, \overline{GQ} : \overline{QN} = 2 : 1$$

이때 $\overline{RQ} \parallel \overline{MN}$ 이므로 $\overline{GE} : \overline{EF} = 2 : 1$

$$\therefore \overline{FE} = \frac{1}{3} \overline{FG} = \frac{1}{3} \times 3 = 1$$

$$\therefore \overline{AE} = \overline{AF} + \overline{FE} = 9 + 1 = 10$$



07 [집합] 삼각형의 무게중심의 성질을 이용하여 $\overline{DG} = \overline{GE}$ 임을 알아낸다.

$\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$\triangle ABI$ 와 $\triangle AIC$ 에서

$$\overline{DG} : \overline{BI} = \overline{AG} : \overline{AI} = \overline{GE} : \overline{IC}$$

이때 $\overline{BI} = \overline{IC}$ 이므로 $\overline{DG} = \overline{GE}$

$\triangle ADE$ 에서

$$\overline{DG} = \overline{GE}, \overline{AD} \parallel \overline{FG} \text{이므로}$$

$$\overline{AF} = \overline{FE} = \frac{1}{2} \overline{AE}$$

... ㉠

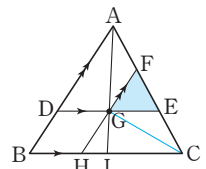
또 $\triangle AIC$ 에서 $\overline{GE} \parallel \overline{IC}$ 이므로

$$\overline{AE} : \overline{EC} = \overline{AG} : \overline{GI} = 2 : 1$$

$$\therefore \overline{EC} = \frac{1}{2} \overline{AE} \quad \dots \textcircled{2}$$

㉠, ㉡에 의해 $\overline{AF} = \overline{FE} = \overline{EC}$

따라서 위의 그림과 같이 $\overline{GC}$ 를 그으면



$$\begin{aligned}
 \triangle FGE &= \frac{1}{3} \triangle AGC \\
 &= \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \triangle ABC \\
 &= \frac{1}{9} \triangle ABC \\
 &= \frac{1}{9} \times 36 = 4(\text{cm}^2)
 \end{aligned}$$

08 길잡이 평행사변형의 두 대각선 AC와 BD가 만나는 점을 O라 하면 $\overline{BP} = \overline{PO}$ 이다.

오른쪽 그림과 같이 두 대각선 AC와 BD가 만나는 점을 O라 하면

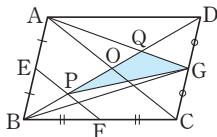
$\triangle BCA$ 에서

$$\overline{BE} : \overline{BA} = \overline{BF} : \overline{BC} \text{이므로}$$

$$\overline{EF} \parallel \overline{AC}$$

이때 $\overline{BE} = \overline{EA}$ 이므로

$$\overline{BP} = \overline{PO} \quad \dots \textcircled{1}$$



한편, 점 Q는 $\triangle ACD$ 의 무게중심이므로

$$\overline{DQ} : \overline{QO} = 2 : 1 \quad \dots \textcircled{2}$$

$\overline{BO} = \overline{DO}$ 이므로 $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 에 의해

$$\overline{BP} : \overline{PO} : \overline{OQ} : \overline{QD}$$

$$= \frac{1}{2} \overline{BO} : \frac{1}{2} \overline{BO} : \frac{1}{3} \overline{BO} : \frac{2}{3} \overline{BO}$$

$$= 3 : 3 : 2 : 4$$

$$\therefore \overline{BD} : \overline{PQ} = (3 + 3 + 2 + 4) : (3 + 2)$$

$$= 12 : 5$$

$$\therefore \triangle PGQ = \frac{5}{12} \triangle BGD$$

$$= \frac{5}{12} \times \frac{1}{2} \triangle BCD$$

$$= \frac{5}{12} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \square ABCD$$

$$= \frac{5}{48} \square ABCD$$

$$= \frac{5}{48} \times 96 = 10(\text{cm}^2)$$



5. 피타고라스 정리

P. 68~70 개념+ 문제 확인하기

- 1 120 cm^2 2 36 cm 3 20 4 $\frac{15}{4}$ 5 12
 6 36 7 60 cm^2 8 7 9 ⑤ 10 245
 11 38 12 17 13 16 cm 14 15 cm 15 17 cm
 16 $10\pi\text{ cm}$

- 1 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}^2 + 15^2 = 17^2$, $\overline{AB}^2 = 17^2 - 15^2 = 64$
 이때 $\overline{AB} > 0$ 이므로 $\overline{AB} = 8(\text{cm})$
 $\therefore \square ABCD = 8 \times 15 = 120(\text{cm}^2)$
- 2 $\triangle ABD$ 에서 $5^2 + \overline{AD}^2 = 13^2$, $\overline{AD}^2 = 13^2 - 5^2 = 144$
 이때 $\overline{AD} > 0$ 이므로 $\overline{AD} = 12(\text{cm})$
 $\triangle ADC$ 에서 $\overline{DC}^2 + 12^2 = 15^2$, $\overline{DC}^2 = 15^2 - 12^2 = 81$
 이때 $\overline{DC} > 0$ 이므로 $\overline{DC} = 9(\text{cm})$
 따라서 $\triangle ADC$ 의 둘레의 길이는
 $12 + 9 + 15 = 36(\text{cm})$
- 3 $\overline{BD}$ 를 그으면 $\triangle ABD$ 에서 $\overline{BD}^2 = 7^2 + 24^2 = 625$
 이때 $\overline{BD} > 0$ 이므로 $\overline{BD} = 25$
 $\triangle BCD$ 에서 $15^2 + \overline{CD}^2 = 25^2$, $\overline{CD}^2 = 25^2 - 15^2 = 400$
 즉, $\overline{CD} > 0$ 이므로 $\overline{CD} = 20$
- 4 $\triangle ABH$ 에서 $3^2 + \overline{BH}^2 = 5^2$, $\overline{BH}^2 = 5^2 - 3^2 = 16$
 이때 $\overline{BH} > 0$ 이므로 $\overline{BH} = 4$
 $\overline{AB}^2 = \overline{BH} \times \overline{BC}$ 이므로 $5^2 = 4 \times \overline{BC}$ $\therefore \overline{BC} = \frac{25}{4}$
 또 $\overline{AB} \times \overline{AC} = \overline{AH} \times \overline{BC}$ 이므로 $5 \times x = 3 \times \frac{25}{4}$
 $5x = \frac{75}{4}$ $\therefore x = \frac{15}{4}$
- 5 $\square ADEB + \square ACHI = \square BFGC$ 이므로
 $256 + \square ACHI = 400$
 $\therefore \square ACHI = 144$
 즉, $\overline{AC}^2 = 144$ 이고, $\overline{AC} > 0$ 이므로 $\overline{AC} = 12$
- 6 $\square EFGH$ 는 정사각형이므로 $\overline{EH}^2 = 45$
 $\triangle AEH$ 에서 $3^2 + \overline{AE}^2 = 45$, $\overline{AE}^2 = 45 - 3^2 = 36$
 이때 $\overline{AE} > 0$ 이므로 $\overline{AE} = 6$
 따라서 $\overline{AB} = \overline{AE} + \overline{EB} = 6 + 3 = 9$ 이므로
 $\square ABCD$ 의 둘레의 길이는 $4 \times 9 = 36$
- 7 $8^2 + 15^2 = 17^2$ 이므로 주어진 삼각형은 빗변의 길이가 17 cm 인 직각삼각형이다.
 즉, 직각을 낀 두 변의 길이가 8 cm , 15 cm 이므로 구하는 삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 8 \times 15 = 60(\text{cm}^2)$

- 8 x 가 가장 긴 변의 길이이므로 삼각형이 되기 위한 조건에 의해
 $6 < x < 6 + 4 \quad \therefore 6 < x < 10 \quad \dots \textcircled{7}$
 $\angle A < 90^\circ$ 이므로 $x^2 < 6^2 + 4^2 \quad \therefore x^2 < 52 \quad \dots \textcircled{8}$
 따라서 $\textcircled{7}$, $\textcircled{8}$ 을 모두 만족시키는 자연수 x 의 값은 7이다.

- 9 ⑤ $c^2 + a^2 > b^2$ 이면 $\angle B < 90^\circ$ 이지만 $\angle A$, $\angle C$ 의 크기를 알 수 없으므로 예각삼각형인지 알 수 없다.

- 10 $\triangle ABC$ 에서 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의해
 $\overline{DE} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 14 = 7$
 $\therefore \overline{BE}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{DE}^2 + \overline{BC}^2 = 7^2 + 14^2 = 245$

- 11 $\triangle ABO$ 에서 $\overline{AB}^2 = 2^2 + 3^2 = 13$ 이므로
 $\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = 13 + 5^2 = 38$

- 12 $\overline{AP}^2 + \overline{CP}^2 = \overline{BP}^2 + \overline{DP}^2$ 이므로
 $\overline{AP}^2 + 8^2 = \overline{BP}^2 + 9^2$
 $\therefore \overline{AP}^2 - \overline{BP}^2 = 81 - 64 = 17$

- 13 ($\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이) $= \frac{1}{2} \times \pi \times \left(\frac{12}{2}\right)^2$
 $= 18\pi(\text{cm}^2)$

($\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이)

$= (\overline{AC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이)

$- (\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이)

$= 50\pi - 18\pi = 32\pi(\text{cm}^2)$

즉, $\frac{1}{2} \times \pi \times \left(\frac{1}{2} \overline{BC}\right)^2 = 32\pi$ 이므로 $\overline{BC}^2 = 256$

이때 $\overline{BC} > 0$ 이므로 $\overline{BC} = 16(\text{cm})$

다른 풀이

$\overline{AC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이는

$\frac{1}{2} \times \pi \times \left(\frac{1}{2} \overline{AC}\right)^2 = 50\pi$ 이므로 $\overline{AC}^2 = 400$

이때 $\overline{AC} > 0$ 이므로 $\overline{AC} = 20(\text{cm})$

$\triangle ABC$ 에서 $12^2 + \overline{BC}^2 = 20^2$, $\overline{BC}^2 = 20^2 - 12^2 = 256$

이때 $\overline{BC} > 0$ 이므로 $\overline{BC} = 16(\text{cm})$

- 14 (색칠한 부분의 넓이) $= \triangle ABC$ 이므로

$54 = \frac{1}{2} \times 9 \times \overline{AC} \quad \therefore \overline{AC} = 12(\text{cm})$

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC}^2 = 9^2 + 12^2 = 225$

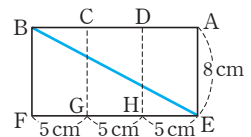
이때 $\overline{BC} > 0$ 이므로 $\overline{BC} = 15(\text{cm})$

- 15 오른쪽 그림과 같은 직육면체의 옆면의 전개도에서 구하는 최단 거리는 $\overline{BE}$ 의 길이이므로

$\triangle BFE$ 에서

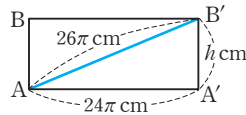
$\overline{BE}^2 = 15^2 + 8^2 = 289$

이때 $\overline{BE} > 0$ 이므로 $\overline{BE} = 17(\text{cm})$



16 밑면의 둘레의 길이는 $2\pi \times 12 = 24\pi$ (cm)

오른쪽 그림과 같은 원기둥의 옆면의 전개도에서 원기둥의 높이를 h cm라 하면



$\triangle B'AA'$ 에서

$$h^2 + (24\pi)^2 = (26\pi)^2, h^2 = (26\pi)^2 - (24\pi)^2 = 100\pi^2$$

이때 $h > 0$ 이므로 $h = 10\pi$

따라서 원기둥의 높이는 10π cm이다.

P. 71~74

내신 5% 따라잡기

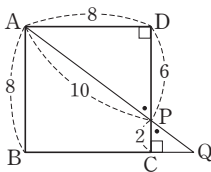
- 1 $\frac{15}{2}$ cm 2 $\frac{65}{3}$ cm² 3 9 cm² 4 8 5 $\frac{168}{125}$
 6 20 cm 7 $\frac{66}{5}$ cm 8 80 cm² 9 $\frac{96}{25}$ cm 10 ④
 11 $\frac{289}{2}$ cm² 12 18 cm² 13 3 14 ①
 15 ② 16 ③ 17 9 18 80 19 193
 20 18π cm² 21 90 cm² 22 26π cm
 23 10 24 58 cm² 25 9 m
 26 $\neg, \perp, \sqsubset$

1 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}^2 = 9^2 + 12^2 = 225$
 이때 $\overline{AB} > 0$ 이므로 $\overline{AB} = 15$ (cm)
 한편, 점 M은 직각삼각형 ABC의 외심이므로
 $\overline{CM} = \overline{AM} = \overline{BM} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 15 = \frac{15}{2}$ (cm)

2 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC}^2 = 13^2 - 5^2 = 144$
 이때 $\overline{BC} > 0$ 이므로 $\overline{BC} = 12$ (cm)
 $\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이므로
 $\overline{BD} : \overline{CD} = \overline{AB} : \overline{AC} = 5 : 13$
 $\therefore \overline{CD} = \frac{13}{18} \overline{BC} = \frac{13}{18} \times 12 = \frac{26}{3}$ (cm)
 $\therefore \triangle ADC = \frac{1}{2} \times \overline{DC} \times \overline{AB} = \frac{1}{2} \times \frac{26}{3} \times 5 = \frac{65}{3}$ (cm²)

3 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC}^2 = 3^2 + 3^2 = 18$
 $\triangle ACD$ 에서 $\overline{AD}^2 = 18 + 3^2 = 27$
 $\triangle ADE$ 에서 $\overline{AE}^2 = 27 + 3^2 = 36$
 이때 $\overline{AE} > 0$ 이므로 $\overline{AE} = 6$ (cm)
 $\therefore \triangle AEF = \frac{1}{2} \times \overline{AE} \times \overline{EF} = \frac{1}{2} \times 6 \times 3 = 9$ (cm²)

4 오른쪽 그림과 같은 $\triangle APD$ 에서
 $\overline{AD} = 8$ 이므로
 $8^2 + \overline{DP}^2 = 10^2$
 $\overline{DP}^2 = 10^2 - 8^2 = 36$
 이때 $\overline{DP} > 0$ 이므로 $\overline{DP} = 6$
 $\therefore \overline{PC} = \overline{DC} - \overline{DP} = 8 - 6 = 2$



$\triangle APD$ 와 $\triangle QPC$ 에서

$$\angle ADP = \angle QCP = 90^\circ, \angle APD = \angle QPC \text{ (맞꼭지각)}$$

이므로 $\triangle APD \sim \triangle QPC$ (AA 닮음)

$$\overline{DA} : \overline{CQ} = \overline{DP} : \overline{CP} \text{에서}$$

$$8 : \overline{CQ} = 6 : 2, 6\overline{CQ} = 16 \quad \therefore \overline{CQ} = \frac{8}{3}$$

$$\overline{AP} : \overline{QP} = \overline{DP} : \overline{CP} \text{에서}$$

$$10 : \overline{QP} = 6 : 2, 6\overline{QP} = 20 \quad \therefore \overline{QP} = \frac{10}{3}$$

$$\therefore (\triangle PCQ \text{의 둘레의 길이}) = \overline{PC} + \overline{CQ} + \overline{QP} \\ = 2 + \frac{8}{3} + \frac{10}{3} = 8$$

5 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC}^2 = 6^2 + 8^2 = 100$

이때 $\overline{BC} > 0$ 이므로 $\overline{BC} = 10$

점 M은 직각삼각형 ABC의 외심이므로

$$\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 10 = 5$$

$$\overline{AB} \times \overline{AC} = \overline{BC} \times \overline{AH} \text{이므로}$$

$$6 \times 8 = 10 \times \overline{AH} \quad \therefore \overline{AH} = \frac{24}{5}$$

$$\overline{AB}^2 = \overline{BH} \times \overline{BC} \text{이므로 } 6^2 = \overline{BH} \times 10 \quad \therefore \overline{BH} = \frac{18}{5}$$

$$\therefore \overline{HM} = \overline{BM} - \overline{BH} = 5 - \frac{18}{5} = \frac{7}{5}$$

따라서 $\triangle AHM$ 에서 $\overline{AH} \times \overline{HM} = \overline{AM} \times \overline{HI}$ 이므로

$$\frac{24}{5} \times \frac{7}{5} = 5 \times \overline{HI} \quad \therefore \overline{HI} = \frac{168}{125}$$

6 오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면

$$\overline{BH} = \overline{AD} = 7 \text{ cm}$$

$$\therefore \overline{CH} = \overline{BC} - \overline{BH} = 16 - 7 = 9 \text{ (cm)}$$

$$\triangle DHC \text{에서 } \overline{DH}^2 + 9^2 = 15^2$$

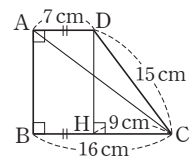
$$\overline{DH}^2 = 15^2 - 9^2 = 144$$

$$\text{이때 } \overline{DH} > 0 \text{이므로 } \overline{DH} = 12 \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{AB} = \overline{DH} = 12 \text{ cm}$$

$$\text{따라서 } \triangle ABC \text{에서 } \overline{AC}^2 = 12^2 + 16^2 = 400$$

$$\text{이때 } \overline{AC} > 0 \text{이므로 } \overline{AC} = 20 \text{ (cm)}$$



7 오른쪽 그림에서

$$\overline{BM} = \overline{CM} = \frac{1}{2} \overline{BC} = 3 \text{ (cm)}$$

$\triangle ABM$ 에서

$$\overline{AM}^2 = 4^2 + 3^2 = 25$$

$$\text{이때 } \overline{AM} > 0 \text{이므로 } \overline{AM} = 5 \text{ (cm)}$$

$\triangle ABM$ 과 $\triangle DHA$ 에서

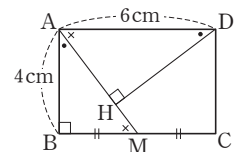
$$\angle ABM = \angle DHA = 90^\circ,$$

$$\angle BAM = 90^\circ - \angle HAD = \angle HDA \text{이므로}$$

$\triangle ABM \sim \triangle DHA$ (AA 닮음)

$$\overline{BM} : \overline{HA} = \overline{AM} : \overline{DA} \text{에서}$$

$$3 : \overline{HA} = 5 : 6, 5\overline{HA} = 18 \quad \therefore \overline{HA} = \frac{18}{5} \text{ (cm)}$$



$\overline{AB} : \overline{DH} = \overline{AM} : \overline{DA}$ 에서

$$4 : \overline{DH} = 5 : 6, 5\overline{DH} = 24 \quad \therefore \overline{DH} = \frac{24}{5}(\text{cm})$$

$$\begin{aligned} \therefore (\square DHMC \text{의 둘레의 길이}) &= \overline{DH} + \overline{HM} + \overline{MC} + \overline{CD} \\ &= \frac{24}{5} + \left(5 - \frac{18}{5}\right) + 3 + 4 \\ &= \frac{66}{5}(\text{cm}) \end{aligned}$$

- 8 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OD}$ 를 그으면

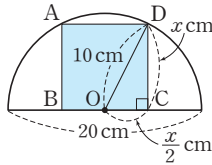
$$\overline{OD} = \frac{1}{2} \times 20 = 10(\text{cm})$$

정사각형 ABCD의 한 변의 길이를 x cm라 하면

$$\overline{OC} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{x}{2}(\text{cm})$$

$$\triangle OCD \text{에서 } \left(\frac{x}{2}\right)^2 + x^2 = 10^2, \frac{5}{4}x^2 = 100 \quad \therefore x^2 = 80$$

따라서 정사각형 ABCD의 넓이는 80 cm^2 이다.



- 9 $\triangle ABD$ 에서 $\overline{BD}^2 = 8^2 + 6^2 = 100$

이때 $\overline{BD} > 0$ 이므로 $\overline{BD} = 10(\text{cm})$

$\triangle ABD$ 에서 $\overline{AB} \times \overline{AD} = \overline{AE} \times \overline{BD}$ 이므로

$$6 \times 8 = \overline{AE} \times 10 \quad \therefore \overline{AE} = \frac{24}{5}(\text{cm})$$

또 $\overline{AD}^2 = \overline{DE} \times \overline{DB}$ 이므로

$$8^2 = \overline{DE} \times 10 \quad \therefore \overline{DE} = \frac{32}{5}(\text{cm})$$

$\triangle AED$ 에서 $\overline{AE} \times \overline{DE} = \overline{AD} \times \overline{EF}$ 이므로

$$\frac{24}{5} \times \frac{32}{5} = 8 \times \overline{EF} \quad \therefore \overline{EF} = \frac{96}{25}(\text{cm})$$

- 10 오른쪽 그림과 같이 원뿔의 꼭짓점을

A라 하고, 꼭짓점 A에서 원뿔의 밑면에 내린 수선의 발을 H라 하면

$$\overline{OA} = \overline{OB} = 15 \text{이므로}$$

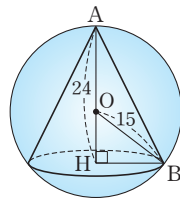
$$\overline{OH} = 24 - 15 = 9$$

$$\triangle OBH \text{에서 } 9^2 + \overline{BH}^2 = 15^2$$

$$\overline{BH}^2 = 15^2 - 9^2 = 144$$

이때 $\overline{BH} > 0$ 이므로 $\overline{BH} = 12$

따라서 원뿔의 부피는 $\frac{1}{3} \times (\pi \times 12^2) \times 24 = 1152\pi$



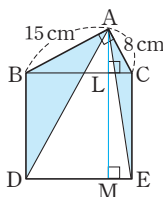
- 11 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$, $\overline{DE}$ 에 내린 수선의 발을 각각 L, M이라 하면

$$\triangle ABC \text{에서 } \overline{BC}^2 = 15^2 + 8^2 = 289$$

이때 $\overline{BC} > 0$ 이므로 $\overline{BC} = 17(\text{cm})$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$$\begin{aligned} \triangle ABD + \triangle AEC &= \frac{1}{2} \square BDML + \frac{1}{2} \square LMEC \\ &= \frac{1}{2} \square BDEC = \frac{1}{2} \times 17^2 = \frac{289}{2}(\text{cm}^2) \end{aligned}$$



다른 풀이

$$\triangle ABD = \triangle LBD = \frac{1}{2} \square BDML = \frac{1}{2} \times 15^2 = \frac{225}{2}(\text{cm}^2)$$

$$\triangle AEC = \triangle LEC = \frac{1}{2} \square LMEC = \frac{1}{2} \times 8^2 = 32(\text{cm}^2)$$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$$\triangle ABD + \triangle AEC = \frac{225}{2} + 32 = \frac{289}{2}(\text{cm}^2)$$

- 12 오른쪽 그림에서

$\triangle ABP \cong \triangle PCD$ 이므로

$\overline{AP} = \overline{PD}$, $\angle APB = \angle PDC$

$\therefore \angle APD$

$$= 180^\circ - (\angle APB + \angle DPC)$$

$$= 180^\circ - (\angle PDC + \angle DPC) = \angle C = 90^\circ$$

즉, $\triangle APD$ 는 직각이등변삼각형이고, 넓이가 10 cm^2 이므로

$$\frac{1}{2} \times \overline{AP} \times \overline{PD} = 10 \text{에서 } \overline{AP}^2 = 20$$

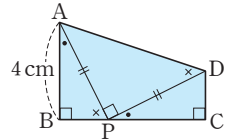
$$\triangle ABP \text{에서 } 4^2 + \overline{BP}^2 = 20$$

$$\overline{BP}^2 = 20 - 4^2 = 4$$

이때 $\overline{BP} > 0$ 이므로 $\overline{BP} = 2(\text{cm})$

따라서 $\overline{CD} = \overline{BP} = 2 \text{ cm}$, $\overline{PC} = \overline{AB} = 4 \text{ cm}$ 이므로

$$\square ABCD = \frac{1}{2} \times (4+2) \times (2+4) = 18(\text{cm}^2)$$



- 13 오른쪽 그림과 같이 $\triangle CDE$ 와 원 O

의 세 접점을 각각 P, Q, R라 하고,

원 O의 반지름의 길이를 r 라 하면

$$\overline{OP} = \overline{OQ} = \overline{OR} = r$$

이때 $\overline{CE} = \overline{BC} = 15$ 이므로

$$\triangle CDE \text{에서 } \overline{DE}^2 + 12^2 = 15^2$$

$$\overline{DE}^2 = 15^2 - 12^2 = 81$$

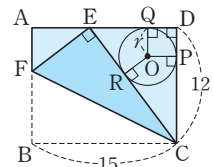
이때 $\overline{DE} > 0$ 이므로 $\overline{DE} = 9$

따라서 $\triangle CDE = \frac{1}{2} \times 9 \times 12 = 54$ 이고,

$\triangle CDE = \triangle CDO + \triangle DEO + \triangle ECO$ 이므로

$$\frac{1}{2} \times r \times (12 + 9 + 15) = 54, 18r = 54 \quad \therefore r = 3$$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 3이다.



- 14 $\triangle ABE$ 에서 $\overline{BE}^2 + 4^2 = 5^2$

$$\overline{BE}^2 = 5^2 - 4^2 = 9$$

이때 $\overline{BE} > 0$ 이므로 $\overline{BE} = 3$

주어진 그림에서 4개의 직각삼각형이 합동이므로 $\square EFGH$ 는 정사각형이고 $\overline{AH} = \overline{BE} = 3$

즉, $\overline{EH} = \overline{AE} - \overline{AH} = 4 - 3 = 1$ 이므로

$$\square EFGH = 1^2 = 1$$

- 15 ㄱ. $\triangle ADC$ 에서 $\angle C = 90^\circ$ 이므로 $x^2 + y^2 = b^2$

ㄴ. $\triangle ABD$ 에서 $\angle BAD < 90^\circ$ 이므로 $a^2 < b^2 + c^2$

ㄷ. $\triangle ABD$ 에서 $\angle ADB > 90^\circ$ 이므로 $c^2 > a^2 + b^2$

그런데 $b^2 = x^2 + y^2$ 이므로 $c^2 > a^2 + x^2 + y^2$

∴ $\triangle ABD$ 에서 $\angle B < 90^\circ$ 이므로 $b^2 < a^2 + c^2$
 그런데 $b^2 = x^2 + y^2$ 이므로 $x^2 + y^2 < a^2 + c^2$
 따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

- 16 주어진 5개의 선분 중에서 3개를 골라 삼각형을 만들 수 있는 경우를 순서쌍으로 각각 나타내면

(i) 가장 긴 변의 길이가 11인 경우

(11, 4, 8), (11, 4, 9), (11, 6, 8), (11, 6, 9),
 (11, 8, 9)

(ii) 가장 긴 변의 길이가 9인 경우

(9, 4, 6), (9, 4, 8), (9, 6, 8)

(iii) 가장 긴 변의 길이가 8인 경우

(8, 4, 6)

따라서 (i)~(iii)에서

$11^2 > 4^2 + 8^2 \Rightarrow$ 둔각삼각형, $11^2 > 4^2 + 9^2 \Rightarrow$ 둔각삼각형,
 $11^2 > 6^2 + 8^2 \Rightarrow$ 둔각삼각형, $11^2 > 6^2 + 9^2 \Rightarrow$ 둔각삼각형,
 $11^2 < 8^2 + 9^2 \Rightarrow$ 예각삼각형, $9^2 > 4^2 + 6^2 \Rightarrow$ 둔각삼각형,
 $9^2 > 4^2 + 8^2 \Rightarrow$ 둔각삼각형, $9^2 < 6^2 + 8^2 \Rightarrow$ 예각삼각형,
 $8^2 > 4^2 + 6^2 \Rightarrow$ 둔각삼각형

즉, $a=2$, $b=7$ 이므로 $b-a=7-2=5$

- 17 $\triangle ADE$ 와 $\triangle ABC$ 에서

$\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{AE} : \overline{AC} = 1 : 3$, $\angle A$ 는 공통이므로

$\triangle ADE \sim \triangle ABC$ (SAS 닮음)

즉, $\overline{DE} : \overline{BC} = 1 : 3$ 이므로

$\overline{DE} = a$, $\overline{BC} = 3a$ ($a > 0$)라 하면

$\overline{DE}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{BE}^2 + \overline{CD}^2$ 에서

$a^2 + (3a)^2 = 90$, $10a^2 = 90$, $a^2 = 9$

이때 $a > 0$ 이므로 $a = 3$

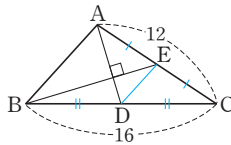
$\therefore \overline{BC} = 3 \times 3 = 9$

- 18 오른쪽 그림과 같이 $\overline{DE}$ 를 그으면 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의해

$$\overline{DE} = \frac{1}{2} \overline{AB}$$

$\square ABDE$ 에서 $\overline{AB}^2 + \overline{DE}^2 = \overline{AE}^2 + \overline{BD}^2$ 이므로

$$\overline{AB}^2 + \left(\frac{1}{2} \overline{AB}\right)^2 = 6^2 + 8^2, \quad \frac{5}{4} \overline{AB}^2 = 100 \quad \therefore \overline{AB}^2 = 80$$



- 19 $\triangle ABD$ 에서 $\overline{BD}^2 = 15^2 + 20^2 = 625$

이때 $\overline{BD} > 0$ 이므로 $\overline{BD} = 25$

$\overline{AB} \times \overline{AD} = \overline{AE} \times \overline{BD}$ 에서

$$15 \times 20 = \overline{AE} \times 25 \quad \therefore \overline{AE} = 12$$

$$\overline{AB}^2 = \overline{BE} \times \overline{BD} \text{에서 } 15^2 = \overline{BE} \times 25 \quad \therefore \overline{BE} = 9$$

$$\therefore \overline{DE} = \overline{BD} - \overline{BE} = 25 - 9 = 16$$

이때 $\overline{AE}^2 + \overline{CE}^2 = \overline{BE}^2 + \overline{DE}^2$ 이므로

$$12^2 + \overline{CE}^2 = 9^2 + 16^2$$

$$\therefore \overline{CE}^2 = 9^2 + 16^2 - 12^2 = 193$$

- 20 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AH}$ 를 긋고,

색칠한 부분의 넓이를 각각

$S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6$ 이라 하면

(색칠한 부분의 넓이)

$$= (S_1 + S_2) + (S_3 + S_4) + (S_5 + S_6)$$

$$= \triangle ABC$$

$$+ \{(\overline{AB} \text{를 지름으로 하는 반원의 넓이}) - \triangle ABH\}$$

$$+ \{(\overline{AC} \text{를 지름으로 하는 반원의 넓이}) - \triangle AHC\}$$

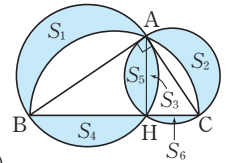
$$= \{\triangle ABC - (\triangle ABH + \triangle AHC)\}$$

$$+ \{(\overline{AB} \text{를 지름으로 하는 반원의 넓이})$$

$$+ (\overline{AC} \text{를 지름으로 하는 반원의 넓이})\}$$

$$= (\overline{BC} \text{를 지름으로 하는 반원의 넓이})$$

$$= \frac{1}{2} \times \pi \times \left(\frac{1}{2} \times 12\right)^2 = 18\pi (\text{cm}^2)$$



- 21 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$ 를 긋고, 색

칠한 부분의 넓이를 각각 $S_1, S_2,$

S_3, S_4 라 하면

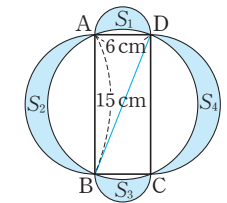
(색칠한 부분의 넓이)

$$= (S_1 + S_2) + (S_3 + S_4)$$

$$= \triangle ABD + \triangle BCD$$

$$= \square ABCD$$

$$= 15 \times 6 = 90 (\text{cm}^2)$$



- 22 오른쪽 그림과 같은 원기

둥의 옆면의 전개도에서

구하는 최단 거리는 $\overline{AB''}$

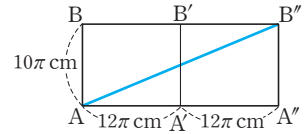
의 길이와 같다.

따라서 $\overline{AA'}$, $\overline{A'A''}$ 의 길이는 밑면의 둘레의 길이와 같으므로

$$\overline{AA'} = \overline{A'A''} = 2\pi \times 6 = 12\pi (\text{cm})$$

$$\triangle AA''B'' \text{에서 } \overline{AB''}^2 = (10\pi)^2 + (24\pi)^2 = 676\pi^2$$

$$\text{이때 } \overline{AB''} > 0 \text{이므로 } \overline{AB''} = 26\pi (\text{cm})$$



- 23 점 A와 x축에 대하여 대칭인 점을 A'

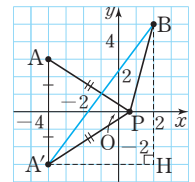
이라 하면 $A'(-4, -3)$

$\overline{AP} + \overline{BP} = \overline{A'P} + \overline{BP} \geq \overline{A'B}$ 이고,

$\triangle A'HB$ 에서 $\overline{A'B}^2 = 6^2 + 8^2 = 100$

이때 $\overline{A'B} > 0$ 이므로 $\overline{A'B} = 10$

따라서 구하는 최소 길이는 10이다.



- 24 **길잡이** 두 사각형 PQRS와 EFGH가 정사각형임을 알고 $\square PQRS$ 의 한 변의 길이를 구해 본다.

$\overline{AE} = x$ cm라 하면 $\overline{BE} = (10 - x)$ cm

이때 $\overline{AE} = \overline{PE}$, $\overline{BE} = \overline{QE}$ 이므로

$$\overline{PQ} = \overline{EQ} - \overline{EP} = (10 - x) - x = 10 - 2x (\text{cm})$$

$$\text{마찬가지로 } \overline{PQ} = \overline{QR} = \overline{RS} = \overline{SP}$$

또 $\angle HPE = \angle A = 90^\circ$ 이므로 $\angle SPQ = 90^\circ$

마찬가지로 $\angle SPQ = \angle PQR = \angle QRS = \angle RSP = 90^\circ$

즉, $\square PQRS$ 는 정사각형이고, 넓이가 16cm^2 이므로 한 변의 길이는 4cm 이다. 즉,

$$10 - 2x = 4, 2x = 6 \quad \therefore x = 3$$

$$\therefore \overline{BF} = \overline{AE} = 3\text{cm}, \overline{BE} = 10 - 3 = 7(\text{cm})$$

$$\triangle BEF \text{에서 } \overline{EF}^2 = 3^2 + 7^2 = 58$$

이때 $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$ 이고,

$$\overline{AE} = \overline{BF} = \overline{CG} = \overline{DH}, \overline{AH} = \overline{BE} = \overline{CF} = \overline{DG} \text{이므로}$$

$$\triangle AEH \equiv \triangle BFE \equiv \triangle CGF \equiv \triangle DHG \text{ (SAS 합동)}$$

$$\text{즉, } \angle HEF = \angle EFG = \angle FGH = \angle GHE = 90^\circ,$$

$$\overline{EF} = \overline{FG} = \overline{GH} = \overline{HE} \text{이므로 } \square EFGH \text{는 정사각형이다.}$$

$$\therefore \square EFGH = \overline{EF}^2 = 58(\text{cm}^2)$$

- 25 [길잡이]** 직각삼각형에서 빗변을 한 변으로 하는 정사각형의 넓이가 나머지 두 변을 각각 한 변으로 하는 두 정사각형의 넓이의 합과 같음을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 각 꽃

밭의 넓이를 $S_1, S_2, S_3, \dots,$

S_{10} 이라 하면

(채송화가 심어진 꽃밭의 넓이의 합)

$$= (S_1 + S_2) + S_4 + (S_6 + S_7) + S_9$$

$$= (S_3 + S_4) + (S_8 + S_9)$$

$$= S_5 + S_{10}$$

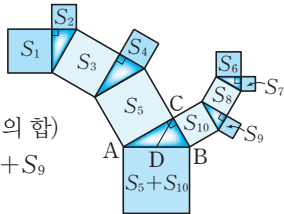
그런데 $\overline{AB}$ 를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는 $S_5 + S_{10}$

$$\text{이고 } S_5 + S_{10} = 324(\text{m}^2) \text{이므로 } \overline{AB}^2 = 324$$

$$\text{이때 } \overline{AB} > 0 \text{이므로 } \overline{AB} = 18(\text{m})$$

점 D는 직각삼각형 ABC의 외심이므로

$$(\text{다리의 길이}) = \overline{CD} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 18 = 9(\text{m})$$



- 26 [길잡이]** 삼각형의 세 변의 길이 사이의 관계와 직각삼각형의 세 반원 사이의 관계를 이용한다.

삼각형의 세 변의 길이를 각각 a, b, c (c 가 가장 긴 변의 길이)라 하면 이 세 변을 각각 지름으로 하는 반원의 넓이는

$$\frac{1}{8}a^2\pi, \frac{1}{8}b^2\pi, \frac{1}{8}c^2\pi$$

ㄱ. 예각삼각형인 경우는 $c^2 < a^2 + b^2$ 이므로

$$\frac{1}{8}c^2\pi < \frac{1}{8}a^2\pi + \frac{1}{8}b^2\pi$$

즉, 가장 큰 반원의 넓이는 나머지 두 반원의 넓이의 합보다 작다.

ㄴ. 직각삼각형인 경우는 $c^2 = a^2 + b^2$ 이므로

$$\frac{1}{8}c^2\pi = \frac{1}{8}a^2\pi + \frac{1}{8}b^2\pi$$

즉, 가장 큰 반원의 넓이는 나머지 두 반원의 넓이의 합과 같다.

ㄷ. 둔각삼각형인 경우는 $c^2 > a^2 + b^2$ 이므로

$$\frac{1}{8}c^2\pi > \frac{1}{8}a^2\pi + \frac{1}{8}b^2\pi$$

즉, 가장 큰 반원의 넓이는 나머지 두 반원의 넓이의 합보다 크다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

01 $\frac{2}{3}\text{cm}$ 02 258 03 3cm 04 12km

- 01 [길잡이]** 원의 반지름의 길이를 $r\text{cm}$ 라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 r 에 대한 식으로 나타낸다.

오른쪽 그림과 같이 양 끝의

두 원의 중심을 각각 P, Q, 세

점 P, Q, B에서 각각 $\overline{AB}$,

$\overline{BC}$, $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을

차례로 D, E, F라 하고, $\overline{PQ}$ 와

$\overline{BF}$ 의 교점을 H, 원의 반지름

의 길이를 $r\text{cm}$ 라 하면

$$\overline{PD} = \overline{QE} = \overline{HF} = r\text{cm}, \overline{PQ} = 10r\text{cm}$$

$$\triangle ABC \text{에서 } \overline{AC}^2 = 6^2 + 8^2 = 100$$

$$\text{이때 } \overline{AC} > 0 \text{이므로 } \overline{AC} = 10(\text{cm})$$

$$\text{한편, } \overline{AB} \times \overline{BC} = \overline{AC} \times \overline{BF} \text{이므로}$$

$$6 \times 8 = 10 \times \overline{BF} \quad \therefore \overline{BF} = \frac{24}{5}(\text{cm})$$

$$\triangle ABC = \square APQC + \triangle PAB + \triangle QBC + \triangle PBQ \text{이므로}$$

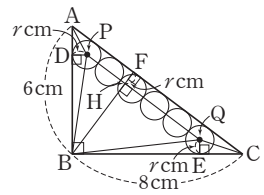
$$\frac{1}{2} \times 8 \times 6 = \frac{1}{2} \times (10 + 10r) \times r + \frac{1}{2} \times 6 \times r + \frac{1}{2} \times 8 \times r$$

$$+ \frac{1}{2} \times 10r \times \left(\frac{24}{5} - r \right)$$

$$24 = (5r + 5r^2) + 3r + 4r + (24r - 5r^2)$$

$$36r = 24 \quad \therefore r = \frac{2}{3}$$

따라서 원의 반지름의 길이는 $\frac{2}{3}\text{cm}$ 이다.



- 02 [길잡이]** 점 E, F에서 각각 $\overline{DB}$, $\overline{GC}$ 의 연장선에 수선을 그어 직각삼각형을 만든 후 $\triangle DEB$ 와 $\triangle CFG$ 의 높이와 넓이를 각각 구한다.

$$\square DBAI = 8^2 = 64, \square ACGH = 5^2 = 25$$

$$\therefore \square BEFC = \square DBAI + \square ACGH$$

$$= 64 + 25 = 89$$

$$\overline{AI} = \overline{AB} = 8, \overline{AH} = \overline{AC} = 5,$$

$$\angle IAH = \angle BAC = 90^\circ (\text{맞꼭지각}) \text{이므로}$$

$$\triangle AHI = \frac{1}{2} \times 8 \times 5 = 20$$

오른쪽 그림과 같이 점 E에서 $\overline{DB}$

의 연장선에 내린 수선의 발을 P,

점 F에서 $\overline{GC}$ 의 연장선에 내린 수

선의 발을 Q라 하면

$$\triangle PBE \text{와 } \triangle ABC \text{에서}$$

$$\angle BPE = \angle BAC = 90^\circ, \overline{BE} = \overline{BC},$$

$$\angle PBE = 90^\circ - \angle PBC = \angle ABC \text{이므로}$$

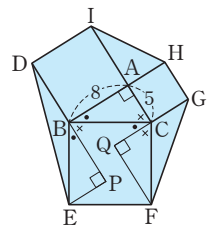
$$\triangle PBE \equiv \triangle ABC \text{ (RHA 합동)}$$

$$\therefore \overline{PE} = \overline{AC} = 5$$

$$\therefore \triangle DEB = \frac{1}{2} \times \overline{DB} \times \overline{PE} = \frac{1}{2} \times 8 \times 5 = 20$$

같은 방법으로 $\triangle QFC \equiv \triangle ABC$ (RHA 합동)이므로

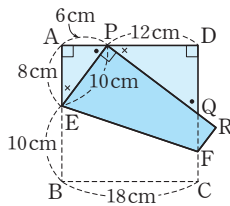
$$\overline{QF} = \overline{AB} = 8$$



$$\begin{aligned}\therefore \triangle CFG &= \frac{1}{2} \times \overline{CG} \times \overline{QF} = \frac{1}{2} \times 5 \times 8 = 20 \\ \therefore (\text{육각형 DEFGHI의 넓이}) \\ &= \square DBAI + \square ACGH + \square BEFC \\ &\quad + \triangle ABC + \triangle AHI + \triangle DEB + \triangle CFG \\ &= 64 + 25 + 89 + 4 \times 20 \\ &= 258\end{aligned}$$

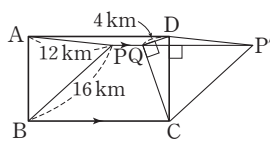
03 **길잡이** $\triangle AEP \sim \triangle DPQ$ (AA 닮음)임을 이용한다.

$$\begin{aligned}\overline{AE} : \overline{AP} &= 4 : 3 \text{이므로} \\ \overline{AE} &= 4a \text{ cm}, \overline{AP} = 3a \text{ cm} (a > 0) \text{라 하면} \\ \overline{EP}^2 &= (3a)^2 + (4a)^2 = 25a^2 \\ \text{이때 } \overline{EP} > 0 \text{이므로 } \overline{EP} &= 5a \text{ (cm)} \\ \therefore \overline{EB} &= \overline{EP} = 5a \text{ cm} \\ \text{이때 } \overline{AB} &= \overline{AE} + \overline{EB} = 18 \text{ cm이므로} \\ 4a + 5a &= 18, 9a = 18 \quad \therefore a = 2 \\ \text{즉, } \overline{AE} &= 4 \times 2 = 8 \text{ (cm)}, \overline{AP} = 3 \times 2 = 6 \text{ (cm)}, \\ \overline{EB} &= \overline{EP} = 5 \times 2 = 10 \text{ (cm)} \\ \text{또 } \triangle AEP \text{와 } \triangle DPQ \text{에서} \\ \angle A &= \angle D = 90^\circ, \angle AEP = 90^\circ - \angle APE = \angle DPQ \text{이므로} \\ \triangle AEP &\sim \triangle DPQ \text{ (AA 닮음)} \\ \text{따라서 오른쪽 그림에서} \\ \overline{AE} : \overline{DP} &= \overline{EP} : \overline{PQ} \text{이므로} \\ 8 : 12 &= 10 : \overline{PQ} \\ 8\overline{PQ} &= 120 \\ \therefore \overline{PQ} &= 15 \text{ (cm)} \\ \text{이때 } \overline{PR} &= \overline{BC} = 18 \text{ cm이므로} \\ \overline{QR} &= \overline{PR} - \overline{PQ} = 18 - 15 = 3 \text{ (cm)}\end{aligned}$$



04 **길잡이** $\overline{AB}$ 와 $\overline{DC}$ 가 일치하도록 $\triangle ABP$ 를 평행이동시켜 두 대각선이 직교하는 사각형을 만든다.

$$\begin{aligned}\text{오른쪽 그림과 같이 } \triangle ABP \text{를 } \overline{AB} \text{와 } \overline{DC} \text{가 일치하도록} \\ \text{평행이동시키면 } \square DQCP' \text{에서 } \overline{DC} \perp \overline{QP'} \text{이므로} \\ 4^2 + 16^2 &= 12^2 + \overline{CQ}^2, \overline{CQ}^2 = 4^2 + 16^2 - 12^2 = 128 \\ \triangle DQC \text{에서 } \overline{CD}^2 &= 4^2 + 128 = 144 \\ \text{이때 } \overline{CD} > 0 \text{이므로 } \overline{CD} &= 12 \text{ (km)}\end{aligned}$$



1 작은 피자와 큰 피자의 닮음비는 $35 : 40 = 7 : 8$ 이므로 넓이의 비는

$$7^2 : 8^2 = 49 : 64 \quad \dots (i)$$

작은 피자 5개와 큰 피자 4개의 넓이의 비는

$$49 \times 5 : 64 \times 4 = 245 : 256 \quad \dots (ii)$$

이때 작은 피자 5개와 큰 피자 4개의 가격은 모두 8만 원으로 같고, 작은 피자 5개보다 큰 피자 4개의 양이 더 많으므로 큰 피자 4개를 사는 것이 경제적으로 더 유리하다. $\dots (iii)$

채점 기준	비율
(i) 작은 피자와 큰 피자의 넓이의 비 구하기	30 %
(ii) 작은 피자 5개와 큰 피자 4개의 넓이의 비 구하기	30 %
(iii) 작은 피자 5개와 큰 피자 4개의 가격에 따른 양 비교하기	40 %

2 $\triangle ADC$ 와 $\triangle BED$ 에서

$$\begin{aligned}\angle A &= \angle B = 60^\circ \\ \angle ADC &= 180^\circ - (60^\circ + \angle BDE) \\ &= \angle BED\end{aligned}$$

$$\therefore \triangle ADC \sim \triangle BED \text{ (AA 닮음)}$$

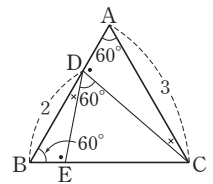
$\dots (i)$

$$\overline{AD} = \overline{AB} - \overline{DB} = 3 - 2 = 1 \text{이고,}$$

$\dots (ii)$

$$\overline{AC} : \overline{BD} = \overline{AD} : \overline{BE} \text{이므로}$$

$$3 : 2 = 1 : \overline{BE}, 3\overline{BE} = 2 \quad \therefore \overline{BE} = \frac{2}{3} \quad \dots (iii)$$



채점 기준	비율
(i) $\triangle ADC \sim \triangle BED$ 임을 보이기	40 %
(ii) $\overline{AD}$ 의 길이 구하기	20 %
(iii) $\overline{BE}$ 의 길이 구하기	40 %

3 (1) $\overline{BC} = x$ cm라 하면

$$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BE} : \overline{CE} \text{이므로}$$

$$4 : 2 = (x + 3) : 3, 2(x + 3) = 12, 2x = 6$$

$$\therefore x = 3 \quad \therefore \overline{BC} = 3 \text{ cm} \quad \dots (i)$$

(2) $\overline{BD} = y$ cm라 하면

$$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD} \text{이므로}$$

$$4 : 2 = y : (3 - y), 2y = 4(3 - y), 6y = 12$$

$$\therefore y = 2 \quad \therefore \overline{BD} = 2 \text{ cm} \quad \dots (ii)$$

채점 기준	비율
(i) $\overline{BC}$ 의 길이 구하기	50 %
(ii) $\overline{BD}$ 의 길이 구하기	50 %

4 (1) $\square AQCP$ 가 마름모이므로

$$\overline{AC} \perp \overline{PQ}, \overline{AO} = \overline{CO}, \overline{PO} = \overline{QO}$$

$$\therefore \overline{CO} = \frac{1}{2} \overline{AC} = \frac{1}{2} \times 10 = 5 \quad \dots (i)$$

(2) $\triangle COQ$ 와 $\triangle CBA$ 에서

$$\angle COQ = \angle CBA = 90^\circ, \angle OCQ \text{는 공통이므로}$$

$$\triangle COQ \sim \triangle CBA \text{ (AA 닮음)} \quad \dots (ii)$$

P. 76~77

3~5 서술형 완성하기

[과정은 풀이 참조]

1 큰 피자 4개를 사는 것

$$2 \frac{2}{3}$$

3 (1) 3 cm (2) 2 cm **4** (1) 5 (2) $\frac{15}{4}$ (3) 4 : 3

5 3 cm **6** $\frac{200}{3}$ cm² **7** 36 **8** 50 cm

즉, $\overline{CO} : \overline{CB} = \overline{OQ} : \overline{BA}$ 이므로
 $5 : 8 = \overline{OQ} : 6$, $8\overline{OQ} = 30$
 $\therefore \overline{OQ} = \frac{15}{4}$... (iii)
 (3) $\overline{PQ} = 2\overline{OQ} = 2 \times \frac{15}{4} = \frac{15}{2}$
 $\therefore \overline{AC} : \overline{PQ} = 10 : \frac{15}{2} = 4 : 3$... (iv)

채점 기준	비율
(i) $\overline{CO}$ 의 길이 구하기	20 %
(ii) $\triangle COQ \sim \triangle CBA$ 임을 보이기	30 %
(iii) $\overline{OQ}$ 의 길이 구하기	30 %
(iv) $\overline{AC} : \overline{PQ}$ 구하기	20 %

5 $\triangle EBC$ 에서 $\overline{BD} = \overline{DC}$, $\overline{FD} \parallel \overline{EC}$ 이므로 $\overline{BF} = \overline{FE}$
 $\therefore \overline{FD} = \frac{1}{2} \overline{EC} = \frac{1}{2} \times 4 = 2(\text{cm})$... (i)
 $\triangle AFD$ 에서 $\overline{AG} = \overline{GD}$, $\overline{EG} \parallel \overline{FD}$ 이므로 $\overline{AE} = \overline{EF}$
 $\therefore \overline{EG} = \frac{1}{2} \overline{FD} = \frac{1}{2} \times 2 = 1(\text{cm})$... (ii)
 $\therefore \overline{GC} = \overline{EC} - \overline{EG} = 4 - 1 = 3(\text{cm})$... (iii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{FD}$ 의 길이 구하기	40 %
(ii) $\overline{EG}$ 의 길이 구하기	40 %
(iii) $\overline{GC}$ 의 길이 구하기	20 %

6 $\overline{QD} = \overline{AD} = 20 \text{ cm}$ 이므로
 $\triangle DQC$ 에서 $\overline{QC}^2 + 12^2 = 20^2$, $\overline{QC}^2 = 20^2 - 12^2 = 256$
 이때 $\overline{QC} > 0$ 이므로 $\overline{QC} = 16(\text{cm})$
 $\therefore \overline{BQ} = \overline{BC} - \overline{QC} = 20 - 16 = 4(\text{cm})$... (i)
 $\triangle PBQ$ 와 $\triangle QCD$ 에서
 $\angle B = \angle C = 90^\circ$, $\angle BPQ = 90^\circ - \angle PQB = \angle CQD$ 이므로
 $\triangle PBQ \sim \triangle QCD$ (AA 닮음)
 따라서 $\overline{BQ} : \overline{CD} = \overline{PQ} : \overline{QD}$ 이므로
 $4 : 12 = \overline{PQ} : 20$, $12\overline{PQ} = 80$ $\therefore \overline{PQ} = \frac{20}{3}(\text{cm})$... (ii)
 $\therefore \triangle PQD = \frac{1}{2} \times \overline{PQ} \times \overline{QD}$
 $= \frac{1}{2} \times \frac{20}{3} \times 20 = \frac{200}{3}(\text{cm}^2)$... (iii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{BQ}$ 의 길이 구하기	30 %
(ii) $\overline{PQ}$ 의 길이 구하기	40 %
(iii) $\triangle PQD$ 의 넓이 구하기	30 %

7 점 G는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로
 $\triangle ABG = \triangle ACG = \triangle BCG = \frac{1}{3} \triangle ABC$
 두 점 E, F는 각각 $\overline{BG}$, $\overline{CG}$ 의 중점이므로
 $\triangle AEG = \frac{1}{2} \triangle ABG = \frac{1}{6} \triangle ABC$... ㉠

$\triangle AFG = \frac{1}{2} \triangle ACG = \frac{1}{6} \triangle ABC$... ㉡ ... (i)

또 $\triangle GEF$ 와 $\triangle GBC$ 에서
 $\overline{GE} : \overline{GB} = \overline{GF} : \overline{GC} = 1 : 2$, $\angle BGC$ 는 공통이므로
 $\triangle GEF \sim \triangle GBC$ (SAS 닮음) ... (ii)

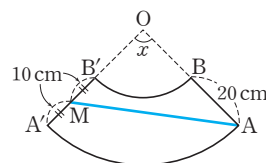
이때 닮음비는 $1 : 2$ 이므로
 $\triangle GEF : \triangle GBC = 1^2 : 2^2 = 1 : 4$
 $\therefore \triangle GEF = \frac{1}{4} \triangle GBC = \frac{1}{12} \triangle ABC$... ㉢ ... (iii)

따라서 ㉠, ㉡, ㉢에 의해
 $\triangle AEF = \triangle AEG + \triangle AFG + \triangle GEF$
 $= \frac{1}{6} \triangle ABC + \frac{1}{6} \triangle ABC + \frac{1}{12} \triangle ABC$
 $= \frac{5}{12} \triangle ABC$... (iv)

$\therefore \triangle ABC = \frac{12}{5} \triangle AEF = \frac{12}{5} \times 15 = 36$... (v)

채점 기준	비율
(i) $\triangle AEG$ 와 $\triangle AFG$ 의 넓이가 $\triangle ABC$ 의 넓이의 몇 배인지 구하기	20 %
(ii) $\triangle GEF \sim \triangle GBC$ 임을 보이기	30 %
(iii) $\triangle GEF$ 의 넓이가 $\triangle ABC$ 의 넓이의 몇 배인지 구하기	30 %
(iv) $\triangle AEF$ 의 넓이가 $\triangle ABC$ 의 넓이의 몇 배인지 구하기	10 %
(v) $\triangle ABC$ 의 넓이 구하기	10 %

8 오른쪽 그림과 같은 원뿔대의 옆면의 전개도에서 구하는 최단 거리는 $\overline{AM}$ 의 길이와 같다. ... (i)
 이때 처음 원뿔의 꼭짓점을 O라 하면 원뿔대의 두 밑면의 반지름의 길이가 각각 5 cm, 10 cm이므로 $\overline{OB} : \overline{OA} = 5 : 10 = 1 : 2$
 즉, $\overline{OB} : (\overline{OB} + 20) = 1 : 2$ 에서
 $\overline{OB} = 20(\text{cm})$... (ii)
 $\angle A'OA = \angle x$ 라 하면 부채꼴의 호의 길이는 밑면인 원의 둘레의 길이와 같으므로
 $2\pi \times 40 \times \frac{x}{360} = 2\pi \times 10$
 $\therefore \angle x = 90^\circ$... (iii)
 따라서 $\triangle OMA$ 에서
 $\overline{AM}^2 = 40^2 + (20 + 10)^2 = 2500$
 이때 $\overline{AM} > 0$ 이므로 $\overline{AM} = 50(\text{cm})$... (iv)



채점 기준	비율
(i) 원뿔대의 전개도를 그리고, 최단 거리 표시하기	20 %
(ii) $\overline{OB}$ 의 길이 구하기	20 %
(iii) 부채꼴의 중심각의 크기 구하기	30 %
(iv) 최단 거리 구하기	30 %

6. 경우의 수

P. 80~82 개념+ 문제 확인하기

- 1 ② 2 9 3 ③ 4 288 5 9
 6 ③ 7 ④ 8 ③ 9 12 10 17개
 11 ② 12 ④ 13 6 14 48경기 15 15개
 16 ② 17 ③

- 1 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 두 눈의 수의 곱이 6인 경우를 순서쌍으로 나타내면
 (1, 6), (2, 3), (3, 2), (6, 1)
 이므로 구하는 경우의 수는 4이다.

- 2 400원을 지불하는 경우를 표로 나타내면 다음과 같다.

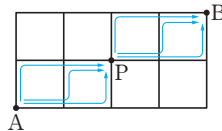
100원짜리(개)	4	3	3	2	2	1	1	0	0
50원짜리(개)	0	2	1	4	3	6	5	8	7
10원짜리(개)	0	0	5	0	5	0	5	0	5

따라서 지불하는 경우의 수는 9이다.

- 3 카드에 적힌 수가 3의 배수인 경우는
 3, 6, 9, 12, 15, 18의 6가지
 카드에 적힌 수가 7의 배수인 경우는 7, 14의 2가지
 따라서 구하는 경우의 수는
 $6+2=8$
- 4 동전 1개를 던질 때 일어나는 경우는 앞면과 뒷면의 2가지이고, 주사위 1개를 던질 때 일어나는 경우는 1에서 6까지의 6가지이다.
 따라서 구하는 경우의 수는
 $2 \times 2 \times 2 \times 6 \times 6 = 288$

- 5 인천에서 도교를 거쳐 로스앤젤레스로 가는 경우의 수는
 $2 \times 3 = 6$
 인천에서 도교를 거치지 않고 로스앤젤레스로 가는 경우의 수는 3
 따라서 구하는 경우의 수는
 $6+3=9$

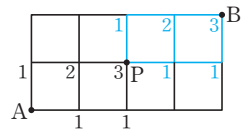
- 6 A 지점에서 P 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는 3
 P 지점에서 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는 3
 따라서 구하는 경우의 수는
 $3 \times 3 = 9$



다른 풀이

최단 거리로 가는 경우의 수는 진행 방향의 수끼리의 합으로 구할 수도 있다.

오른쪽 그림에서 A 지점에서 P 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는 3



P 지점에서 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는 3

따라서 구하는 경우의 수는 $3 \times 3 = 9$

- 7 4명을 한 줄로 세우는 경우의 수는 $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

① (1, 3), (2, 2), (3, 1) $\Rightarrow$ 3

② $3 \times 3 \times 3 = 27$

③ $4 \times 4 = 16$

④ $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

⑤ $5 \times 4 \times 3 \times 2 = 120$

따라서 주어진 경우의 수와 같은 것은 ④이다.

- 8 모음은 A, I이므로 A, I를 하나로 묶어 5개의 문자를 일렬로 배열하는 경우의 수는

$$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

이때 A와 I가 자리를 바꾸는 경우의 수는 2

따라서 구하는 경우의 수는

$$120 \times 2 = 240$$

- 9 처음과 마지막 주자가 남학생인 경우의 수는
 (수찬, □, □, □, 병욱), (병욱, □, □, □, 수찬)
 의 2

여학생이 달리는 순서를 정하는 경우의 수는

$$3 \times 2 \times 1 = 6$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$2 \times 6 = 12$$

- 10 (i) 1□□인 경우: 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 1을 제외한 4개, 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 1과 십의 자리의 숫자를 제외한 3개이므로

$$4 \times 3 = 12(\text{개})$$

(ii) 21□인 경우: 213, 214, 215의 3개

(iii) 23□인 경우: 231, 234의 2개

따라서 (i)~(iii)에 의해 구하는 자연수의 개수는

$$12+3+2=17(\text{개})$$

- 11 홀수가 되려면 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 1 또는 3 또는 5이고 0은 백의 자리에 올 수 없으므로

(i) □□1인 경우: $3 \times 3 = 9(\text{개})$

(ii) □□3인 경우: $3 \times 3 = 9(\text{개})$

(iii) □□5인 경우: $3 \times 3 = 9(\text{개})$

따라서 (i)~(iii)에 의해 구하는 홀수의 개수는

$$9+9+9=27(\text{개})$$

- 12 6명 중에서 자격이 다른 2명을 뽑는 경우의 수이므로

$$6 \times 5 = 30$$

- 13 4명 중에서 자격이 같은 2명을 뽑는 경우의 수이므로

$$\frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$$

- 14 4팀이 속한 한 조에서 치르는 경기 수는 4명 중에서 자격이 같은 2명을 뽑는 경우의 수와 같으므로

$$\frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6(\text{경기})$$

따라서 8개 조에서 치르는 모든 경기 수는
 $6 \times 8 = 48(\text{경기})$

- 15 만들 수 있는 선분의 개수는 6개의 점 중에서 순서를 생각하지 않고 2개를 뽑는 경우의 수와 같으므로

$$\frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15(\text{개})$$

- 16 8개의 점 중에서 순서를 생각하지 않고 3개를 뽑는 경우의 수는 $\frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} = 56$

그런데 한 직선 위에 있는 세 점으로는 삼각형을 만들 수 없으므로 한 직선 위에 있는 세 점을 뽑는 경우, 즉 4가지 경우는 제외해야 한다.

따라서 만들 수 있는 삼각형의 개수는
 $56 - 4 = 52(\text{개})$

- 17 서로 다른 맛의 아이스크림 8개 중에서 순서를 생각하지 않고 5개를 뽑는 경우의 수이므로

$$\frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 56$$

P. 83~87 나신 5% 따라잡기				
1 6	2 ①	3 8	4 ②	5 ③
6 51점	7 ③	8 21	9 16	10 ③
11 37	12 ②	13 ①	14 72	15 24
16 66번째	17 ③	18 20	19 ③	20 ④
21 182개	22 78개	23 5860	24 35	25 6
26 ②	27 34	28 18번	29 45	30 ②
31 1560개	32 16	33 10		

- 1 각각의 주머니에서 꺼낸 3개의 공에 적혀 있는 숫자의 합이 5가 되는 경우를 순서쌍으로 나타내면
 (1, 1, 3), (1, 2, 2), (1, 3, 1),
 (2, 1, 2), (2, 2, 1), (3, 1, 1)
 이므로 구하는 경우의 수는 6이다.

- 2 두 직선 $y = ax + 1$ 과 $y = (2b - 1)x + a$ 가 서로 평행하려면 두 직선의 기울기는 같고 y 절편은 달라야 하므로 $a = 2b - 1$ 이고 $a \neq 1$ 이어야 한다.

(i) $b = 1$ 일 때, $a = 2 \times 1 - 1 = 1$

그런데 $a \neq 1$ 이어야 하므로 조건을 만족시키지 않는다.

(ii) $b = 2$ 일 때, $a = 2 \times 2 - 1 = 3$

(iii) $b = 3$ 일 때, $a = 2 \times 3 - 1 = 5$

(iv) $b \geq 4$ 일 때, $a > 6$ 이므로 조건을 만족시키지 않는다.

따라서 (i)~(iv)에 의해 주어진 조건을 만족시키는 순서쌍 (a, b) 는 (3, 2), (5, 3)이므로 구하는 경우의 수는 2이다.

- 3 지불할 수 있는 금액을 표로 나타내면 다음과 같다.

	50원짜리(개)			
100원짜리(개)	1	2	3	4
1	150원	200원	250원	300원
2	250원	300원	350원	400원
3	350원	400원	450원	500원

따라서 지불할 수 있는 모든 금액은

150원, 200원, 250원, 300원, 350원, 400원, 450원, 500원
 이므로 구하는 경우의 수는 8이다.

- 4 삼각형의 가장 긴 변의 길이는 나머지 두 변의 길이의 합보다 짧아야 한다.

이때 선택하는 3개의 선분의 길이를 각각 a cm, b cm, c cm ($a < b < c$)라 하면 $a + b > c$ 를 만족시키는 순서쌍 (a, b, c) 는 (3, 5, 6), (3, 5, 7), (3, 6, 7), (3, 7, 9),

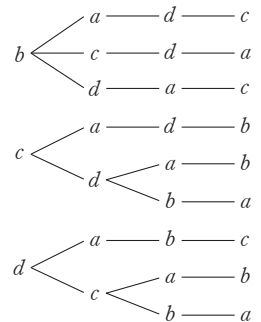
(5, 6, 7), (5, 6, 9), (5, 7, 9), (6, 7, 9)

따라서 만들 수 있는 삼각형의 개수는 8개이다.

- 5 경주, 서희, 정민, 근석의 우산을 각각 a, b, c, d 라 하자.

이때 4명이 모두 다른 사 경주(a) 서희(b) 정민(c) 근석(d)

람의 우산을 집어 드는 경우를 나뉘어가지 모양의 그림으로 나타내면 오른쪽과 같으므로 구하는 경우의 수는 9이다.



- 6 (i) 최소 점수를 얻는 경우

주사위의 눈의 수가 1, 1, 1이 나와서 끝나는 경우로 이때 얻는 점수는 3점이다.

- (ii) 최대 점수를 얻는 경우

주사위의 눈의 수가 1부터 5까지 2번씩 나오고, 6이 3번 나와서 끝나는 경우로 이때 얻는 점수는

$$(1+2+3+4+5) \times 2 + 6 \times 3 = 30 + 18 = 48(\text{점})$$

따라서 (i), (ii)에 의해 최소 점수와 최대 점수의 합은 $3 + 48 = 51(\text{점})$

- 7 A가 이기는 경우는 혼자 이기는 경우와 다른 사람과 같이 이기는 경우가 있다.

A, B, C가 가위바위보를 내는 것을 차례로 순서쌍으로 나타내면

(i) A만 이기는 경우

(가위, 보, 보), (바위, 가위, 가위), (보, 바위, 바위)의 3가지

(ii) A와 B가 이기는 경우

(가위, 가위, 보), (바위, 바위, 가위), (보, 보, 바위)의 3가지

(iii) A와 C가 이기는 경우

(가위, 보, 가위), (바위, 가위, 바위), (보, 바위, 보)의 3가지

따라서 (i)~(iii)에 의해 구하는 경우의 수는

$$3 + 3 + 3 = 9$$

- 8 공에 적힌 수가 3의 배수인 경우는

3, 6, 9, ..., 45의 15가지

공에 적힌 수가 5의 배수인 경우는

5, 10, 15, ..., 45의 9가지

이때 3의 배수이면서 동시에 5의 배수인 수, 즉 두 수의 최소공배수인 15의 배수는 중복으로 포함되었으므로 제외해야 한다.

공에 적힌 수가 15의 배수인 경우는

15, 30, 45의 3가지

따라서 구하는 경우의 수는

$$15 + 9 - 3 = 21$$

- 9 원판 A에서 가리키는 수가 6의 약수인 경우는

1, 2, 3, 6의 4가지

원판 B에서 가리키는 수가 4의 배수인 경우는

4, 8, 12, 16의 4가지

따라서 구하는 경우의 수는

$$4 \times 4 = 16$$

- 10 (i) 반찬①이 제육볶음이 아닌 경우

밥, 국, 제육볶음을 제외한 반찬①, 반찬②를 하나씩 고르면 되므로

$$2 \times 3 \times 2 \times 3 = 36(\text{가지})$$

(ii) 반찬①이 제육볶음인 경우

밥, 국, 반찬②, 후식을 하나씩 고르면 되므로

$$2 \times 3 \times 3 \times 2 = 36(\text{가지})$$

따라서 (i), (ii)에 의해 짤 수 있는 식단의 종류는

$$36 + 36 = 72(\text{가지})$$

- 11 (i) $A \rightarrow C \rightarrow D$ 인 경우의 수는

$$3 \times 3 = 9$$

(ii) $A \rightarrow B \rightarrow D$ 인 경우의 수는

$$2 \times 2 = 4$$

(iii) $A \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow D$ 인 경우의 수는

$$3 \times 2 \times 2 = 12$$

(iv) $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$ 인 경우의 수는

$$2 \times 2 \times 3 = 12$$

따라서 (i)~(iv)에 의해 구하는 경우의 수는

$$9 + 4 + 12 + 12 = 37$$

- 12 A 지점에서 P 지점까지 최단 거리로 가려면 ①을 지나야 한다.

A 지점에서 C 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는 2

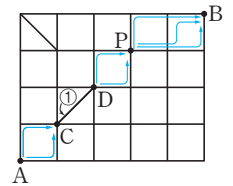
C 지점에서 D 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는 1

D 지점에서 P 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는 2

P 지점에서 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는 3

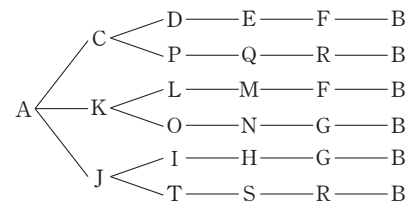
따라서 구하는 경우의 수는

$$2 \times 1 \times 2 \times 3 = 12$$



- 13 꼭짓점 A에서 출발하여 모서리를 따라 꼭짓점 B까지 최단 거리로 가려면 5개의 모서리만 지나야 한다.

따라서 최단 거리로 가는 경로를 나뉘어가지 모양의 그림으로 나타내면 다음과 같으므로 구하는 경우의 수는 6이다.



- 14 A부터 색칠하면 A에 칠할 수 있는 색은 4가지

B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 3가지

C에 칠할 수 있는 색은 A, B에 칠한 색을 제외한 2가지

D에 칠할 수 있는 색은 C에 칠한 색을 제외한 3가지

따라서 구하는 경우의 수는

$$4 \times 3 \times 2 \times 3 = 72$$

- 15 색깔과 모양이 모두 달라야 하므로 각 색깔별로 모양이 다른 스티커를 하나씩 고르면

첫 번째 가로줄에서 고를 수 있는 스티커는 4가지

두 번째 가로줄에서 고를 수 있는 스티커는 3가지

세 번째 가로줄에서 고를 수 있는 스티커는 2가지

네 번째 가로줄에서 고를 수 있는 스티커는 1가지

따라서 구하는 경우의 수는

$$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

- 16 (i) A□□□□인 경우: $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ (개)
 (ii) E□□□□인 경우: $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ (개)
 (iii) KA□□□인 경우: $3 \times 2 \times 1 = 6$ (개)
 (iv) KE□□□인 경우: $3 \times 2 \times 1 = 6$ (개)
 (v) KOA□□□인 경우: $2 \times 1 = 2$ (개)
 (vi) KOE□□□인 경우: $2 \times 1 = 2$ (개)
 (i)~(vi)에서 모두
 $24 + 24 + 6 + 6 + 2 + 2 = 64$ (개)
 따라서 KORAE가 65번째이므로 KOREA는 66번째로 나타난다.

- 17 허브 화분을 A, 선인장 화분을 B라 하면 허브 화분과 선인장 화분을 교대로 놓는 경우는 ABABAB, BABABA의 2가지이다.
 각각의 경우에 대하여 허브 화분 3개를 놓는 경우의 수는
 $3 \times 2 \times 1 = 6$
 선인장 화분 3개를 놓는 경우의 수는
 $3 \times 2 \times 1 = 6$
 따라서 구하는 경우의 수는
 $2 \times 6 \times 6 = 72$

- 18 5개 중 2개의 자리에 유정이와 주리를 먼저 세우고 나머지 3개의 자리에 정민, 은영, 현미를 조건에 맞게 세우면 된다.
 (i) 유정이와 주리를 먼저 세우는 경우의 수는 $5 \times 4 = 20$
 (ii) 나머지 3개의 자리 중 가운데 자리에 은영이를 세우고, 그 앞쪽, 뒤쪽 자리에 각각 정민, 현미를 세우는 경우의 수는 1
 따라서 (i), (ii)에 의해 구하는 경우의 수는
 $20 \times 1 = 20$

- 19 2명씩 짝을 이루어 3줄로 서므로 소연이와 정민이가 짝을 이루어 첫 번째, 두 번째, 세 번째 줄 중에서 한 줄을 선택하는 경우의 수는 3
 이때 소연이와 정민이가 서로 자리를 바꾸는 경우의 수는 2
 또 나머지 4명이 2명씩 짝을 이루어 2줄을 서는 경우는 4명이 한 줄로 서는 경우의 수와 같으므로
 $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$
 따라서 구하는 경우의 수는
 $3 \times 2 \times 24 = 144$

- 20 자녀의 수를 x 명이라 하면 부모님을 하나로 묶어 $(x+1)$ 명을 한 줄로 세우는 경우의 수는
 $(x+1) \times x \times (x-1) \times \cdots \times 2 \times 1$
 이때 부모님이 서로 자리를 바꾸는 경우의 수는 2이므로
 $\{(x+1) \times x \times (x-1) \times \cdots \times 2 \times 1\} \times 2 = 240$
 $(x+1) \times x \times (x-1) \times \cdots \times 2 \times 1 = 120$
 $(x+1) \times x \times (x-1) \times \cdots \times 2 \times 1 = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$
 즉, $x+1=5$ 이므로 $x=4$
 따라서 자녀는 모두 4명이다.

- 21 각 자리의 숫자가 0이 아닌 서로 다른 숫자로 이루어진 세 자리의 자연수는 1, 2, 3, ..., 9의 9개의 숫자 중에서 서로 다른 3개의 숫자를 뽑아 세 자리의 자연수를 만든 것이다.
 이때 320 초과 640 미만인 수의 개수는
 (i) 32□, 34□, 35□, 36□, 37□, 38□, 39□인 경우: 각각 7개
 (ii) 4□□인 경우: $8 \times 7 = 56$ (개)
 (iii) 5□□인 경우: $8 \times 7 = 56$ (개)
 (iv) 61□, 62□, 63□인 경우: 각각 7개
 따라서 (i)~(iv)에 의해 구하는 수의 개수는
 $7 \times 7 + 56 + 56 + 7 \times 3 = 182$ (개)

- 22 만들 수 있는 모든 네 자리의 자연수의 개수는
 $4 \times 4 \times 3 \times 2 = 96$ (개)
 십의 자리의 숫자가 3인 네 자리의 자연수는 □□3□의 꼴이므로 그 개수는 $3 \times 3 \times 2 = 18$ (개)
 따라서 구하는 수의 개수는
 $96 - 18 = 78$ (개)

- 23 (i) 2□□□인 경우: $5 \times 4 \times 3 = 60$ (개)
 (ii) 3□□□인 경우: $5 \times 4 \times 3 = 60$ (개)
 (iii) 5□□□인 경우: $5 \times 4 \times 3 = 60$ (개)
 (i)~(iii)에서 모두 $60 + 60 + 60 = 180$ (개)
 따라서 180번째로 나타나는 수는 천의 자리의 숫자가 5인 수 중에서 가장 큰 수인 5863이고, 179번째로 나타나는 수는 5862이므로 178번째로 나타나는 수는 5860이다.

- 24 7명의 학생 중에서 4명의 학생을 뽑는 경우의 수는
 $\frac{7 \times 6 \times 5 \times 4}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 35$
 이때 뽑은 4명의 학생을 키가 작은 학생부터 순서대로 세우는 경우의 수는 1
 따라서 구하는 경우의 수는
 $35 \times 1 = 35$

- 25 자기가 쓴 모자에 적힌 번호와 같은 번호가 적힌 의자에 앉는 2명을 뽑는 경우의 수는
 $\frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$
 만약 1, 2번 학생이 각각 1, 2번 의자에 앉는다면 3, 4번 학생은 다른 학생의 자리에 앉아야 한다.
 이때 3, 4번 학생이 자기 번호와 다른 자리에 앉는 경우는 오른쪽과 같으므로 경우의 수는 1
 따라서 구하는 경우의 수는 $6 \times 1 = 6$

의자 번호	3	4
자기 번호	4	3

- 26 (i) 여자 3명, 남자 2명을 선발하는 경우
 5명의 여자 중에서 3명을 선발하는 경우의 수는
 $\frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = 10$

4명의 남자 중에서 2명을 선발하는 경우의 수는

$$\frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$$

따라서 여자 3명, 남자 2명을 선발하는 경우의 수는

$$10 \times 6 = 60 \quad \therefore a = 60$$

- (ii) 경희를 포함하여 남녀 구분 없이 5명을 선발하는 경우 경희를 제외한 8명 중에서 4명을 선발하는 경우의 수와 같으므로

$$\frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 70 \quad \therefore b = 70$$

따라서 (i), (ii)에 의해 $a + b = 60 + 70 = 130$

- 27** (i) A 도시에서 세 곳의 유적지를 선택하는 경우의 수는

$$\frac{4 \times 3 \times 2}{3 \times 2 \times 1} = 4$$

- (ii) B 도시에서 세 곳의 유적지를 선택하는 경우의 수는

$$\frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = 10$$

- (iii) C 도시에서 세 곳의 유적지를 선택하는 경우의 수는

$$\frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 20$$

따라서 (i)~(iii)에 의해 구하는 경우의 수는

$$4 + 10 + 20 = 34$$

- 28** (i) 아내들이 자신의 남편을 제외한 남들과만 한 사람도 빠짐없이 서로 한 번씩 악수를 하는 횟수, 즉 아내 1명당 악수할 수 있는 남자의 수가 3명이므로 악수를 하는 횟수는 $3 \times 4 = 12$ (번)

- (ii) 아내 4명끼리만 한 사람도 빠짐없이 서로 한 번씩 악수를 하는 횟수는

$$\frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6 \text{ (번)}$$

따라서 (i), (ii)에 의해 구하는 횟수는

$$12 + 6 = 18 \text{ (번)}$$

다른 풀이

- (i) 8명의 사람들이 다른 사람들과 한 사람도 빠짐없이 서로 한 번씩 악수를 하는 횟수는

$$\frac{8 \times 7}{2 \times 1} = 28 \text{ (번)}$$

- (ii) 남편들끼리만 한 사람도 빠짐없이 서로 한 번씩 악수를 하는 횟수는

$$\frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6 \text{ (번)}$$

- (iii) 모든 남편들이 자신의 아내와 악수를 하는 횟수는 부부가 4쌍이므로 4번이다.

따라서 (i)~(iii)에 의해 구하는 횟수는

$$28 - 6 - 4 = 18 \text{ (번)}$$

- 29** (i) 직선의 개수

만들 수 있는 직선의 개수는 6개의 점 중에서 순서를 생각하지 않고 2개를 뽑는 경우의 수와 같으므로

$$\frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15 \text{ (개)} \quad \therefore a = 15$$

- (ii) 반직선의 개수

$\overrightarrow{AB}$ 와 $\overrightarrow{BA}$ 는 다르기 때문에 만들 수 있는 반직선의 개수는 6개의 점 중에서 순서를 생각하여 2개를 뽑는 경우의 수와 같으므로

$$6 \times 5 = 30 \text{ (개)} \quad \therefore b = 30$$

따라서 (i), (ii)에 의해

$$a + b = 15 + 30 = 45$$

- 30** 가로 방향의 5개의 직선 중에서 2개, 세로 방향의 5개의 직선 중에서 2개를 각각 선택하면 서로 다른 직사각형을 만들 수 있다.

가로 방향의 5개의 직선 중에서 2개를 선택하는 경우의 수는

$$\frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$$

세로 방향의 5개의 직선 중에서 2개를 선택하는 경우의 수는

$$\frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$$

따라서 만들 수 있는 직사각형의 개수는

$$10 \times 10 = 100 \text{ (개)}$$

- 31** **길잡이** 각 글자에 받침이 있는 경우와 없는 경우가 있으므로 각각의 경우를 생각하여 글자의 개수를 구한다.

- (i) 첫 번째 글자가 (자음+모음)인 경우는 $5 \times 3 = 15$ (개),

두 번째 글자가 (자음+모음)인 경우는 $4 \times 2 = 8$ (개)

이므로 첫 번째 글자가 (자음+모음)이고, 두 번째 글자가 (자음+모음)인 단어는

$$15 \times 8 = 120 \text{ (개)}$$

- (ii) 첫 번째 글자가 (자음+모음)인 경우는

$$5 \times 3 = 15 \text{ (개)},$$

두 번째 글자가 (자음+모음+자음)인 경우는

$$4 \times 2 \times 3 = 24 \text{ (개)}$$

이므로 첫 번째 글자가 (자음+모음)이고, 두 번째 글자가 (자음+모음+자음)인 단어는

$$15 \times 24 = 360 \text{ (개)}$$

- (iii) 첫 번째 글자가 (자음+모음+자음)인 경우는

$$5 \times 3 \times 4 = 60 \text{ (개)},$$

두 번째 글자가 (자음+모음)인 경우는

$$3 \times 2 = 6 \text{ (개)}$$

이므로 첫 번째 글자가 (자음+모음+자음)이고, 두 번째 글자가 (자음+모음)인 단어는

$$60 \times 6 = 360 \text{ (개)}$$

- (iv) 첫 번째 글자가 (자음+모음+자음)인 경우는

$$5 \times 3 \times 4 = 60 \text{ (개)},$$

두 번째 글자가 (자음+모음+자음)인 경우는

$$3 \times 2 \times 2 = 12 \text{ (개)}$$

이므로 첫 번째 글자가 (자음+모음+자음)이고, 두 번째 글자가 (자음+모음+자음)인 단어는

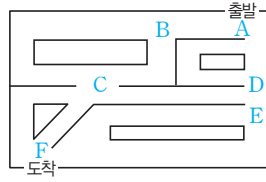
$$60 \times 12 = 720 \text{ (개)}$$

따라서 (i)~(iv)에 의해 구하는 단어의 개수는

$$120 + 360 + 360 + 720 = 1560 \text{ (개)}$$

32 [길잡이] 최단 거리가 아니므로 거쳐 갈 수 있는 모든 경우를 생각한다.

미로의 출발 지점을 A, 도착 지점을 F라 하고, 오른쪽 그림과 같이 미로의 갈림길이 있는 각 지점에 B, C, D, E를 정하자.



(i) $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow F$ 의

경우의 수는

$$1 \times 2 \times 2 = 4$$

(ii) $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow F$ 의 경우의 수는

$$1 \times 2 \times 1 \times 2 = 4$$

(iii) $A \rightarrow D \rightarrow F$ 의 경우의 수는

$$2 \times 2 = 4$$

(iv) $A \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow F$ 의 경우의 수는

$$2 \times 1 \times 2 = 4$$

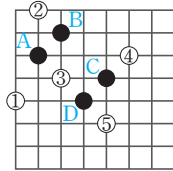
따라서 (i)~(iv)에 의해 구하는 경우의 수는

$$4 + 4 + 4 + 4 = 16$$

33 [길잡이] 각각의 말이 검은 말을 포위할 수 있는 위치에 가는 모든 경우를 생각한다.

(i) ①번 말을 이동해서 검은 말을 잡을 수 있는 경우

①번 말을 오른쪽으로 1칸 이동하거나 위쪽으로 2칸 이동하면 A를 잡을 수 있으므로 $a_1 = 2$



(ii) ②번 말을 이동해서 검은 말을 잡을 수 있는 경우

②번 말을 오른쪽으로 1칸 이동하면 B를, 오른쪽으로 3칸 이동하면 C를 잡을 수 있으므로 $a_2 = 2$

(iii) ③번 말을 이동해서 검은 말을 잡을 수 있는 경우

③번 말을 왼쪽으로 1칸 이동하면 A를 잡을 수 있으므로 $a_3 = 1$

(iv) ④번 말을 이동해서 검은 말을 잡을 수 있는 경우

④번 말을 아래쪽으로 1칸 이동하거나 왼쪽으로 1칸 이동하면 C를, 아래쪽으로 2칸 이동하면 D를 잡을 수 있으므로 $a_4 = 3$

(v) ⑤번 말을 이동해서 검은 말을 잡을 수 있는 경우

⑤번 말을 왼쪽으로 3칸 이동하면 A를, 위쪽으로 1칸 이동하면 D를 잡을 수 있으므로 $a_5 = 2$

따라서 (i)~(v)에 의해

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 2 + 2 + 1 + 3 + 2 = 10$$

01 [길잡이] 96을 소인수분해한 후 곱하는 세 자연수 중 가장 작은 자연수가 1, 2, 3인 경우로 나누어 구한다.

96을 소인수분해하면 $2^5 \times 3$ 이므로 곱하는 세 자연수 중

(i) 가장 작은 자연수가 1인 경우

$$1 \times 2 \times (2^4 \times 3) = 1 \times 2 \times 48,$$

$$1 \times 3 \times 2^5 = 1 \times 3 \times 32,$$

$$1 \times 2^2 \times (2^3 \times 3) = 1 \times 4 \times 24,$$

$$1 \times (2 \times 3) \times 2^4 = 1 \times 6 \times 16,$$

$$1 \times 2^3 \times (2^2 \times 3) = 1 \times 8 \times 12 \text{의 5가지}$$

(ii) 가장 작은 자연수가 2인 경우

$$2 \times 3 \times 2^4 = 2 \times 3 \times 16,$$

$$2 \times 2^2 \times (2^3 \times 3) = 2 \times 4 \times 12,$$

$$2 \times (2 \times 3) \times 2^3 = 2 \times 6 \times 8 \text{의 3가지}$$

(iii) 가장 작은 자연수가 3인 경우

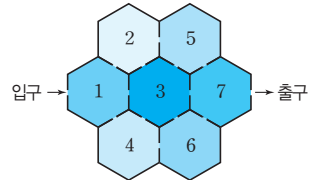
$$3 \times 2^2 \times 2^3 = 3 \times 4 \times 8 \text{의 1가지}$$

따라서 (i)~(iii)에 의해 구하는 방법의 수는

$$5 + 3 + 1 = 9$$

02 [길잡이] 각 방에 번호를 붙이고 3개, 4개, 5개, 6개, 7개의 방을 거쳐서 가는 경우로 나누어 생각한다.

오른쪽 그림과 같이 각각의 방에 번호를 붙여 입구에서 출구까지 가는 경로를 거쳐서 가는 방의 개수에 따라 나타내어 보면

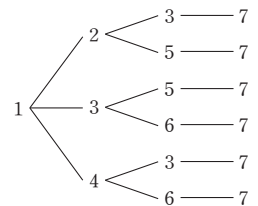


(i) 3개의 방을 거쳐서 가는 경우

(1, 3, 7)의 1가지

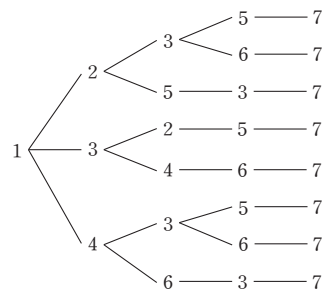
(ii) 4개의 방을 거쳐서 가는 경우

가능한 경로를 나뭇가지 모양의 그림으로 나타내면 오른쪽과 같으므로 6가지이다.



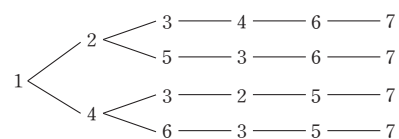
(iii) 5개의 방을 거쳐서 가는 경우

가능한 경로를 나뭇가지 모양의 그림으로 나타내면 오른쪽과 같으므로 8가지이다.



(iv) 6개의 방을 거쳐서 가는 경우

가능한 경로를 나뭇가지 모양의 그림으로 나타내면 다음과 같으므로 4가지이다.



P. 88~89 **내신 1%** 뛰어넘기

01 9 02 21 03 3360 04 9 05 1989개

06 35

(v) 7개의 방을 거쳐서 가는 경우

(1, 2, 5, 3, 4, 6, 7), (1, 4, 6, 3, 2, 5, 7)의 2가지
따라서 (i)~(v)에 의해 구하는 경우의 수는
 $1+6+8+4+2=21$

03 [길잡이] 전체 경우의 수에서 강아지와 고양이를 이웃하게 넣는 경우의 수를 제외한다.

7마리의 동물을 서로 다른 우리에 넣는 전체 경우의 수는 7마리의 동물을 한 줄로 세우는 경우의 수와 같으므로

$$7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5040$$

그런데 강아지와 고양이를 이웃하지 않게 넣는 경우의 수는 전체 경우의 수에서 강아지와 고양이를 이웃하게 넣는 경우의 수를 제외한 경우의 수와 같다.

강아지와 고양이를 이웃하게 넣는 경우는

(1번 우리, 2번 우리), (1번 우리, 4번 우리),
(2번 우리, 3번 우리), (2번 우리, 5번 우리),
(4번 우리, 5번 우리), (4번 우리, 6번 우리),
(6번 우리, 7번 우리)

의 7가지이고 각 경우에 강아지와 고양이의 자리를 바꾸어 넣을 수 있으므로 경우의 수는

$$7 \times 2 = 14$$

이때 나머지 5마리의 동물을 남은 우리에 넣는 경우의 수는 5마리의 동물을 일렬로 세우는 경우의 수와 같으므로

$$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

즉, 강아지와 고양이를 이웃하게 넣는 경우의 수는

$$14 \times 120 = 1680$$

따라서 강아지와 고양이를 이웃하지 않게 넣는 경우의 수는

$$5040 - 1680 = 3360$$

04 [길잡이] x 좌표가 2가 되려면 주사위를 던졌을 때 1의 눈이 두 번 나와야 하고, y 좌표가 4가 되려면 주사위를 던졌을 때 2의 눈이 두 번 나오거나 4의 눈이 한 번 나와야 한다.

주사위를 던져서 나오는 눈의 수가 홀수이면 x 축의 양의 방향으로 이동하므로 홀수의 합이 2가 되는 경우는 1의 눈이 2번 나오는 경우이다.

또 주사위를 던져서 나오는 눈의 수가 짝수이면 y 축의 양의 방향으로 이동하므로 짝수의 합이 4가 되는 경우는 2의 눈이 두 번 나오거나 4의 눈이 한 번 나오는 경우이다.

즉, 구하는 경우의 수는 1, 1, 2를 한 줄로 배열하는 경우의 수와 1, 1, 4를 한 줄로 배열하는 경우의 수를 합한 것과 같다.

(i) 1, 1, 2를 한 줄로 배열하는 경우

(1, 1, 2, 2), (1, 2, 1, 2), (1, 2, 2, 1),
(2, 1, 1, 2), (2, 1, 2, 1), (2, 2, 1, 1)

의 6가지

(ii) 1, 1, 4를 한 줄로 배열하는 경우

(1, 1, 4), (1, 4, 1), (4, 1, 1)의 3가지

따라서 (i), (ii)에 의해 구하는 경우의 수는

$$6+3=9$$

05 [길잡이] $\boxed{a}\boxed{b}$ 와 $\boxed{c}\boxed{d}$ 가 같은 경우의 수와 $\boxed{a}\boxed{b}$ 와 $\boxed{d}\boxed{e}$ 가 같은 경우의 수의 합에서 두 경우에 중복으로 포함된 경우의 수와 $\boxed{0}\boxed{0}-\boxed{0}\boxed{0}\boxed{0}$ 인 경우의 수를 뺀다.

a, b, c, d, e 는 각각 0, 1, 2, ..., 9의 10개의 수가 될 수 있으므로 $\boxed{a}\boxed{b}$ 와 $\boxed{c}\boxed{d}$ 가 같은 경우와 $\boxed{a}\boxed{b}$ 와 $\boxed{d}\boxed{e}$ 가 같은 경우를 찾아보면

(i) $\boxed{a}\boxed{b}$ 와 $\boxed{c}\boxed{d}$ 가 같은 경우

$a(c)$ 가 될 수 있는 수는 10개, $b(d)$ 가 될 수 있는 수는 10개이고, 이때 e 가 될 수 있는 수는 10개이므로 이 경우의 행운의 수의 개수는

$$10 \times 10 \times 10 = 1000(\text{개})$$

(ii) $\boxed{a}\boxed{b}$ 와 $\boxed{d}\boxed{e}$ 가 같은 경우

$a(d)$ 가 될 수 있는 수는 10개, $b(e)$ 가 될 수 있는 수는 10개이고, 이때 c 가 될 수 있는 수는 10개이므로 이 경우의 행운의 수의 개수는

$$10 \times 10 \times 10 = 1000(\text{개})$$

그런데 (i), (ii)에서 $a=b=c=d=e$ 인 경우의 10개가 중복되므로 제외해야 한다.

또 $\boxed{0}\boxed{0}-\boxed{0}\boxed{0}\boxed{0}$ 인 경우도 제외해야 하므로 구하는 행운의 수의 개수는

$$1000 + 1000 - 10 - 1 = 1989(\text{개})$$

참고 $\boxed{a}\boxed{b}$ 와 $\boxed{c}\boxed{d}$ 가 같은 경우와 $\boxed{a}\boxed{b}$ 와 $\boxed{d}\boxed{e}$ 가 같은 경우에 $a=b=c=d=e$ 인 경우가 중복으로 포함되어 있음에 주의한다.

06 [길잡이] 네 개의 점을 연결하여 사각형을 만들려면 위에 있는 평행선에서 두 개의 점을, 아래에 있는 평행선에서 두 개의 점을 선택해야 한다.

위에 있는 평행선에서 두 개의 점을 선택하였을 때 두 점 사이의 거리를 a cm, 아래에 있는 평행선에서 2개의 점을 선택하였을 때 두 점 사이의 거리를 b cm라 하자.

네 개의 점을 연결하여 만든 사각형의 넓이는 6 cm^2 이므로

$$\frac{1}{2} \times (a+b) \times 2 = 6$$

$$\therefore a+b=6$$

그런데 a, b 는 $1 \leq a \leq 5, 1 \leq b \leq 5$ 인 자연수이므로

$a+b=6$ 인 경우를 구해 보면

(i) $a=1, b=5$ 인 경우

$$5 \times 1 = 5(\text{가지})$$

(ii) $a=2, b=4$ 인 경우

$$4 \times 2 = 8(\text{가지})$$

(iii) $a=3, b=3$ 인 경우

$$3 \times 3 = 9(\text{가지})$$

(iv) $a=4, b=2$ 인 경우

$$2 \times 4 = 8(\text{가지})$$

(v) $a=5, b=1$ 인 경우

$$1 \times 5 = 5(\text{가지})$$

따라서 (i)~(v)에 의해 구하는 경우의 수는

$$5+8+9+8+5=35$$

7. 확률

P. 92~94 개념+ 문제 확인하기

1 $\frac{3}{8}$	2 ③	3 $\frac{3}{5}$	4 ②	5 $\frac{3}{5}$
6 $\frac{7}{10}$	7 ④	8 $\frac{17}{25}$	9 $\frac{5}{36}$	10 ③
11 $\frac{3}{8}$	12 $\frac{3}{4}$	13 $\frac{12}{25}$	14 $\frac{3}{10}$	15 ⑤
16 $\frac{1}{4}$	17 ④			

- 서로 다른 100원짜리 동전 2개와 500원짜리 동전 1개를 동시에 던져 나오는 모든 경우의 수는
 $2 \times 2 \times 2 = 8$
 앞면이 2개 나오는 경우는
 (앞, 앞, 뒤), (앞, 뒤, 앞), (뒤, 앞, 앞)의 3가지
 따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{8}$
- 5명의 학생 중에서 동아리 대표 2명을 뽑는 경우의 수는
 $\frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$
 종원이를 대표로 뽑는 경우의 수는 종원이를 제외한 4명 중에서 나머지 대표 1명을 뽑는 경우의 수와 같으므로 4
 따라서 구하는 확률은 $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$
- 예나와 병훈이가 5장의 카드 중에서 각자 한 장씩 뽑는 경우의 수는
 $5 \times 4 = 20$
 2장의 카드에 적힌 수의 합이 6 이상인 경우는
 (1, 5), (2, 4), (2, 5), (3, 4), (3, 5), (4, 2), (4, 3),
 (4, 5), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4)의 12가지
 따라서 구하는 확률은 $\frac{12}{20} = \frac{3}{5}$
- 한 개의 주사위를 2번 던질 때 나오는 모든 경우의 수는
 $6 \times 6 = 36$
 - 두 눈의 수가 같은 경우는
 (1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)의 6가지
 따라서 그 확률은 $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$
 - 두 눈의 수의 합은 항상 2 이상이므로 두 눈의 수의 합이 1일 확률은 0이다.
 - 두 눈의 수의 차가 3인 경우는
 (1, 4), (2, 5), (3, 6), (4, 1), (5, 2), (6, 3)의 6가지
 따라서 그 확률은 $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$
 - 두 눈의 수의 곱은 항상 1 이상이므로 그 확률은 1이다.
 - 두 눈의 수의 합이 10 이상인 경우는
 (4, 6), (5, 5), (5, 6), (6, 4), (6, 5), (6, 6)의 6가지

따라서 그 확률은 $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

- 5명을 한 줄로 세우는 경우의 수는
 $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$
 A와 B가 서로 이웃하여 서는 경우의 수는
 $(4 \times 3 \times 2 \times 1) \times 2 = 48$
 이므로 그 확률은 $\frac{48}{120} = \frac{2}{5}$
 따라서 A와 B가 서로 이웃하여 서지 않을 확률은
 $1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$
- 5개의 건전지 중에서 2개를 택하는 경우의 수는
 $\frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$
 2개 모두 새 건전지가 나오는 경우의 수는
 $\frac{3 \times 2}{2 \times 1} = 3$
 이므로 그 확률은 $\frac{3}{10}$
 따라서 사용한 건전지가 적어도 한 개 나올 확률은
 $1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$
- 4개의 옷가락을 동시에 던져 나오는 모든 경우의 수는
 $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$
 - 도가 나오는 경우
 옷가락 4개 중 1개의 배가 나오는 경우의 수는 4이므로
 그 확률은 $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$
 - 겉이 나오는 경우
 옷가락 4개 중 3개의 배가 나오는 경우의 수는 1개의 등
 이 나오는 경우의 수와 같으므로 4이다.
 즉, 그 확률은 $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$
 따라서 (i), (ii)에 의해 구하는 확률은
 $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$
- 혈액형이 A형인 사람에게 수혈을 해 줄 수 있는 사람은 O형 또는 A형인 사람이다.
 - 임의로 선택한 지원자가 O형인 사람일 확률은
 $\frac{59}{59+77+43+21} = \frac{59}{200}$
 - 임의로 선택한 지원자가 A형인 사람일 확률은
 $\frac{77}{59+77+43+21} = \frac{77}{200}$
 따라서 (i), (ii)에 의해 구하는 확률은
 $\frac{59}{200} + \frac{77}{200} = \frac{136}{200} = \frac{17}{25}$
- A, B 두 개의 주사위를 동시에 던져 나오는 모든 경우의 수는
 $6 \times 6 = 36$

(i) $x = -3$ 일 때
 $-3a + b = 0$, 즉 $b = 3a$ 인 순서쌍 (a, b) 는
 $(1, 3), (2, 6)$ 의 2가지이므로 그 확률은 $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$

(ii) $x = -2$ 일 때
 $-2a + b = 0$, 즉 $b = 2a$ 인 순서쌍 (a, b) 는
 $(1, 2), (2, 4), (3, 6)$ 의 3가지이므로 그 확률은
 $\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

따라서 (i), (ii)에 의해 구하는 확률은
 $\frac{1}{18} + \frac{1}{12} = \frac{5}{36}$

10 (i) 성규의 필통을 선택하여 연필 1자루를 꺼낼 확률은

$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{5} = \frac{1}{5}$$

(ii) 진영이의 필통을 선택하여 연필 1자루를 꺼낼 확률은

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{10}$$

따라서 (i), (ii)에 의해 구하는 확률은

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{10} = \frac{3}{10}$$

11 문화상품권이 있는 곳에 도착하는 경우는 오른쪽 그림과 같이 ①번 경로로 가는 경우 또는 ②번 경로로 가는 경우가 있다.

(i) ①번 경로로 갈 확률은 갈림길이 2곳이 있으므로

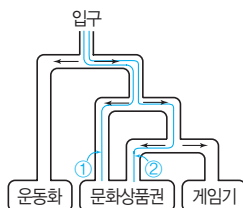
$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

(ii) ②번 경로로 갈 확률은 갈림길이 3곳이 있으므로

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

따라서 (i), (ii)에 의해 구하는 확률은

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$$



12 두 사람이 한 마리의 꿩을 동시에 총으로 쏠 때, 꿩이 총에 맞을 확률은 적어도 한 사람은 꿩을 맞힐 확률과 같다.

꿩이 두 사람의 총에 모두 맞지 않을 확률은

$$\left(1 - \frac{1}{4}\right) \times \left(1 - \frac{2}{3}\right) = \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{4}$$

따라서 꿩이 총에 맞을 확률은 $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

13 (i) 첫 번째에는 흰 공, 두 번째에는 검은 공을 꺼낼 확률은

$$\frac{2}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{6}{25}$$

(ii) 첫 번째에는 검은 공, 두 번째에는 흰 공을 꺼낼 확률은

$$\frac{3}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{6}{25}$$

따라서 (i), (ii)에 의해 구하는 확률은

$$\frac{6}{25} + \frac{6}{25} = \frac{12}{25}$$

14 (i) 수경이가 아몬드가 들어 있는 초콜릿을 꺼낸 후 미연이도 아몬드가 들어 있는 초콜릿을 꺼낼 확률은

$$\frac{3}{10} \times \frac{2}{9} = \frac{1}{15}$$

(ii) 수경이가 아몬드가 들어 있지 않은 초콜릿을 꺼낸 후 미연이가 아몬드가 들어 있는 초콜릿을 꺼낼 확률은

$$\frac{7}{10} \times \frac{3}{9} = \frac{7}{30}$$

따라서 (i), (ii)에 의해 구하는 확률은

$$\frac{1}{15} + \frac{7}{30} = \frac{3}{10}$$

15 10개의 구슬 중에서 3개의 구슬을 차례로 꺼낼 때, 금이 가지 않은 구슬 3개를 꺼낼 확률은

$$\frac{6}{10} \times \frac{5}{9} \times \frac{4}{8} = \frac{1}{6}$$

따라서 적어도 한 개는 금이 간 구슬을 꺼낼 확률은

$$1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

16 (i) 4등분된 원판에서 소수 2, 3이 적힌 부분을 맞힐 확률은

$$\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

(ii) 6등분된 원판에서 소수 2, 3, 5가 적힌 부분을 맞힐 확률은

$$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

따라서 (i), (ii)에 의해 구하는 확률은

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

17 세 원의 반지름의 길이를 각각 $a, 2a, 3a(a > 0)$ 라 하면 과녁 전체의 넓이는

$$\pi \times (3a)^2 = 9\pi a^2$$

이므로 화살을 한 번 쏘아 각 점수를 받을 확률은 다음과 같다.

점수	확률
1점	$\frac{\pi \times (3a)^2 - \pi \times (2a)^2}{9\pi a^2} = \frac{5\pi a^2}{9\pi a^2} = \frac{5}{9}$
2점	$\frac{\pi \times (2a)^2 - \pi \times a^2}{9\pi a^2} = \frac{3\pi a^2}{9\pi a^2} = \frac{1}{3}$
3점	$\frac{\pi \times a^2}{9\pi a^2} = \frac{1}{9}$

이때 화살을 2번 쏘아 4점을 받는 경우는 다음의 3가지이다.

(i) 첫 번째에는 1점, 두 번째에는 3점을 받을 확률은

$$\frac{5}{9} \times \frac{1}{9} = \frac{5}{81}$$

(ii) 첫 번째에는 2점, 두 번째에는 2점을 받을 확률은

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$$

(iii) 첫 번째에는 3점, 두 번째에는 1점을 받을 확률은

$$\frac{1}{9} \times \frac{5}{9} = \frac{5}{81}$$

따라서 (i)~(iii)에 의해 구하는 확률은

$$\frac{5}{81} + \frac{1}{9} + \frac{5}{81} = \frac{19}{81}$$

1 ③	2 $\frac{5}{18}$	3 $\frac{1}{2}$	4 $\frac{1}{3}$	5 ③
6 $\frac{2}{3}$	7 $\frac{3}{8}$	8 $\frac{11}{17}$	9 $\frac{5}{8}$	10 $\frac{44}{125}$
11 ③	12 $\frac{8}{15}$	13 $\frac{5}{12}$	14 $\frac{117}{125}$	15 ②
16 ④	17 ⑤	18 $\frac{21}{32}$	19 $\frac{11}{72}$	20 $\frac{5}{12}$
21 $\frac{2}{5}$	22 ②	23 ⑤	24 $\frac{7}{15}$	25 $\frac{1}{2}$
26 $\frac{8}{27}$	27 $\frac{5}{32}$	28 민혁	29 $\frac{35}{128}$	
30 $\frac{121}{1679616}$				

- 1 5장의 카드 중에서 3장을 선택하여 만들 수 있는 세 자리의 자연수의 개수는 $4 \times 4 \times 3 = 48$ (개)
 이때 300보다 큰 수가 되려면 백의 자리에 올 수 있는 숫자는 3 또는 4이다.

(i) 3□□인 경우: $4 \times 3 = 12$ (개)

(ii) 4□□인 경우: $4 \times 3 = 12$ (개)

따라서 (i), (ii)에 의해 300보다 큰 수는

$$12 + 12 = 24(\text{개}) \text{이므로 구하는 확률은 } \frac{24}{48} = \frac{1}{2}$$

다른 풀이

만들 수 있는 세 자리의 자연수는

1□□, 2□□, 3□□, 4□□

이때 1□□, 2□□인 수는 300보다 작고,

3□□, 4□□인 수는 300보다 크며

각각의 개수는 모두 $4 \times 3 = 12$ (개)로 같다.

따라서 구하는 확률은

$$\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

- 2 A, B 두 개의 주사위를 동시에 던져 나오는 모든 경우의 수는 $6 \times 6 = 36$

이때 $3a - 2b > 7$, 즉 $3a > 2b + 7$ 을 만족시키는 순서쌍 (a, b) 를 구해 보면

(i) $b=1$ 일 때, $3a > 2 \times 1 + 7 \quad \therefore a > 3$

즉, 순서쌍 (a, b) 는 $(4, 1)$, $(5, 1)$, $(6, 1)$ 의 3가지

(ii) $b=2$ 일 때, $3a > 2 \times 2 + 7 \quad \therefore a > \frac{11}{3}$

즉, 순서쌍 (a, b) 는 $(4, 2)$, $(5, 2)$, $(6, 2)$ 의 3가지

(iii) $b=3$ 일 때, $3a > 2 \times 3 + 7 \quad \therefore a > \frac{13}{3}$

즉, 순서쌍 (a, b) 는 $(5, 3)$, $(6, 3)$ 의 2가지

(iv) $b=4$ 일 때, $3a > 2 \times 4 + 7 \quad \therefore a > 5$

즉, 순서쌍 (a, b) 는 $(6, 4)$ 의 1가지

(v) $b=5$ 일 때, $3a > 2 \times 5 + 7 \quad \therefore a > \frac{17}{3}$

즉, 순서쌍 (a, b) 는 $(6, 5)$ 의 1가지

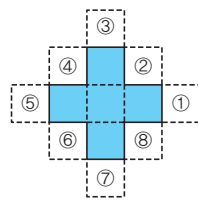
$$(vi) b=6 \text{일 때, } 3a > 2 \times 6 + 7 \quad \therefore a > \frac{19}{3}$$

즉, 주어진 조건을 만족시키는 순서쌍 (a, b) 는 없다.
 따라서 (i)~(vi)에 의해 주어진 부등식을 만족시키는 순서쌍 (a, b) 는 $3+3+2+1+1=10$ (가지)이므로 구하는 확률은 $\frac{10}{36} = \frac{5}{18}$

- 3 처음 정사각형 5개로 이루어진 평면 도형에 정사각형 1개를 번끼리 꼭 맞게 붙이는 경우의 수는 오른쪽 그림과 같이 8가지이다.

이때 정육면체의 전개도가 되는 경우는 ①, ③, ⑤, ⑦의 4가지이다.

따라서 정육면체의 전개도가 될 확률은 $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$



- 4 4명의 학생이 한 줄로 서는 모든 경우의 수는 $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

4명의 학생을 키가 작은 학생부터 차례로 A, B, C, D라 하면 가장 왼쪽에서 3번째의 학생이 자신과 이웃한 두 학생보다 키가 작으려면 3번째의 학생은 A 또는 B이어야 한다.

(i) 3번째의 학생이 A, 즉 □□A□인 경우

$$3 \times 2 \times 1 = 6(\text{가지})$$

(ii) 3번째의 학생이 B, 즉 □□B□인 경우

ACBD, ADBC의 2가지

따라서 (i), (ii)에 의해 가장 왼쪽에서 3번째의 학생이 자신과 이웃한 두 학생보다 키가 작은 경우는 $6+2=8$ (가지)이

$$\text{므로 구하는 확률은 } \frac{8}{24} = \frac{1}{3}$$

- 5 길이가 1cm인 철사 10개를 모두 사용하여 만들 수 있는 3개의 선분의 길이는

$(1\text{cm}, 1\text{cm}, 8\text{cm})$, $(1\text{cm}, 2\text{cm}, 7\text{cm})$,

$(1\text{cm}, 3\text{cm}, 6\text{cm})$, $(1\text{cm}, 4\text{cm}, 5\text{cm})$,

$(2\text{cm}, 2\text{cm}, 6\text{cm})$, $(2\text{cm}, 3\text{cm}, 5\text{cm})$,

$(2\text{cm}, 4\text{cm}, 4\text{cm})$, $(3\text{cm}, 3\text{cm}, 4\text{cm})$

의 8가지이다.

이 중에서 삼각형을 만들 수 있는 3개의 선분의 길이는

$(2\text{cm}, 4\text{cm}, 4\text{cm})$, $(3\text{cm}, 3\text{cm}, 4\text{cm})$ 의 2가지이므로

$$\text{구하는 확률은 } \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

- 6 서진이가 고른 주머니에는 디지털카메라 또는 야구공이 들어 있다.

(i) 처음에 디지털카메라가 들어 있는 주머니를 고른 경우
 선생님이 보여 준 주머니를 제외한 나머지 주머니에는 모두 야구공이 들어 있으므로 서진이가 처음 고른 주머니를 바꾸어 다른 주머니를 고르면 야구공을 받는다.

(ii) 처음에 야구공이 들어 있는 주머니를 고른 경우
 선생님이 보여 준 주머니를 제외한 나머지 주머니에는

(ii) $\frac{y}{x}$ 가 4의 약수가 되는 경우

4의 약수는 1, 2, 4이므로 순서쌍 (x, y) 는

$\frac{y}{x}=1$ 인 경우: 뽑은 카드를 다시 넣지 않으므로 $\frac{y}{x}=1$,

즉 $y=x$ 가 될 수 없다.

$\frac{y}{x}=2$ 인 경우: (1, 2), (2, 4)의 2가지

$\frac{y}{x}=4$ 인 경우: (1, 4)의 1가지

즉, $2+1=3$ (가지)이므로 그 확률은 $\frac{3}{20}$

따라서 (i), (ii)에 의해 구하는 확률은 $\frac{1}{5} + \frac{3}{20} = \frac{7}{20}$

12 (i) A 상자에서 흰 바둑돌, B 상자에서 검은 바둑돌을 꺼낼 확률은 $\frac{4}{6} \times \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$

(ii) A 상자에서 검은 바둑돌, B 상자에서 흰 바둑돌을 꺼낼 확률은 $\frac{2}{6} \times \frac{2}{5} = \frac{2}{15}$

따라서 (i), (ii)에 의해 구하는 확률은

$$\frac{2}{5} + \frac{2}{15} = \frac{8}{15}$$

13 $a+b$ 가 짝수인 경우는 a, b 가 모두 홀수인 경우 또는 a, b 가 모두 짝수인 경우인 경우이다.

(i) a, b 가 모두 홀수일 확률은

$$\frac{2}{3} \times \left(1 - \frac{3}{4}\right) = \frac{2}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{6}$$

(ii) a, b 가 모두 짝수일 확률은

$$\left(1 - \frac{2}{3}\right) \times \frac{3}{4} = \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

따라서 (i), (ii)에 의해 구하는 확률은

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{4} = \frac{5}{12}$$

14 이 선수가 자유투를 1번 던졌을 때 성공시키는 확률은 $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ 이므로 이 선수가 3번의 자유투를 모두 성공시키지 못할 확률은

$$\left(1 - \frac{3}{5}\right) \times \left(1 - \frac{3}{5}\right) \times \left(1 - \frac{3}{5}\right) = \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{8}{125}$$

따라서 적어도 한 번은 성공시킬 확률은

$$1 - \frac{8}{125} = \frac{117}{125}$$

15 B 문제를 맞힐 확률을 x 라 하자.

A, B 두 문제를 모두 틀릴 확률은 $\frac{3}{25}$ 이므로

$$\left(1 - \frac{3}{5}\right) \times (1 - x) = \frac{3}{25}$$

$$\frac{2}{5} - \frac{2}{5}x = \frac{3}{25}, \quad \frac{2}{5}x = \frac{7}{25} \quad \therefore x = \frac{7}{10}$$

따라서 A 문제는 틀리고 B 문제는 맞힐 확률은

$$\left(1 - \frac{3}{5}\right) \times \frac{7}{10} = \frac{2}{5} \times \frac{7}{10} = \frac{7}{25}$$

16 세 사람이 가위바위보를 하여 승패가 결정될 확률은 전체 확률에서 세 사람이 비길 확률을 뺀 것과 같다.

이때 세 사람이 가위바위보를 하여 비기는 경우는 모두 같은 것을 내거나 모두 다른 것을 낼 때이다.

A, B, C 세 사람이 가위바위보를 할 때, 모든 경우의 수는 $3 \times 3 \times 3 = 27$

(i) 세 사람이 모두 같은 것을 내는 경우의 수는 3이므로 그

$$\text{확률은 } \frac{3}{27} = \frac{1}{9}$$

(ii) 세 사람이 모두 다른 것을 내는 경우의 수는

$$3 \times 2 \times 1 = 6 \text{이므로 그 확률은 } \frac{6}{27} = \frac{2}{9}$$

따라서 (i), (ii)에 의해 세 사람이 비길 확률은 $\frac{1}{9} + \frac{2}{9} = \frac{1}{3}$

이므로 승패가 결정될 확률은 $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

다른 풀이

A, B, C 세 사람이 가위바위보를 할 때, 승패가 결정되면 한 사람이 다른 두 사람을 이기거나 두 사람이 다른 한 사람을 이겨야 한다.

(i) 한 사람이 다른 두 사람을 이기는 경우

(가위, 보, 보), (보, 가위, 보), (보, 보, 가위),

(바위, 가위, 가위), (가위, 바위, 가위), (가위, 가위, 바위),

(보, 바위, 바위), (바위, 보, 바위), (바위, 바위, 보)

의 9가지이므로 그 확률은 $\frac{9}{27} = \frac{1}{3}$

(ii) 두 사람이 다른 한 사람을 이기는 경우

(가위, 가위, 보), (가위, 보, 가위), (보, 가위, 가위),

(바위, 바위, 가위), (바위, 가위, 바위), (가위, 바위, 바위),

(보, 보, 바위), (보, 바위, 보), (바위, 보, 보)

의 9가지이므로 그 확률은 $\frac{9}{27} = \frac{1}{3}$

따라서 (i), (ii)에 의해 구하는 확률은 $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

17 (i) A팀이 부전승으로 올라가는 경우

A팀이 부전승으로 올라갈 확률은 $\frac{1}{3}$

결승전에 B팀이 올라가고, A팀이 우승

할 확률은 $\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$

결승전에 C팀이 올라가고, A팀이 우승할 확률은

$$\left(1 - \frac{3}{4}\right) \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{16}$$

즉, A팀이 부전승으로 올라갔을 때 우승할 확률은

$$\frac{1}{3} \times \left(\frac{3}{8} + \frac{3}{16}\right) = \frac{1}{3} \times \frac{9}{16} = \frac{3}{16}$$

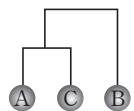
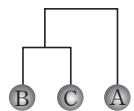
(ii) B팀이 부전승으로 올라가는 경우

B팀이 부전승으로 올라갈 확률은 $\frac{1}{3}$

A팀이 C팀과 B팀을 차례로 이기고

우승할 확률은

$$\left(1 - \frac{1}{4}\right) \times \frac{1}{2} = \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$$



즉, B팀이 부전승으로 올라갔을 때 A팀이 우승할 확률은 $\frac{1}{3} \times \frac{3}{8} = \frac{1}{8}$

(iii) C팀이 부전승으로 올라가는 경우

C팀이 부전승으로 올라갈 확률은 $\frac{1}{3}$

A팀이 B팀과 C팀을 차례로 이기고
우승할 확률은

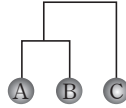
$$\frac{1}{2} \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$$

즉, C팀이 부전승으로 올라갔을 때 A팀이 우승할 확률은

$$\frac{1}{3} \times \frac{3}{8} = \frac{1}{8}$$

따라서 (i)~(iii)에 의해 A팀이 우승할 확률은

$$\frac{3}{16} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{7}{16}$$



- 18** 눈이 오는 경우를 ○, 눈이 오지 않는 경우를 ×라 하면 1월 5일에 눈이 오고, 같은 달 8일에 눈이 오지 않는 경우와 각각의 확률은 다음과 같다.

5일	6일	7일	8일	확률
○	○	○	×	$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \left(1 - \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{8}$
○	○	×	×	$\frac{1}{2} \times \left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) = \frac{3}{16}$
○	×	○	×	$\left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \frac{1}{4} \times \left(1 - \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{16}$
○	×	×	×	$\left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) = \frac{9}{32}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{8} + \frac{3}{16} + \frac{1}{16} + \frac{9}{32} = \frac{21}{32}$

- 19** (가)의 경우를 →라 하면 그 확률은 $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

(나)의 경우를 ↑라 하면 그 확률은 $\frac{1}{6}$

(다)의 경우를 ×라 하면 그 확률은 $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

한 개의 주사위를 3번 던졌을 때, 점 P가 직선 $y=x+1$ 위에 있으려면 점 P의 좌표는 (0, 1) 또는 (1, 2)이어야 한다.

(i) 점 P의 좌표가 (0, 1)인 경우

$$(\uparrow, \times, \times) \text{인 경우: } \frac{1}{6} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{24}$$

$$(\times, \uparrow, \times) \text{인 경우: } \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{24}$$

$$(\times, \times, \uparrow) \text{인 경우: } \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{24}$$

$$\therefore \frac{1}{24} + \frac{1}{24} + \frac{1}{24} = \frac{1}{8}$$

(ii) 점 P의 좌표가 (1, 2)인 경우

$$(\uparrow, \uparrow, \rightarrow) \text{인 경우: } \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{108}$$

$$(\uparrow, \rightarrow, \uparrow) \text{인 경우: } \frac{1}{6} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{108}$$

$$(\rightarrow, \uparrow, \uparrow) \text{인 경우: } \frac{1}{3} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{108}$$

$$\therefore \frac{1}{108} + \frac{1}{108} + \frac{1}{108} = \frac{1}{36}$$

따라서 (i), (ii)에 의해 구하는 확률은

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{36} = \frac{11}{72}$$

- 20** (i) 동전의 앞면이 나오는 경우

동전의 앞면이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$

주사위에서 나오는 눈의 수의 2배만큼 이동하므로 시계 방향으로 2, 4, 6, 8, 10, 12만큼 이동할 수 있다.

이때 점 P가 꼭짓점 C에 있는 경우는 2, 6, 10의 3가지

이므로 그 확률은 $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

즉, 구하는 확률은 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

(ii) 동전의 뒷면이 나오는 경우

동전의 뒷면이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$

주사위에서 나오는 눈의 수만큼 이동하므로 시계 반대 방향으로 1, 2, 3, 4, 5, 6만큼 이동할 수 있다.

이때 점 P가 꼭짓점 C에 있는 경우는 2, 6의 2가지이므로

그 확률은 $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

즉, 구하는 확률은 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

따라서 (i), (ii)에 의해 구하는 확률은 $\frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{5}{12}$

- 21** (i) A 주머니에서 꺼낸 공이 빨간 공인 경우

A 주머니에서 빨간 공을 꺼낼 확률은 $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

이때 B 주머니에는 빨간 공 6개, 검은 공 3개가 들어 있

게 되므로 검은 공을 꺼낼 확률은 $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

즉, 구하는 확률은 $\frac{2}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{15}$

(ii) A 주머니에서 꺼낸 공이 검은 공인 경우

A 주머니에서 검은 공을 꺼낼 확률은 $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

이때 B 주머니에는 빨간 공 5개, 검은 공 4개가 들어 있

게 되므로 검은 공을 꺼낼 확률은 $\frac{4}{9}$

즉, 구하는 확률은 $\frac{3}{5} \times \frac{4}{9} = \frac{4}{15}$

따라서 (i), (ii)에 의해 구하는 확률은 $\frac{2}{15} + \frac{4}{15} = \frac{2}{5}$

- 22** (i) 민우와 경민이가 당첨 제비를 뽑을 확률은

$$\frac{3}{10} \times \frac{2}{9} \times \frac{7}{8} = \frac{7}{120}$$

(ii) 민우와 주현이가 당첨 제비를 뽑을 확률은

$$\frac{3}{10} \times \frac{7}{9} \times \frac{2}{8} = \frac{7}{120}$$

(iii) 경민이와 주현이가 당첨 제비를 뽑을 확률은

$$\frac{7}{10} \times \frac{3}{9} \times \frac{2}{8} = \frac{7}{120}$$

따라서 (i)~(iii)에 의해 구하는 확률은

$$\frac{7}{120} + \frac{7}{120} + \frac{7}{120} = \frac{7}{40}$$

- 23** 노란 구슬의 개수를 x 개라 하면 두 번 모두 노란 구슬을 꺼낼 확률은 $\frac{x}{10} \times \frac{x}{10} = \frac{x^2}{100}$

적어도 한 번은 빨간 구슬이 나올 확률은 $\frac{9}{25}$ 이므로

$$1 - \frac{x^2}{100} = \frac{9}{25}, \frac{x^2}{100} = \frac{16}{25}, x^2 = 64$$

이때 $x > 0$ 이므로 $x = 8$

따라서 노란 구슬의 개수는 8개이다.

- 24** (i) 10장의 카드 중에서 9 이상의 숫자가 적힌 카드는 2장이므로 1회에 A가 이길 확률은 $\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

(ii) 3회에 A가 이길 확률은 1회에 A가 2장을 제외한 한 장을 뽑고, 2회에 B가 2장을 제외한 한 장을 뽑고, 3회에

$$A가 2장 중 한 장을 뽑으면 되므로 $\frac{8}{10} \times \frac{7}{9} \times \frac{2}{8} = \frac{7}{45}$$$

(iii) 같은 방법으로 하면 5회에 A가 이길 확률은

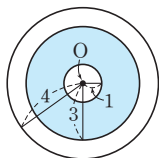
$$\frac{8}{10} \times \frac{7}{9} \times \frac{6}{8} \times \frac{5}{7} \times \frac{2}{6} = \frac{1}{9}$$

따라서 (i)~(iii)에 의해 5회 이내에 A가 이길 확률은

$$\frac{1}{5} + \frac{7}{45} + \frac{1}{9} = \frac{7}{15}$$

- 25** $1 \leq \overline{OP} \leq 3$ 인 경우는 점 P가 오른쪽 그림에서 색칠한 부분에 있을 때이므로 구하는 확률은

$$\frac{(\text{색칠한 부분의 넓이})}{(\text{원 O의 넓이})} = \frac{\pi \times 3^2 - \pi \times 1^2}{\pi \times 4^2} = \frac{8\pi}{16\pi} = \frac{1}{2}$$



- 26** 화살이 빨간색을 맞힐 확률은 $\frac{5}{9}$, 초록색을 맞힐 확률은 $\frac{2}{9}$,

파란색을 맞힐 확률은 $\frac{2}{9}$ 이다.

$$(i) (4점, 2점)을 얻을 확률은 $\frac{5}{9} \times \frac{2}{9} = \frac{10}{81}$$$

$$(ii) (3점, 3점)을 얻을 확률은 $\frac{2}{9} \times \frac{2}{9} = \frac{4}{81}$$$

$$(iii) (2점, 4점)을 얻을 확률은 $\frac{2}{9} \times \frac{5}{9} = \frac{10}{81}$$$

따라서 (i)~(iii)에 의해 구하는 확률은 $\frac{10}{81} + \frac{10}{81} + \frac{4}{81} = \frac{8}{27}$

- 27** 화살을 차례로 2발 쏠 때, 맞힌 부분에 적힌 수의 합이 3이 되는 경우는

(0, 3), (3, 0), (1, 2), (2, 1), (-1, 4), (4, -1)이다.

(i) (0, 3) 또는 (3, 0)을 쏠 확률은

$$\left(\frac{1}{8} \times \frac{2}{8}\right) + \left(\frac{2}{8} \times \frac{1}{8}\right) = \frac{1}{16}$$

(ii) (1, 2) 또는 (2, 1)을 쏠 확률은

$$\left(\frac{1}{8} \times \frac{1}{8}\right) + \left(\frac{1}{8} \times \frac{1}{8}\right) = \frac{1}{32}$$

(iii) (-1, 4) 또는 (4, -1)을 쏠 확률은

$$\left(\frac{2}{8} \times \frac{1}{8}\right) + \left(\frac{1}{8} \times \frac{2}{8}\right) = \frac{1}{16}$$

따라서 (i)~(iii)에 의해 구하는 확률은 $\frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{16} = \frac{5}{32}$

- 28** **길잡이** 꺼낸 것을 다시 넣으면 처음에 뽑을 때의 전체 개수와 나중에 뽑을 때의 전체 개수가 같다.

$$(i) \text{수민이가 미션을 완수할 확률은 } \frac{6}{18} \times \frac{9}{18} \times \frac{6}{18} = \frac{1}{18}$$

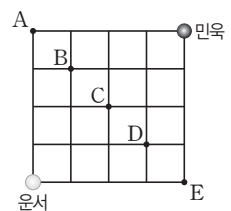
$$(ii) \text{성빈이가 미션을 완수할 확률은 } \frac{6}{18} \times \frac{6}{18} \times \frac{3}{18} = \frac{1}{54}$$

$$(iii) \text{민혁이가 미션을 완수할 확률은 } \frac{9}{18} \times \frac{9}{18} \times \frac{6}{18} = \frac{1}{12}$$

따라서 (i)~(iii)에 의해 미션을 완수할 확률이 가장 큰 학생은 민혁이다.

- 29** **길잡이** 두 사람의 말이 만날 수 있는 지점은 각각의 말이 4칸씩 이동한 지점이다.

두 사람의 말이 만날 수 있는 곳은 오른쪽 그림에서 A, B, C, D, E이다.



(i) A에서 만나는 경우

민욱이는 동전의 뒷면이 4번, 운서는 동전의 앞면이 4번 나와야 하고, 그 경우의 수는 각각 1이므로 그 확률은

$$\left(\frac{1}{2}\right)^4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{256}$$

(ii) B에서 만나는 경우

민욱이는 동전의 앞면이 1번, 뒷면이 3번, 운서는 동전의 앞면이 3번, 뒷면이 1번 나와야 하고, 그 경우의 수는 각각 4이므로 그 확률은

$$\left\{4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^4\right\} \times \left\{4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^4\right\} = \frac{16}{256}$$

(iii) C에서 만나는 경우

민욱이는 동전의 앞면이 2번, 뒷면이 2번, 운서는 동전의 앞면이 2번, 뒷면이 2번 나와야 하고, 그 경우의 수는 각각 6이므로 그 확률은

$$\left\{6 \times \left(\frac{1}{2}\right)^4\right\} \times \left\{6 \times \left(\frac{1}{2}\right)^4\right\} = \frac{36}{256}$$

(iv) D에서 만나는 경우

민욱이는 동전의 앞면이 3번, 뒷면이 1번, 운서는 동전의 앞면이 1번, 뒷면이 3번 나와야 하고, 그 경우의 수는 각각 4이므로 그 확률은

$$\left\{4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^4\right\} \times \left\{4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^4\right\} = \frac{16}{256}$$

(v) E에서 만나는 경우

민욱이는 동전의 앞면이 4번, 운서는 동전의 뒷면이 4번 나와야 하고, 그 경우의 수는 각각 1이므로 그 확률은

$$\left(\frac{1}{2}\right)^4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{256}$$

따라서 (i)~(v)에 의해 두 사람의 말이 만날 확률은

$$\frac{1}{256} + \frac{16}{256} + \frac{36}{256} + \frac{16}{256} + \frac{1}{256} = \frac{35}{128}$$

30 [질답이] 각각의 말이 움직일 수 있는 경우를 생각한 후 이를 순서쌍으로 나타낸다.

서로 다른 2개의 주사위를 동시에 던질 때 나오는 눈의 수의 합은 2부터 12까지이므로 2회 시행 후 나오는 눈의 수의 총합은 4부터 24까지이다.

(i) 철수의 말이 마닐라에 있는 경우

말이 마닐라에 있으려면 2회 시행 후 주사위의 눈의 수의 총합이 4 또는 22이어야 하므로 각 시행에서 나오는 눈의 수의 합과 각각의 확률은 다음과 같다.

주사위의 눈의 수의 합		경우		확률
1회	2회	1회	2회	
2	2	(1, 1)	(1, 1)	$\frac{1}{6^2} \times \frac{1}{6^2}$
10	12	(4, 6), (5, 5), (6, 4)	(6, 6)	$\frac{3}{6^2} \times \frac{1}{6^2}$
11	11	(5, 6), (6, 5)	(5, 6), (6, 5)	$\frac{2}{6^2} \times \frac{2}{6^2}$
12	10	(6, 6)	(4, 6), (5, 5), (6, 4)	$\frac{1}{6^2} \times \frac{3}{6^2}$

∴ (철수의 말이 마닐라에 있을 확률)

$$= \frac{1}{6^2} \times \frac{1}{6^2} + \frac{3}{6^2} \times \frac{1}{6^2} + \frac{2}{6^2} \times \frac{2}{6^2} + \frac{1}{6^2} \times \frac{3}{6^2}$$

$$= \frac{11}{6^2 \times 6^2} = \frac{11}{6^4}$$

(ii) 영희의 말이 뉴델리에 있는 경우

말이 뉴델리에 있으려면 2회 시행 후 주사위의 눈의 수의 총합이 6 또는 24이어야 하므로 각 시행에서 나오는 눈의 수의 합과 각각의 확률은 다음과 같다.

주사위의 눈의 수의 합		경우		확률
1회	2회	1회	2회	
2	4	(1, 1)	(1, 3), (2, 2), (3, 1)	$\frac{1}{6^2} \times \frac{3}{6^2}$
3	3	(1, 2), (2, 1)	(1, 2), (2, 1)	$\frac{2}{6^2} \times \frac{2}{6^2}$
4	2	(1, 3), (2, 2), (3, 1)	(1, 1)	$\frac{3}{6^2} \times \frac{1}{6^2}$
12	12	(6, 6)	(6, 6)	$\frac{1}{6^2} \times \frac{1}{6^2}$

∴ (영희의 말이 뉴델리에 있을 확률)

$$= \frac{1}{6^2} \times \frac{3}{6^2} + \frac{2}{6^2} \times \frac{2}{6^2} + \frac{3}{6^2} \times \frac{1}{6^2} + \frac{1}{6^2} \times \frac{1}{6^2}$$

$$= \frac{11}{6^2 \times 6^2} = \frac{11}{6^4}$$

따라서 (i), (ii)에 의해 구하는 확률은

$$\frac{11}{6^4} \times \frac{11}{6^4} = \frac{121}{6^8} = \frac{121}{1679616}$$

P. 100~101 **내신 1% 뛰어넘기**

- 01 ㄱ, ㄷ 02 10개, 8개 03 $\frac{28}{55}$ 04 $\frac{19}{81}$
05 $\frac{7}{45}$ 06 $\frac{55}{324}$

01 [질답이] 모니터가 켜지는 경우는 스위치를 누른 횟수가 홀수 번일 때이다.

지원이와 정규가 임의로 모니터 2대의 스위치를 누르는 경우의 수는 각각 모니터 4대 중 2대를 선택하는 경우의 수와 같으므로 $\frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$ 으로 서로 같다.

즉, 모든 경우의 수는 $6 \times 6 = 36$

(i) 정규가 지원이가 누르지 않은 모니터 2대의 스위치를 누르면 켜져 있는 모니터의 수는 4대이고,

$$\text{경우의 수는 } \frac{4 \times 3}{2 \times 1} \times 1 = 6 \text{이므로 그 확률은 } \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

(ii) 정규가 지원이가 누른 모니터 2대의 스위치 중 하나를 누르고 지원이가 누르지 않은 모니터 2대의 스위치 중 하나를 누르면 켜져 있는 모니터의 수는 2대이고,

$$\text{경우의 수는 } \frac{4 \times 3}{2 \times 1} \times 2 \times 2 = 24 \text{이므로}$$

$$\text{그 확률은 } \frac{24}{36} = \frac{2}{3}$$

(iii) 정규가 지원이가 누른 모니터 2대의 스위치를 모두 누르면 켜져 있는 모니터의 수는 0대이고,

$$\text{경우의 수는 } \frac{4 \times 3}{2 \times 1} \times 1 = 6 \text{이므로 그 확률은 } \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

∴ (iii)에서 모니터가 모두 꺼져 있을 확률은 $\frac{1}{6}$ 이고, (i)에

서 모니터가 모두 켜져 있을 확률도 $\frac{1}{6}$ 이므로 두 확률은 서로 같다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

02 [질답이] 흰 바둑돌과 검은 바둑돌의 개수를 각각 x 개, y 개라 하면 흰 바둑돌과 검은 바둑돌을 꺼낼 확률은 각각 $\frac{x}{x+y}$, $\frac{y}{x+y}$ 이다.

주머니 속에 들어 있는 흰 바둑돌의 개수를 x 개, 검은 바둑돌의 개수를 y 개라 하면

(개에서 주머니 속에 남아 있는 흰 바둑돌의 개수는 $(x-4)$ 개이고, 검은 바둑돌의 개수는 y 개이므로 전체 바둑돌의 개수는 $(x-4)+y=x+y-4$ (개)

이때 남은 바둑돌 중에서 흰 바둑돌을 꺼낼 확률은 $\frac{3}{7}$ 이므로

$$\frac{x-4}{x+y-4} = \frac{3}{7}, 7(x-4)=3(x+y-4)$$

$$7x-28=3x+3y-12 \quad \therefore 4x-3y=16 \quad \cdots \textcircled{1}$$

(4)에서 주머니 속에 남아 있는 흰 바둑돌의 개수는 x 개이고, 검은 바둑돌의 개수는 $(y-2)$ 개이므로 전체 바둑돌의 개수는 $x+(y-2)=x+y-2$ (개)

이때 남은 바둑돌 중에서 검은 바둑돌을 꺼낼 확률은 $\frac{3}{8}$ 이므로

$$\frac{y-2}{x+y-2} = \frac{3}{8}, 8(y-2) = 3(x+y-2)$$

$$8y - 16 = 3x + 3y - 6 \quad \therefore 3x - 5y = -10 \quad \dots \textcircled{C}$$

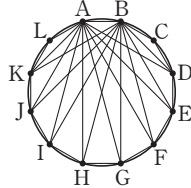
⑦, ①을 연립하여 풀면 $x=10, y=8$
따라서 흰 바둑들은 10개이고, 검은 바둑들은 8개이다.

03 길잡이 처음 정십이각형의 변과 한 변을 공유하는 경우, 두 변을 공유하는 경우로 나누어 생각한다.

12개의 점 중에서 3개의 점을 선택하여 만들 수 있는 삼각형의 개수는 $\frac{12 \times 11 \times 10}{3 \times 2 \times 1} = 220(\text{개})$

(i) 처음 정십이각형과 한 변을 공유하는 경우

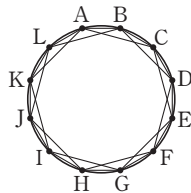
오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$ 를 기준으로 $\overline{AB}$ 와 이웃한 두 꼭짓점 C와 L을 제외하고 나머지 8개의 꼭짓점을 연결하여 처음 정십이각형과 한 변을 공유하는 삼각형을 만들 수 있으므로 $\triangle ABD$,



$\triangle ABE, \triangle ABF, \dots, \triangle ABK$ 의 8개 같은 방법으로 하면 $\overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DE}, \dots, \overline{LA}$ 의 11개의 변을 기준으로 삼각형을 각각 8개씩 만들 수 있다.
따라서 구하는 삼각형의 개수는 $12 \times 8 = 96(\text{개})$

(ii) 처음 정십이각형과 두 변을 공유하는 경우

오른쪽 그림과 같이 이웃한 세 꼭짓점을 연결하면 처음 정십이각형과 두 변을 공유하는 삼각형을 만들 수 있으므로 구하는 삼각형의 개수는 $\triangle ABC, \triangle BCD, \triangle CDE, \dots, \triangle LAB$ 의 12개



(i), (ii)에 의해 처음 정십이각형과 공유하는 변이 있는 삼각형은 $96 + 12 = 108(\text{개})$ 이므로 그 확률은 $\frac{108}{220} = \frac{27}{55}$

따라서 구하는 확률은 $1 - \frac{27}{55} = \frac{28}{55}$

04 길잡이 가위바위보를 4번 하였을 때, 두 사람이 이긴 횟수가 같거나 진 횟수가 같으면 같은 계단에 있게 된다.

일규가 이긴 횟수를 x 번, 승훈이가 이긴 횟수를 y 번, 비긴 횟수를 z 번이라 하면

$$x + y + z = 4 \quad \dots \textcircled{A}$$

일규가 이긴 경우는 승훈이가 진 경우와 같고, 승훈이가 이긴 경우는 일규가 진 경우와 같으므로

일규가 움직인 계단의 수는 $(2x - y)$ 개

승훈이가 움직인 계단의 수는 $(2y - x)$ 개

가위바위보를 4번 한 후에 두 사람이 같은 계단에 있어야 하므로

$$2x - y = 2y - x, 3x = 3y \quad \therefore x = y \quad \dots \textcircled{B}$$

①, ②을 만족시키는 순서쌍 (x, y, z) 는 $(2, 2, 0)$,

$(1, 1, 2), (0, 0, 4)$ 이다.

일규를 기준으로 승패를 생각해 보면 일규가 이길 확률, 질 확률, 비길 확률은 각각 $\frac{1}{3}$ 이므로

(i) 일규가 2번 이기고 2번 진 경우

(승, 승, 패, 패), (승, 패, 승, 패), (승, 패, 패, 승),
(패, 승, 승, 패), (패, 승, 패, 승), (패, 패, 승, 승)
의 6가지이므로 그 확률은

$$6 \times \left(\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \right) = \frac{2}{27}$$

(ii) 일규가 1번 이기고 1번 지고 2번 비긴 경우

(승, 패, 무, 무), (승, 무, 패, 무), (승, 무, 무, 패),
(무, 승, 패, 무), (무, 승, 무, 패), (무, 패, 승, 무),
(무, 패, 무, 승), (무, 무, 승, 패), (무, 무, 패, 승),
(패, 승, 무, 무), (패, 무, 승, 무), (패, 무, 무, 승)
의 12가지이므로 그 확률은

$$12 \times \left(\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \right) = \frac{4}{27}$$

(iii) 4번 모두 비긴 경우

(무, 무, 무, 무)의 1가지이므로 그 확률은

$$1 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{81}$$

따라서 (i)~(iii)에 의해 구하는 확률은

$$\frac{2}{27} + \frac{4}{27} + \frac{1}{81} = \frac{19}{81}$$

05 길잡이 점 P가 3초 후에 꼭짓점 B에 있으려면 3번만 이동하여 꼭짓점 B에 도착해야 한다.

꼭짓점 A에 이웃한 다른 꼭짓점은 5개가 있으므로 점 P가 꼭짓점 A에서 이웃한 다른 꼭짓점으로 이동할 확률은 각각 $\frac{1}{5}$ 로 모두 같고, 5개의 꼭짓점 B, C, D, E, F에 이웃한 다른 꼭짓점은 각각 3개이므로 점 P가 5개의 꼭짓점 B, C, D, E, F에서 이웃한 다른 꼭짓점으로 이동할 확률은 각각 $\frac{1}{3}$ 로 모두 같다.

점 P가 3초 후에 꼭짓점 B에 있으려면 꼭짓점 A에서 출발하여 3번만 이동하여야 한다.

(i) $A \rightarrow B \rightarrow A \rightarrow B, A \rightarrow C \rightarrow A \rightarrow B,$

$A \rightarrow D \rightarrow A \rightarrow B, A \rightarrow E \rightarrow A \rightarrow B,$

$A \rightarrow F \rightarrow A \rightarrow B$ 인 경우

각각의 확률이 $\frac{1}{5} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{75}$ 로 모두 같으므로

그 확률은 $5 \times \frac{1}{75} = \frac{1}{15}$

(ii) $A \rightarrow B \rightarrow F \rightarrow B, A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow B$ 인 경우

각각의 확률이 $\frac{1}{5} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{45}$ 로 모두 같으므로

그 확률은 $2 \times \frac{1}{45} = \frac{2}{45}$

(iii) $A \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow B, A \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow B$ 인 경우

각각의 확률이 $\frac{1}{5} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{45}$ 로 모두 같으므로

그 확률은 $2 \times \frac{1}{45} = \frac{2}{45}$

따라서 (i)~(iii)에 의해 구하는 확률은

$$\frac{1}{15} + \frac{2}{45} + \frac{2}{45} = \frac{7}{45}$$

06 **길잡이** 5발의 화살을 쏘아 24점을 얻는 경우는 7점 1번, 5점 1번, 4점 3번을 얻는 경우 또는 5점 4번, 4점 1번을 얻는 경우이다.

화살을 A 부분에 맞힐 확률은

$$1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{6}$$

(i) 7점 1번, 5점 1번, 4점 3번을 얻는 경우

5개의 자리에서 7점, 5점을 놓을 자리를 먼저 선택하고 나머지 자리에 4점을 놓으면 된다.

즉, 5개에서 2개를 차례로 뽑는 경우의 수와 같으므로 $5 \times 4 = 20$ 에서 그 확률은

$$20 \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{36}$$

(ii) 5점 4번, 4점 1번을 얻는 경우

경우의 수는 5이므로 그 확률은

$$5 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{162}$$

따라서 (i), (ii)에 의해 구하는 확률은

$$\frac{5}{36} + \frac{5}{162} = \frac{55}{324}$$

P. 102~103

6~7 서술형 완성하기

[과정은 풀이 참조]

- 1 144 2 720 3 20 4 $\frac{1}{6}$
 5 (1) $\frac{1}{4}$ (2) $\frac{1}{16}$ (3) $\frac{21}{64}$ 6 $\frac{49}{72}$ 7 18
 8 $\frac{1}{2}$

1 (가), (나)에서 유럽 지역의 쇼트트랙 감독들을 양 끝에 세우면서 서로 이웃하지 않게 세우는 경우는

유 **아** **유** **아** **유** **아** **유** ... (i)

이때 유럽 지역의 쇼트트랙 감독 4명을 한 줄로 세우는 경우의 수는 $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$... (ii)

또 아시아 지역의 쇼트트랙 감독 3명을 한 줄로 세우는 경우의 수는 $3 \times 2 \times 1 = 6$... (iii)

따라서 주어진 조건을 만족시키도록 세우는 경우의 수는 $24 \times 6 = 144$... (iv)

채점 기준	비율
(i) 주어진 조건을 만족시키도록 세우는 경우 알기	20 %
(ii) 유럽 지역의 쇼트트랙 감독 4명을 한 줄로 세우는 경우의 수 구하기	30 %
(iii) 아시아 지역의 쇼트트랙 감독 3명을 한 줄로 세우는 경우의 수 구하기	30 %
(iv) 주어진 조건을 만족시키도록 세우는 경우의 수 구하기	20 %

2 지우가 코믹 8편 중 1편을 고르는 경우의 수는 8 ... (i)

지우가 드라마 4편 중 2편을 고르는 경우의 수는

$$\frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6 \quad \dots (ii)$$

지우가 공포 6편 중 2편을 고르는 경우의 수는

$$\frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15 \quad \dots (iii)$$

따라서 지우가 코믹 1편, 드라마 2편, 공포 2편을 고르는 경우의 수는 $8 \times 6 \times 15 = 720$... (iv)

채점 기준	비율
(i) 코믹 1편을 고르는 경우의 수 구하기	30 %
(ii) 드라마 2편을 고르는 경우의 수 구하기	30 %
(iii) 공포 2편을 고르는 경우의 수 구하기	30 %
(iv) 주어진 조건을 만족시키도록 고르는 경우의 수 구하기	10 %

3 두 점을 이어 만들 수 있는 직선의 개수는 5개의 점 중에서 2개를 뽑는 경우의 수와 같으므로

$$\frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10(\text{개}) \quad \therefore x = 10 \quad \dots (i)$$

세 점을 이어 만들 수 있는 삼각형의 개수는 5개의 점 중에서 3개를 뽑는 경우의 수와 같으므로

$$\frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = 10(\text{개}) \quad \therefore y = 10 \quad \dots (ii)$$

$$\therefore x + y = 10 + 10 = 20 \quad \dots (iii)$$

채점 기준	비율
(i) x 의 값 구하기	40 %
(ii) y 의 값 구하기	40 %
(iii) $x + y$ 의 값 구하기	20 %

4 모든 경우의 수는 $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$... (i)

1부터 5까지의 수험 번호를 각각 발급받은 수험생을 차례로 ①, ②, ③, ④, ⑤라 하면 5명 중 2명이 자신의 수험 번호와 같은 숫자가 적힌 자리에 앉는 경우의 수는 5명 중 자력이 같은 2명을 뽑는 경우의 수와 같으므로 $\frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$... (ii)

①과 ②가 자신의 수험 번호 1 2 3 4 5와 같은 숫자가 적힌 자리에 ① — ② < ④ — ⑤ — ③ 앉고, 나머지 3명은 자신의 수험 번호와 다른 숫자가 적힌 자리에 앉게 되는 경우의 수는 위와 같이 2이다. ... (iii)

따라서 조건을 만족시키는 경우의 수는 $10 \times 2 = 20$ 이므로 구하는 확률은 $\frac{20}{120} = \frac{1}{6}$... (iv)

채점 기준	비율
(i) 5명이 앉는 모든 경우의 수 구하기	20 %
(ii) 5명의 수험생 중 자신의 수험 번호와 같은 숫자가 적힌 자리에 앉는 2명을 뽑는 경우의 수 구하기	30 %
(iii) ①, ②를 제외한 나머지 3명은 자신의 수험 번호와 다른 숫자가 적힌 자리에 앉는 경우의 수 구하기	30 %
(iv) 주어진 조건을 만족시키도록 앉을 확률 구하기	20 %

- 5 (1) 동전을 던져 앞면이 나올 확률과 뒷면이 나올 확률은 각각 $\frac{1}{2}$ 로 서로 같다.

2회에 B가 이기려면 1회에 뒷면이 나오고 2회에 앞면이 나와야 하므로 그 확률은

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \quad \dots (i)$$

- (2) 4회에 B가 이기려면 1, 2, 3회에 모두 뒷면이 나오고 4회에 앞면이 나와야 하므로 그 확률은

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{16} \quad \dots (ii)$$

- (3) 6회에 B가 이기려면 1, 2, 3, 4, 5회에 모두 뒷면이 나오고 6회에 앞면이 나와야 하므로 그 확률은

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{64} \quad \dots (iii)$$

따라서 6회 이내에 B가 이길 확률은

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} = \frac{21}{64} \quad \dots (iv)$$

채점 기준	비율
(i) 2회에 B가 이길 확률 구하기	30 %
(ii) 4회에 B가 이길 확률 구하기	30 %
(iii) 6회에 B가 이길 확률 구하기	30 %
(iv) 6회 이내에 B가 이길 확률 구하기	10 %

- 6 A, B 주머니에서 모두 흰 공을 꺼낼 확률은

$$\frac{4}{9} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{18} \quad \dots (i)$$

A, B 주머니에서 모두 검은 공을 꺼낼 확률은

$$\frac{2}{9} \times \frac{2}{8} = \frac{1}{18} \quad \dots (ii)$$

A, B 주머니에서 모두 노란 공을 꺼낼 확률은

$$\frac{3}{9} \times \frac{5}{8} = \frac{5}{24} \quad \dots (iii)$$

즉, 두 공의 색깔이 같을 확률은

$$\frac{1}{18} + \frac{1}{18} + \frac{5}{24} = \frac{23}{72}$$

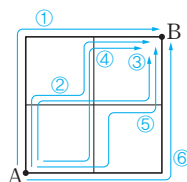
따라서 구하는 확률은

$$1 - \frac{23}{72} = \frac{49}{72} \quad \dots (iv)$$

채점 기준	비율
(i) A, B 주머니에서 모두 흰 공을 꺼낼 확률 구하기	25 %
(ii) A, B 주머니에서 모두 검은 공을 꺼낼 확률 구하기	25 %
(iii) A, B 주머니에서 모두 노란 공을 꺼낼 확률 구하기	25 %
(iv) 두 공의 색깔이 다를 확률 구하기	25 %

- 7 오른쪽 그림에서 진숙이가 A 지점에서 B 지점까지 최단 거리로 이동하는 경우의 수와 진영이가 B 지점에서 A 지점까지 최단 거리로 이동하는 경우의 수는 각각 6이므로 전체 경우의 수는

$$6 \times 6 = 36 \quad \dots (i)$$



이때 진숙이와 진영이가 움직이는 속력이 같으므로 오른쪽 그림의 세 지점 P, Q, R에서 만날 수 있다.

P 지점에서 만나는 경우

진숙이가 A 지점에서 P 지점을 거쳐 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수가 1,

진영이가 B 지점에서 P 지점을 거쳐 A 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수가 1

이므로 그 경우의 수는

$$1 \times 1 = 1 \quad \dots (ii)$$

Q 지점에서 만나는 경우

진숙이가 A 지점에서 Q 지점을 거쳐 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수가 $2 \times 2 = 4$

진영이가 B 지점에서 Q 지점을 거쳐 A 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수가 $2 \times 2 = 4$

이므로 그 경우의 수는

$$4 \times 4 = 16 \quad \dots (iii)$$

R 지점에서 만나는 경우

P 지점에서 만나는 경우의 수와 같으므로 1

따라서 구하는 경우의 수는

$$36 - (1 + 16 + 1) = 18 \quad \dots (v)$$

채점 기준	비율
(i) 전체 경우의 수 구하기	20 %
(ii) 두 사람이 P 지점에서 만나는 경우의 수 구하기	20 %
(iii) 두 사람이 Q 지점에서 만나는 경우의 수 구하기	20 %
(iv) 두 사람이 R 지점에서 만나는 경우의 수 구하기	20 %
(v) 주어진 조건을 만족시키는 경우의 수 구하기	20 %

- 8 오른쪽 그림과 같이 점 P에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면

$$\begin{aligned} \triangle PBC &= \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{PH} \\ &= \frac{5}{2} \overline{PH} \quad \dots (i) \end{aligned}$$

이때 $\triangle PBC$ 의 넓이가 10보다 작으려면

$$0 < \frac{5}{2} \overline{PH} < 10$$

$$\therefore 0 < \overline{PH} < 4 \quad \dots (ii)$$

$\overline{AB}$, $\overline{DC}$ 의 중점을 각각 M, N이라 하면 점 P는 직사각형 MBCN의 내부에 존재해야 하므로 $\triangle PBC$ 의 넓이가 10보다 작을 확률은

$$\frac{(\text{직사각형 MBCN의 넓이})}{(\text{직사각형 ABCD의 넓이})} = \frac{5 \times 4}{5 \times 8} = \frac{1}{2} \quad \dots (iii)$$

채점 기준	비율
(i) $\triangle PBC$ 의 넓이를 높이에 대한 식으로 나타내기	30 %
(ii) $\triangle PBC$ 의 넓이가 10보다 작기 위한 높이의 범위 구하기	30 %
(iii) $\triangle PBC$ 의 넓이가 10보다 작을 확률 구하기	40 %

